DOI:10.13203/j.whugis1989.02.012

第14卷 第2期 武汉测绘科技大学学报 Vol.14 No.2
1989年 6月 Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Jun. 1989

高等学校毕业生分配的模糊数学方法

胡 继 才

摘 要

本文用模糊数学原理建立了高等学校毕业生分配工作的数学模型，其中各因素的权重排序由层次分析法确立。通过梯形分布建立模糊分布，排除了各方面人为因素的干扰，并用实例说明了这种方法的可行性和可靠性。

【关键词】 数学模型；模糊分布；权重排序；层次分析

随着教育体制改革的不断深入，人才的预测和合理使用已成为人们关注的重要课题。中央教委决定从1989年起新招大学生不包分配，将竞争机制引入毕业分配，实行由学生选择职业和由用人单位择优录用的双向选择制。这就要求选拔人才的工作进入科学化和数量化的新阶段，克服按人为因素办事的弊端。为此，本文将用模糊数学理论，来建立高校毕业生分配的数学模型。

1 数学模型的建立

按照我国社会主义教育方针的要求，选人用人必须遵循德、智、体全面发展的原则，特提出决定分配工作的因素集：

U＝{德育水平，智育水平，体育水平}

由于影响人才的因素是多层次的，即

德育水平＝{思想觉悟，政治理论水平，活动表现}

智育水平＝{基础课成绩，专业课成绩，外语成绩，实践能力}

体育水平＝{身体素质，体育运动水平}

于是，$U=\{u_1, u_2, \cdots, u_9\}$

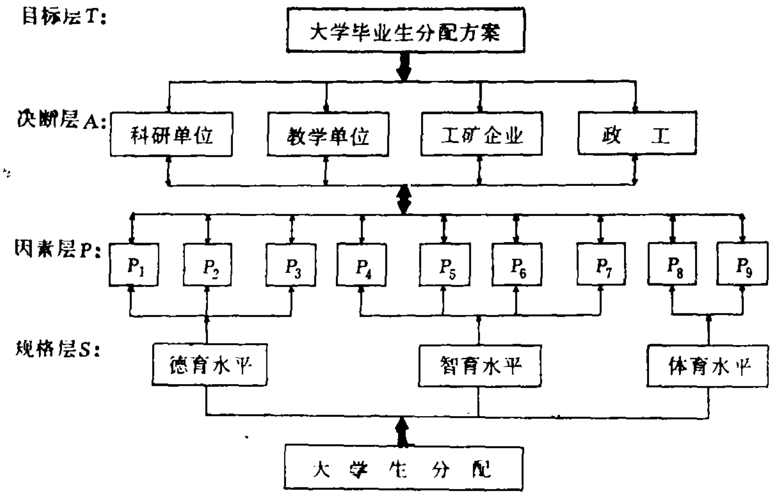
＝{思想觉悟，政治理论水平，活动表现，基础课成绩，专业课成绩，外语成绩，实践能力，身体素质，体育运动水平}

根据我国工科院校当前的分配方案，提出决断集如下：

收稿日期：1988—05—23

$A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}=\{$科研单位，教学单位，工矿企业单位，政工及学生工作$\}$

这样，得到分配框图如下：



只要确定权重集合 $\underset{\sim}{P}$(模糊子集) 和评判矩阵 $\underset{\sim}{R}$，由

$$\underset{\sim}{P} \circ \underset{\sim}{R} = \underset{\sim}{A}$$

就能对每个大学生的分配情况作出定量的分析，由于学生适合于从事何种工作需要考虑德智体诸因素的综合影响，故本文采用文〔1〕中的模型3进行运算。

2 权重分配集的确定

我们用层次分析法来确定各因素的权重排序，即将影响问题的因素集合按照一定的属性排成从高到低的若干层次，建立同一层次的各元素针对上一层各元素的相对重要性的数量刻划，从而决定各层元素重要性的为权重排序，作为人们决策的依据，其具体步骤如下：

2.1 构造判断矩阵

假定层次C中的各元素之间针对上一层某元素G_k的相对重要性比较的数量刻划为g，则可构造如下形式的判断矩阵G-C（简记为G）：

G_k	C_1	C_2	$\cdots$	C_n
C_1	g_{11}	g_{12}	$\cdots$	g_{1n}
C_2	g_{21}	g_{22}	$\cdots$	g_{2n}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\cdots$	$\vdots$
C_n	g_{n1}	g_{n2}		g_{nn}

其中g_{ij}表示对G_K而言，C层中第i个元素与第j个元素相对重要性比较的数量刻划。通常，g_{ij}取1，2，…，9或它们的倒数。判断矩阵需满足关系：

$$g_{ii}=1$$

$$g_{ij}\cdot g_{ji}=1 \qquad (i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n) \tag{1}$$

如果G还满足

$$g_{ij}\cdot g_{jk}=g_{ik} \qquad (\forall,\ i,\ j,\ k) \tag{2}$$

则称G为一致性矩阵，简称一致阵。

一般说来，矩阵G不一定是一致的，为衡量G的不一致程度，L. A. Saaty定义了一个一致性指标

$$CI \triangleq \frac{\lambda_{max}-n}{n-1}$$

其中λ_{max}为最大特征值，由于$n\times n$的正反阵为一致阵的充要条件是它的最大特征值$\lambda_{max}=n$。显然，对于一致阵$CI=0$，即可用G的最大特征值所对应的特征向量作为权重向量。$\lambda_{max}-n$越大，CI也越大，G的不一致程度越严重。

为了找出衡量一致性指标的标准，，Saaty提出了随机性指标：对于固定的n，随机地构造正互反阵G'，用充分大的子样得到G'的最大特征值的平均值λ'_{max}，则平均随机一致性指标为：

$$RI=\frac{\lambda'_{max}-n}{n-1} \tag{3}$$

Saaty用大小为100～500的子样，对于不同的n得到了RI值为：

阶数n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	…
RI	0	0	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49	1.51	…

当$\frac{CI}{RI}\leqslant 0.1$时，就可认为$G$的不一致性是可以接受的。

2.2 同层次各元素的权重排序

求判断矩阵的特征值和特征向量，就是求满足关系式

$$GW=\lambda_{max}W \tag{4}$$

的特征根和特征向量。其中λ_{max}为G的最大特征根，从而得到本层元素之间针对上一层元素的重要性的权重排序。由于计算判断矩阵的特征值和特征向量比较麻烦，为简化计算，现采用如下的简便方法：

（1）将判断矩阵按行求和，再求平均，最后标准化，即可得到W的近似值，

（2）用W的近似值计算出

$$GW=\Big((GW)_1,\ (GW)_2,\ \cdots,\ (GW)_n\Big)^T$$

则 λ_{max} 的近似值为

$$\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{(GW)i}{W_i}$$

（3）由$\frac{CI}{RI}$的大小判断G的不一致性是否可以接受。

2.2.1 判断矩阵 T-S 的确定

T	S_1（德育水平）	S_2（智育水平）	S_3（体育水平）
S_1	1	1/3	2
S_2	3	1	5
S_3	1/2	1/5	1

求W的近似过程为：

$$T=\begin{pmatrix}1 & 1/3 & 2\\ 3 & 1 & 5\\ 1/2 & 1/5 & 1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{按行求和}}\begin{pmatrix}3.333\ 3\\ 9.000\ 0\\ 1.700\ 0\end{pmatrix}\overset{\text{平均}}{\Longrightarrow}\begin{pmatrix}1.111\ 1\\ 3.000\ 0\\ 0.566\ 7\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{标准化}}\begin{pmatrix}0.237\ 5\\ 0.641\ 3\\ 0.121\ 2\end{pmatrix}$$

于是得归一化的权重向量为：

$$W=(0.237\ 5,\ 0.641\ 3,\ 0.121\ 2)$$

$$TW=\begin{pmatrix}1 & 1/3 & 2\\ 3 & 1 & 5\\ 1/2 & 1/5 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.237\ 5\\ 0.641\ 3\\ 0.121\ 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0.693\ 7\\ 1.959\ 8\\ 0.368\ 3\end{pmatrix}$$

$$\lambda_{max}=\frac{1}{3}\left(\frac{0.693\ 7}{0.237\ 5}+\frac{1.959\ 8}{0.641\ 3}+\frac{0.368\ 3}{0.121\ 2}\right)=3.005\ 2$$

$$CI=\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}=0.002\ 6$$

$$\frac{CI}{RI}=0.000\ 5<0.1$$

可见矩阵T-S具有可靠的一致性。

2.2.2 P-S 矩阵的确定

（1）S_1-P矩阵

S_1	P_1	P_2	P_3
P_1	1	2	3
P_2	1/2	1	2
P_3	1/3	1/2	1

经计算，得：

$\lambda_{max}=3.011\ 3$　　$CI=\frac{\lambda_{max}-n}{n-1}=0.005\ 6$

$$\frac{CI}{RI}=\frac{0.005\ 6}{0.58}<0.1$$

所以S_1有满意的一致性。

（2）S_2-P 矩阵

S_2	P_4	P_5	P_6	P_7
P_4	1	1	2	2
P_5	1	1	2	3
P_6	1/2	1/2	1	2
P_7	1/2	1/3	1/2	1

经计算，得：

$\lambda_{max}=4.040\ 0$　$CI=\dfrac{0.040\ 0}{3}$

$=0.013\ 3$，$\dfrac{CI}{RI}=0.04<0.1$。

所以S_2有较好的一致性。

（3）S_3-P矩阵

S_3	P_8	P_9
P_8	1	1/2
P_9	2	1

经计算，得：

$\lambda_{max}=2$，$CI=0$。所以 S_3 是一致阵。

2.3 层次总排序

现在讨论本文所给问题的因素层的权重总排序：

层　次	S_1	S_2	S_3	P层次的总体排序
	0.237 5	0.641 3	0.121 1	
P_1	0.529 4			0.125 7
P_2	0.308 8			0.073 3
P_3	0.161 8			0.038 4
P_4		0.310 3		0.199 0
P_5		0.362 1		0.232 2
P_6		0.206 9		0.132 7
P_7		0.120 7		0.077 4
P_8			0.333 3	0.040 4
P_9			0.666 7	0.080 8

于是，得到因素层的权重向量：

$$(0.125\ 7,\ 0.073\ 3,\ 0.038\ 4,\ 0.199\ 0,\ 0.232\ 2,\ 0.132\ 7,\ 0.077\ 4,\ 0.040\ 4,\ 0.080\ 8) \tag{5}$$

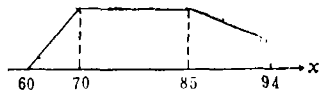
3 評判矩陣的确定

确定评判矩阵的关键，是建立恰当的模糊分布，由于本文所给决断集的特殊性，其隶属

函数需要考虑多种因素的影响，难以找到一个贯彻始终的模糊分布，只能同时选择几个分布联合使用，因此本文将根据问题的特点，选取如下的梯形分布，降半梯形分布和升半梯形分布交替使用。

3.1 德育水平的模糊分布

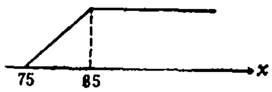
$$\mu_{a_1}(x)=\begin{cases}\frac{1}{10}(x-60), & 60\leqslant x<70\\ 1, & 70\leqslant x\leqslant 85\\ -\frac{1}{14}(x-100), & 86\leqslant x\leqslant 94\\ 0.4, & x\geqslant 95\end{cases}\qquad (6)$$



$$\mu_{a_2}(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}(x-75), & 75\leqslant x\leqslant 80\\ 1, & 80\leqslant x\leqslant 90\\ -\frac{1}{9}(x-100), & 91\leqslant x\leqslant 95\\ 0.5, & x>95\end{cases}\qquad (7)$$

$$\mu_{a_3}(x)=\begin{cases}\frac{1}{10}(x-60), & 60\leqslant x\leqslant 70\\ 1, & 70<x\leqslant 80\\ -\frac{1}{19}(x-100), & 81<x\leqslant 94\\ 0.3, & x\geqslant 95\end{cases}\qquad (8)$$

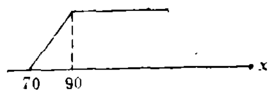
$$\mu_{a_4}(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 75\\ \frac{1}{10}(x-75), & 75<x<85\\ 1, & x\geqslant 85\end{cases}\qquad (9)$$



3.2 智育水平的模糊分布

（1）

$$\underset{\text{（学习成绩）}}{\mu_{a_1}(x)}=\begin{cases}\frac{1}{20}(x-70), & 70\leqslant x<90\\ 1, & x\geqslant 90\end{cases}\qquad (10)$$

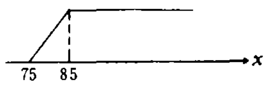


$$\mu_{a_1'}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(x-60) & , 60 \leqslant x < 70 \\ 1 & , 70 \leqslant x < 85 \\ -\frac{1}{14}(x-100) & , 86 \leqslant x < 94 \\ 0.4 & , x \geqslant 95 \end{cases} \quad (11)$$

（实践能力）

（2）

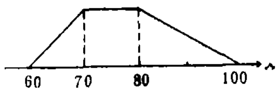
$$\mu_{a_2}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(x-75) & , 75 \leqslant x < 85 \\ 1 & , x \geqslant 85 \end{cases} \quad (12)$$



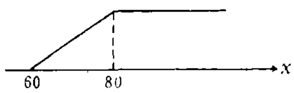
$$\mu_{a_2'}(x) = \begin{cases} \frac{1}{15}(x-65) & , 65 \leqslant x < 80 \\ 1 & , 80 \leqslant x \leqslant 85 \\ -\frac{1}{14}(x-100) & , 86 \leqslant x < 95 \\ 0.35 & , x > 95 \end{cases} \quad (13)$$

（3）

$$\mu_{a_3}(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}(x-60) & , 60 \leqslant x < 70 \\ 1 & , 70 \leqslant x \leqslant 80 \\ -\frac{1}{20}(x-100) & , x > 80 \end{cases} \quad (14)$$

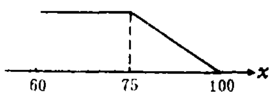


$$\mu_{a_3'}(x) = \begin{cases} \frac{1}{20}(x-60) & , 60 \leqslant x < 80 \\ 1 & , x \geqslant 80 \end{cases} \quad (15)$$



（4）

$$\mu_{a_4}(x) = \begin{cases} 1 & , 60 \leqslant x < 75 \\ -\frac{1}{25}(x-100) & , x > 75 \end{cases} \quad (16)$$



3.3 体育水平的模糊分布

$$\underset{(\text{身体素质})}{\mu_a(x)} = \begin{cases} \frac{1}{20}(x-60) & , 60 \leqslant x > 80 \\ 1 & , x \geqslant 80 \end{cases} \tag{17}$$

$$\underset{(\text{运动水平})}{\mu_{a1}(x)} = \begin{cases} \frac{1}{10}(x-60) & , 60 \leqslant x < 70 \\ 1 & , 70 \leqslant x \leqslant 80 \\ -\frac{1}{20}(x-100) & , x > 80 \end{cases} \tag{18}$$

$$\underset{(\text{运动水平})}{\mu_{a3}(x)} = \begin{cases} 1 & , 60 \leqslant x \leqslant 70 \\ -\frac{1}{30}(x-100) & , x > 70 \end{cases} \tag{19}$$

且 $\mu_{a1}(x) = \mu_{a2}(x)$, $\mu_{a4}(x) = \mu_{a3}(x)$.

被分配者对于给定因素集合中各元素的表现，可用分数来刻划，再由模糊分布（6）～(19)式确定其相应的隶属度，便可得到评判矩阵R,

4 实　　例

已知学生甲的分数集合为

$$U_1 = (u_1, u_2, \cdots, u_9) = (82, 78, 72, 86, 94, 92, 84, 82, 73)$$

现在对甲提出分配方案。首先建立学生甲的评判矩阵R。

当$u_1 = 82$时，由（6）式，有$\mu_{a1}(u_1) = 1$；由（7）式，有$\mu_{a2}(u_1) = 1$；由（8）式，有$\mu_{a3}(u_1) = 0.95$；由（9）式，有$\mu_{a4}(u_1) = 0.70$

同理，由（6）～(19)式，可得评判矩阵：

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0.95 & 0.70 \\ 1 & 0.6 & 1 & 0.30 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0.8 & 1 & 0.70 & 0.56 \\ 1 & 1 & 0.3 & 0.24 \\ 1 & 1 & 0.40 & 0.32 \\ 0.8 & 1 & 1 & 0.64 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0.90 & 0.09 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{归一化}} \underset{\sim}{R} = \begin{pmatrix} 0.2470 & 0.2740 & 0.2603 & 0.1918 \\ 0.3448 & 0.2069 & 0.3448 & 0.1034 \\ 0.5000 & 0 & 0.5000 & 0 \\ 0.2614 & 0.3268 & 0.2288 & 0.1830 \\ 0.3937 & 0.3937 & 0.1181 & 0.0945 \\ 0.3676 & 0.3676 & 0.1471 & 0.1176 \\ 0.2326 & 0.2907 & 0.2907 & 0.1860 \\ 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 \\ 0.2632 & 0.2632 & 0.2368 & 0.2368 \end{pmatrix}$$

由文〔1〕中的模型3，有：

$$A=\underset{\sim}{P}\circ\underset{\sim}{R}=(0.3206\quad 0.3088\quad 0.2214\quad 0.1492)$$

由最大隶属原则，知学生甲可分配到研究单位从事科研工作。

又如学生乙的分数集合为：

$$U_2=(87,\ 93,\ 78,\ 68,\ 62,\ 72,\ 74,\ 70,\ 72)$$

由（6）～（19）式得评判矩阵：

$$\begin{pmatrix} 0.93 & 1 & 0.68 & 1 \\ 0.50 & 0.78 & 0.37 & 1 \\ 1 & 0.60 & 1 & 0.30 \\ 0 & 0 & 0.80 & 1 \\ 0 & 0 & 0.20 & 1 \\ 0.1 & 0.3 & 1 & 1 \\ 1 & 0.6 & 0.7 & 1 \\ 0.50 & 0.50 & 0.50 & 0.50 \\ 1 & 1 & 0.93 & 0.93 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{归一化}} \begin{pmatrix} 0.2576 & 0.2770 & 0.1884 & 0.2770 \\ 0.1887 & 0.2943 & 0.1396 & 0.3774 \\ 0.3448 & 0.2069 & 0.3448 & 0.1034 \\ 0 & 0 & 0.4444 & 0.5556 \\ 0 & 0 & 0.1667 & 0.8333 \\ 0.0417 & 0.1250 & 0.4167 & 0.4167 \\ 0.3030 & 0.1818 & 0.2121 & 3.0030 \\ 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 & 0.2500 \\ 0.2591 & 0.2591 & 0.2409 & 0.2409 \end{pmatrix}$$

同理，由文〔1〕中的模型3得评判结果为：

$$A=(0.1195\quad 0.1260\quad 0.2755\quad 0.4790)$$

这表明乙适合于从事学校政治工作或学生班主任等工作。

又如学生丙和学生丁的分数集合分别为；

$$U_3=(75,\ 78,\ 64,\ 78,\ 72,\ 80,\ 88,\ 70,\ 72)$$

$$U_4=(80,\ 82,\ 85,\ 85,\ 88,\ 84,\ 82,\ 75,\ 80)$$

同理可得丙和丁的评判结果分别为：

$$(0.2178\quad 0.1459\quad 0.3815\quad 0.2549)$$

$$(0.2680\quad 0.3011\quad 0.2372\quad 0.1936)$$

这表明学生丙可分配到工矿企业从事一般科技工作，学生丁可分配到大专院校从事本专业的教学工作。

5 结 束 語

按照本文所确定的模型对大学毕业生实行分配，可使复杂的分配工作建立在科学的数学理论的基础上，因而使分配工作更为科学与合理，它排除了来自各方面的人为因素的干扰，杜绝了分配工作上的不正之风，为工作人员坚持原则提供了量化依据。另一方面又为用人单位选拔人才提供了可靠的信息，同时也为毕业生本人选择职业（或单位）提供了依据，从而使他们能根据本人的情况，选择单位，更有效的在新的工作岗位上发挥自己的才能。

本文提出的方法，曾在我校8281班的分配工作中试用，并通过近两年的跟踪检验，效果较好。

参 考 文 献

〔1〕 胡继才．模糊综合评判及地形图质量的评定．武汉测绘科技大学学报，1986（3）．
〔2〕 吴望名，陈永义等．应用模糊集方法．北京师范大学出版社，1985．
〔3〕 姜启源，数学模型．高等教育出版社，1987．

A Fuzz Mathematical Method for College and University Graduate Job Assignment

Hu Jicai

Abstract

In this paper, a mathematical model is set up for college and university graduate job assignment based on fuzzy theory. The weight sequencing of elements is determined by hierarchy analysis. The fuzzy distribution is established by means of trapezoidal distribution, which results in a more scientific and reasonable job assignment for college and university graduates free from human interference. In the paper, instances are cited to illustrate this method, which has been proved feasible and reliable.

【Key words】 a mathematical model; fuzzy distribution; weight sequencing; hierarchy analysis