

DOI: 10.13203/j.whugis20130088

文章编号: 1671-8860(2014)10-1147-06

# 海域航空重力测量数据向下延拓的实用方法

黄谟涛<sup>1</sup> 欧阳永忠<sup>1,2</sup> 刘 敏<sup>3</sup> 翟国君<sup>1</sup> 邓凯亮<sup>1</sup>

1 海军海洋测绘研究所,天津,300061

2 武汉大学测绘学院,湖北 武汉,430079

3 信息工程大学地理空间信息学院,河南 郑州, 450001

**摘要:** 针对航空重力测量向下延拓过程固有的不确定性,根据海域重力场的变化特点和现有技术条件,分别提出了利用卫星测高重力向上延拓和超高阶位模型(EGM2008)直接计算延拓改正数,从而实现航空重力测量向下延拓归算的两种实用方法,联合使用卫星测高、海面船测和航空重力测量数据进行了实际数值计算和精度评估,验证了新方法的有效性。

**关键词:** 航空重力测量; 向下延拓; 不稳定性; 卫星测高; EGM2008 位模型

中图法分类号:P223.4

文献标志码:A

自 20 世纪 80 年代末以来,随着动态差分 GPS 定位定姿手段的广泛应用,航空重力测量技术取得了实质性的突破,航空重力测量向下延拓问题也因此得到了极大关注和深入研究,国内外学者为此提出了许多不同类型的解算方法<sup>[1-6]</sup>。但由于重力场向下延拓过程在数学上属于不适当反问题,模型解存在不稳定性是该问题本身固有的一种属性,即很小的观测噪声(这在现实中是不可避免的)也会引起模型解严重偏离真解<sup>[7]</sup>。因此,无论是早期的迭代求解法<sup>[8]</sup>、最小二乘配置法<sup>[9]</sup>,还是近期的各类正则化方法,都无法确保向下延拓解算结果是绝对稳定、有效的。因为其解算结果的有效性不仅决定于解算方法本身,还决定于航空重力观测数据噪声自身的特性。从已有文献资料情况看,在 3 km 延拓计算高度上,即使采用有针对性的正则化处理方法,向下延拓解算精度一般也只能达到  $\pm(3 \sim 5)$  mGal( $1 \text{ mGal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$ ) 的水平。而要想达到这样的精度,不仅要付出许多细致而又繁琐的数据预处理方面的努力,还要谨慎地处理计算模型参数选择方面的难题。如观测高度归一化、观测数据网格化、边缘效应处理、正则化矩阵和正则化参数选择问题等。总之,现有的航空重力测量向下延拓方法在实际应用中仍存在一定程度的不确定性,其有效性有

待做进一步的改进和完善。为此,本文从实用化角度出发,特别针对海域重力场的变化特点,同时基于现有的技术条件,分别提出了利用卫星测高重力向上延拓和超高阶位模型(EGM2008)直接计算延拓改正数,从而实现航空重力测量向下延拓归算的两种计算方案,其解算结果精度不再依赖于航空重力观测数据的噪声水平,显著简化了向下延拓的计算过程和解算难度。同时对新模型的理论计算精度进行了定量估计,联合使用卫星测高、海面船测和航空重力测量数据进行了实际数值计算和精度评估,证明新方法是可行有效的,具有较高的实用性。

## 1 计算模型与精度估计

### 1.1 延拓计算基本模型

设似地球表面上的重力异常为  $\Delta g_0$ , 对应一定高度上的空中重力异常为  $\Delta g_p$ , 则由重力场解析延拓理论得知<sup>[9]</sup>,  $\Delta g_0$  和  $\Delta g_p$  两者之间的关系可表示为:

$$\begin{aligned}\Delta g_p &= \Delta g_0 + z \frac{\partial \Delta g_0}{\partial z} + \frac{1}{2} z^2 \frac{\partial^2 \Delta g_0}{\partial z^2} + \dots = \\ \Delta g_0 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n \frac{\partial^n \Delta g_0}{\partial z^n} = \\ \Delta g_0 &+ \delta \Delta g_{0p}\end{aligned}\quad (1)$$

收稿日期: 2013-04-29

项目来源: 国家自然科学基金资助项目(41474012, 41174062, 41374018); 国家重大科学仪器设备开发专项资助项目(2011YQ12004503); 国防 973 计划资助项目(613219)。

第一作者: 黄谟涛,高级工程师,博士生导师。主要从事海洋重力场测量理论方法及海洋测深数据处理技术研究。E-mail: Zhaigj@163.com

式中,  $z = h_p - h_0$  代表空间  $P$  点相对于地面  $O$  点的高度差;  $\delta\Delta g_{op}$  代表两点重力异常之间的解析延拓改正数。当已知地面观测值  $\Delta g_0$ , 需要确定空中重力异常  $\Delta g_p$  时, 这样的问题称为向上延拓, 公式为:

$$\Delta g_p = U \Delta g_0 \quad (2)$$

式中,  $U$  称为向上延拓算子(也称正延拓算子)。相反, 就称为向下延拓, 也就是本文要研究解决的主要问题, 其公式为:

$$\Delta g_0 = U^{-1} \Delta g_p = D \Delta g_p \quad (3)$$

式中,  $D$  称为向下延拓算子(也称逆延拓算子)。求解向下延拓问题的基本方法是求逆 Poisson 积分方程, 它属于第一类弗雷德霍姆(Fredholm)积分方程, 是一类典型的不适定反问题, 因此其解算过程是欠稳定的<sup>[7]</sup>。

## 1.2 利用卫星测高数据计算延拓改正数

由式(1)得知, 实现解析延拓计算的关键是如何精确求得延拓改正数  $\delta\Delta g_{op}$ 。为了规避直接求解向下延拓问题的不确定性, 这里特别针对海域重力场变化相对平缓的特点, 首先提出利用当今国际上最新发布的卫星测高重力异常数据集, 通过 Poisson 积分方法进行向上延拓解算, 从而间接求得向下延拓改正数。设由卫星测高反演得到的海面重力异常为  $\Delta g_0^P$ , 对应一定高度上的空中重力异常为  $\Delta g_p^P$ , 则根据 Poisson 积分方程得<sup>[8]</sup>:

$$\Delta g_p^P(r_p, \varphi_p, \lambda_p) = \Delta g_0^P(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ (n-1) \left( \frac{a}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)] \right\} \quad (7)$$

式中,  $GM$  为地球引力常数;  $a$  为地球椭球长半径;  $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$  为完全规范化缔合勒让德函数;  $\bar{C}_{nm}^*$

$$\delta\Delta g_{p0}^P = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ (n-1) \left[ \left( \frac{a}{r_0} \right)^{n+2} - \left( \frac{a}{r_p} \right)^{n+2} \right] \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)] \right\} \quad (8)$$

使用  $\delta\Delta g_{p0}^P$  替代式(6)中的  $\delta\Delta g_{p0}^P$ , 即可完成航空重力测量数据的向下延拓计算:

$$\Delta g_0^P = \Delta g_p^P + \delta\Delta g_{p0}^P = \Delta g_p^P + \delta\Delta g_{p0}^P \quad (9)$$

## 2 精度分析与估计

由前面的论述得知, 本文提出的两种向下延拓算方法都是基于航空重力测量以外的数据源, 通过计算地面点和空中测点之间的重力异常差值, 进而将其近似作为向下延拓改正数, 来完成航空重力测量数据的向下延拓解算。两种方法的归算精度分别决定于卫星测高重力异常和超高阶位模型的分辨率和精度水平。目前最新版本的卫星测高重力数据集如 DTU10, 其空间分辨率为  $1'$

$$\frac{r_0^2(r_p^2 - r_0^2)}{4\pi r_p} \int_{\omega} \frac{\Delta g_0^P(r_0, \varphi_0, \lambda_0)}{\rho^3} d\sigma \quad (4)$$

式中,  $(r_p, \varphi_p, \lambda_p)$  表示空中计算点的三维坐标;  $(r_0, \varphi_0, \lambda_0)$  代表海面流动点的三维坐标;  $\rho$  为计算点与流动点之间的空间距离。因为向上延拓计算过程是稳定收敛的, 所以无论是采用传统的离散化求和法, 还是采用现代的 FFT 技术, 求解式(4)总能给出可靠的向上延拓结果。按式(4)求得空中重力异常  $\Delta g_p^P$  以后, 可进一步按式(5)计算向下延拓改正数:

$$\delta\Delta g_{p0}^P = \Delta g_0^P - \Delta g_p^P \quad (5)$$

将  $\delta\Delta g_{p0}^P$  近似作为航空重力测量向下延拓的改正数  $\delta\Delta g_{p0}^P$ , 即可按式(6)完成航空重力测量数据的向下延拓计算:

$$\Delta g_0^P = \Delta g_p^P + \delta\Delta g_{p0}^P = \Delta g_p^P + \delta\Delta g_{p0}^P \quad (6)$$

## 1.3 利用超高阶位模型计算延拓改正数

考虑到当今国际上发布的超高阶位模型, 如著名的 EGM2008 模型, 在广阔海域与卫星测高反演重力场具有很好的一致性, 同时考虑到在陆海交界地带, 卫星测高数据质量的可靠性明显降低, 难以满足计算延拓改正数的精度要求。为此, 这里提出间接计算航空重力测量向下延拓改正数  $\delta\Delta g_{p0}^P$  的第二种方案, 即直接利用 EGM2008 位模型计算地面点和空中测点之间的重力异常差值, 并将其近似作为向下延拓改正数使用。由位模型计算测点重力异常的公式为<sup>[10]</sup>:

$$\Delta g_p^P(r_p, \varphi_p, \lambda_p) = \Delta g_0^P(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ (n-1) \left( \frac{a}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)] \right\} \quad (7)$$

和  $\bar{S}_{nm}$  为完全规范化位系数。地面点相对空中测点的重力异常差值为:

$$\delta\Delta g_{p0}^P = \frac{GM}{a^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ (n-1) \left[ \left( \frac{a}{r_0} \right)^{n+2} - \left( \frac{a}{r_p} \right)^{n+2} \right] \sum_{m=0}^n [(\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \varphi)] \right\} \quad (8)$$

$\times 1'$ , 在部分海区与船测重力比对的符合度达  $\pm 4$  mGal<sup>[11]</sup>。EGM2008 位模型完全阶次达 2 160 阶, 对应  $5' \times 5'$  空间分辨率, 在全球范围逼近 GPS 水准高程的异常精度达  $\pm 13$  cm, 表示我国大陆地区  $5' \times 5'$  重力异常精度达  $\pm 10.5$  mGal<sup>[12]</sup>。本文利用我国有关部门在不同海域获得的 80 多万个船测重力数据, 分别对 DTU10 卫星测高重力数据集和 EGM2008 位模型进行了外部检核, 整体比对结果如表 1 所示。

从表 1 可以看出, 卫星测高数据和 EGM2008 位模型对我国海域重力场的逼近程度较高, 已经接近于 LCR 型航空重力仪的测量精度水平( $\pm (3 \sim 5)$  mGal)<sup>[13]</sup>。基于以上评估结果, 可根据式(4)按误差传播定律估算卫星测高数据向上延拓

的精度,进而对延拓改正数计算精度做出估计。但必须指出的是,这里提出的延拓改正数计算模型是求两个相关参量的互差,其观测量中的系统性干扰因素必将在求差过程中得到消除或消弱,而不论是卫星测高还是位模型参量,其系统性误差在径向上的相关性要远远大于平面方向。因此,即使观测量自身的绝对精度不高,也可望通过

求差方式获得较高精度的延拓改正数。这也是本文另辟途径探讨航空重力测量向下延拓问题的基本出发点,这一思想与导航定位系统中的差分改正技术具有很大的相似性。考虑到观测误差形成过程与作用机制的复杂性,这里只针对 EGM2008 位模型计算延拓改正数精度进行定量分析。

表 1 DTU10 和 EGM2008 与船测重力比较结果/mGal

Tab. 1 Statistics of Discrepancies Between Ship-borne and DTU10, EGM2008 Gravity Anomalies/mGal

参量	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根	点数
DTU10-船测	-47.36	78.23	0.07	4.86	4.86	829 371
EGM2008-船测	-57.33	76.84	-0.08	5.44	5.44	829 371
DTU10-EGM2008	-48.80	43.05	-0.003	2.24	2.24	743 041

设  $m_{C_{mn}}$  和  $m_{S_{mn}}$  分别代表位模型系数  $\bar{C}_{mn}^*$  与  $\bar{S}_{mn}$  的标准差,依据误差传播律,同时考虑到球谐

$$m_{\delta \Delta g}^2 = \left( \frac{GM}{a^2} \right)^2 \sum_{n=2}^{160} \left\{ (n-1)^2 \left[ \left( \frac{a}{r_0} \right)^{n+2} - \left( \frac{a}{r_p} \right)^{n+2} \right]^2 \sum_{m=0}^n (m_{C_{mn}}^2 + m_{S_{mn}}^2) \right\} \quad (10)$$

式中,  $m_{\delta \Delta g}$  代表延拓改正数中误差。与式(10)相对应的截断误差  $\Delta m_{\delta \Delta g}$  为:

$$\Delta m_{\delta \Delta g}^2 = \left( \frac{GM}{a^2} \right)^2 \sum_{n=2}^{161} \left\{ (n-1)^2 \left[ \left( \frac{a}{r_0} \right)^{n+2} - \left( \frac{a}{r_p} \right)^{n+2} \right]^2 \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{mn}^*{}^2 + \bar{S}_{mn}^2) \right\} \quad (11)$$

使用重力异常阶方差模型表示时,式(11)可

$$\Delta m_{\delta \Delta g}^2 = \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \left[ \left( \frac{a}{r_0} \right)^{n+2} - \left( \frac{a}{r_p} \right)^{n+2} \right]^2 C(\Delta g)_n \right\} \quad (12)$$

式中,  $C(\Delta g)_n$  代表重力异常阶方差。文献[14]对 EGM2008 位模型数据进行拟合计算后,构建

$$\begin{cases} 0.98132 \frac{n-1}{n+100} 1.06252^{n+2} + 595.65818 \frac{n-1}{(n-2)(n+20)} 0.92609^{n+2} & (3 < n \leq 36) \\ 13.43980 \frac{n-1}{n+100} 0.99073^{n+2} + 46.67648 \frac{n-1}{(n-2)(n+20)} 0.99950^{n+2} & (36 < n \leq 36000) \end{cases} \quad (13)$$

本文依据式(10)、式(12)和式(13),对延拓改正数估值精度和截断误差进行了估计,具体结果见表 2。

表 2 EGM2008 位模型计算延拓改正数精度估计/mGal

Tab. 2 Accuracy Evaluation of the Continuation Corrections from EGM2008 /mGal

	高度差( $h_p - h_0$ )/m		
	1 500	3 000	5 000
$m_{\delta \Delta g}$	1.08	1.82	2.48
$\Delta m_{\delta \Delta g}$	1.65	2.33	2.71
总精度	1.97	2.96	3.67

另外,由于航空重力测量的空间分辨率取决于飞行速度和低通滤波器的截止频率,当前测量系统的半波长分辨率一般在几 km<sup>[4]</sup>,其量值与 EGM2008 位模型的空间分辨率基本匹配。因此,使用 EGM2008 位模型计算延拓改正数在精度和分辨率两个方面都具有可行性。

函数的正交性,则可由式(8)导出延拓改正数的计算精度估计公式:

了如下分段重力异常阶方差模型:

$$C(\Delta g)_n =$$

### 3 数值计算与分析

为了验证上述两种延拓改正数计算方案的有效性,在我国南部海域选择  $3^\circ \times 3^\circ$  区块作为主要试验区进行数值计算和比对分析,该区块同时拥有实际航空重力测量、船测重力、卫星测高和位模型 4 类重力异常信息。

#### 3.1 卫星测高与位模型计算方案的符合性检验

首先从卫星测高 DTU10 数据集中读取试验区范围内的  $1' \times 1'$  网格数据,以 EGM2008 位模型(360 阶)作为参考场,利用式(4)Poisson 积分方程进行向上延拓计算,分别求得 3 个不同高度上的卫星测高重力异常,然后按式(5)计算不同高度差的延拓改正数,按式(8)计算相对应高度差的位模型延拓改正数,求前后两组延拓改正数的差值,并计算其均方根值。具体统计结果见表 3。

表3 卫星测高与位模型计算延拓改正数比较/mGal

Tab. 3 Statistics of Discrepancies Between the Continuation Corrections from EGM2008 and DTU10 /mGal

高度/m	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根
1 500	-0.65	1.07	-0.00	0.16	0.16
3 000	-1.95	1.47	-0.00	0.27	0.27
5 000	-2.86	2.14	-0.00	0.39	0.39

综合表1和表3计算结果可以看出,EGM2008位模型与卫星测高DTU10数据集具有很好的一致性,与前者在建模时已经充分利用了当时最好的卫星测高数据集这一事实相符,因此在实际应用中,完全可用前者代替后者计算延拓改正数。据此,本文后面的测试主要针对前者展开。

### 3.2 相对平缓海区试验验证

在前面相同的区块使用实际航空重力测量数据和海面船测重力异常直接计算延拓改正数。其中,航空重力数据由俄罗斯生产的GT-1A型仪器获取,测量平均高度约1 500 m,测线交叉点内符合精度为±2.45 mGal;海面船测数据由美国生产的LCR型仪器获取,测线交叉点内符合精度为±1.45 mGal。两组观测数据的各类统计量见表4。

表4 船测与航空重力数据统计/mGal

Tab. 4 Statistics of the Ship-borne and Airborne Gravity Anomalies/mGal

数据类	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根	点数
船测	-57.80	73.10	-2.57	17.13	17.32	9 290
航空	-30.51	58.17	4.37	17.20	17.75	25 377

以原始船测重力为基础,采用距离加权平均法内插出与航空重力测点相对应的船测重力,求对应点上的船测重力和航空重力的差值 $\delta\Delta g_{\text{船航}}$ 。按式(8)计算相对应测点高度差的延拓改正数 $\delta\Delta g_{\text{位}}$ ,求 $\delta\Delta g_{\text{船航}}$ 和 $\delta\Delta g_{\text{位}}$ 的互差,其统计结果见表5。

表5 海面和航空实测数据计算延拓改正数

与位模型比较/mGal

Tab. 5 Comparisons of the Continuation Corrections from the Ship-borne and Airborne Gravity Anomalies, and EGM2008/mGal

参量	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根	点数
$\delta\Delta g_{\text{船航}}$	-8.75	25.17	3.35	2.99	4.49	25 146
$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-7.85	13.86	-0.28	1.76	1.79	25 146
$\delta\Delta g_{\text{船航}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-7.93	19.83	3.63	1.70	3.08	25 146

由表5结果看出,虽然互差( $\delta\Delta g_{\text{船航}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$ )

的大小在可接受的范围内,但与延拓改正数 $\delta\Delta g_{\text{船航}}$ 和 $\delta\Delta g_{\text{位}}$ 的自身大小相比,该量值还是显得偏大。其原因可能跟该测区属于岛礁区有关,复杂的地理环境必定会对船测和航空重力测量成果质量造成一定的影响,加上利用分布不够均匀的测线数据来内插对应点的延拓改正数 $\delta\Delta g_{\text{船航}}$ ,也必定会引入额外的插值误差。因此,表5结果未必能够真实地反映位模型延拓改正数 $\delta\Delta g_{\text{位}}$ 的计算精度,因为作为比对基准的 $\delta\Delta g_{\text{船航}}$ 可能存在较大误差。这说明要想得到具有代表性的结论,还需要做更多的试算和分析。为此,本文将该测区的船测数据进行网格化处理,得到测区中部 $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ 范围内的 $2' \times 2'$ 网格数据,然后按§3.1相同的思路计算基于海面实测数据的延拓改正数,并将其与位模型延拓改正数进行比较,具体结果见表6。

表6 相对平缓海区船测数据计算延拓改正数

与位模型比较/mGal

Tab. 6 Comparisons of the Continuation Corrections from the Ship-borne Gravit Anomalies and EGM2008 in Genetle Sea/mGal

高度/m	参量	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根
	船测数据与位模型互差	-25.61	41.56	-3.10	6.05	6.80
1 500	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-7.95	13.38	-1.14	2.14	2.43
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-7.30	16.16	0.18	2.18	2.19
	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-4.69	1.60	-1.32	0.77	1.53
3 000	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-21.49	13.34	0.09	2.27	2.27
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-9.31	10.12	-0.03	1.82	1.82
	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-21.22	6.94	0.13	1.09	1.10
5 000	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-26.53	10.94	0.00	3.65	3.65
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-16.35	9.04	-0.31	2.98	3.00
	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-25.58	8.46	0.32	1.54	1.57

为了说明位模型延拓改正数的计算精度并不取决于位模型自身的绝对精度,表6第一行同时给出了相同区域位模型重力异常与船测重力的比对结果。由表6可以看出,即使位模型与海面船测重力比对的系统性偏差超过3 mGal,均方根误差接近±7 mGal,由位模型计算延拓改正数的精度仍达到±1.6 mGal,系统性偏差也很小。这个结果再次证明,通过差分方式能够获取较高精度的延拓改正数。

### 3.3 相对复杂海区试验验证

由表4统计结果知,前面所做的数值计算与分析的试验区重力场变化比较平缓,延拓改正数的量值相对较小。为了进一步了解位模型差分计算方案在复杂海区的适用性,这里特别增选一个船测重力变化比较激烈的区块进行与表6类同的

试验。其中,区块大小为 $4.5^\circ \times 4^\circ$ ,主测线间距小于 $5'$ ,测线交叉点内符合精度为 $\pm 0.68$  mGal。具体试算结果见表7。图1同时给出了3 000 m高度下的 $\delta\Delta g_{\text{船}}$ 、 $\delta\Delta g_{\text{位}}$ 和 $(\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}})$ 等值线图。从图1可清晰看出位模型延拓改正数与实测数据计算结果的一致性和均匀度,不存在明显的边缘效应。

表6和表7是针对在不同复杂程度重力场区域、不同飞行高度开展航空重力测量而设计的模拟试验验证,其目的是进一步了解在不同测量条件下,延拓改正数自身量值及其相应计算误差大小的变化情况。以上试验结果说明,利用EGM2008模型计算延拓改正数,将航空重力数据向下延拓是有实际意义的。这一结论对该方法的推广应用至关重要。

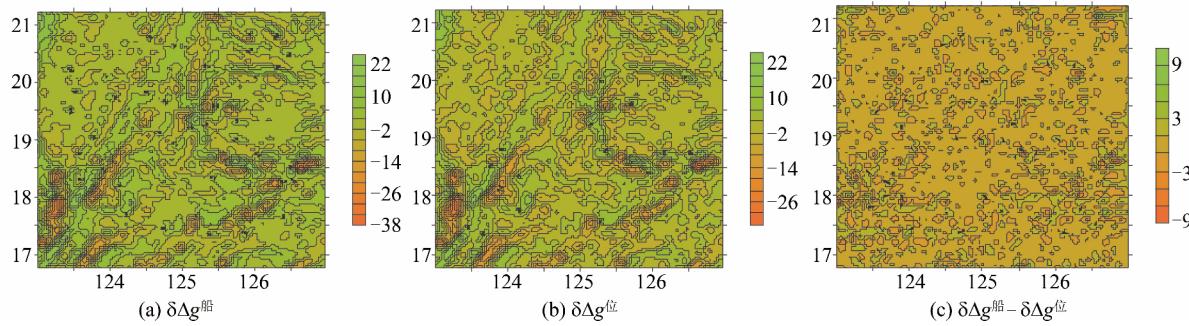


图1 3 000 m高度延拓改正数及其互差等值线图

Fig. 1 Contour Maps of Continuation Corrections and Their Differences to 3 000 m

## 4 结语

1) 卫星测高数据和超高位模型均可用于计算海域航空重力测量向下延拓改正数,两种计算方案结果相近。从实用角度出发,特别是在近岸和陆海交界带,应优先考虑使用超高位模型。

2) 使用EGM2008位模型计算海域航空重力测量向下延拓改正数,其精度随延拓高度和重力场复杂程度的增大而降低。在5 000 m高度下,其理论估计精度优于 $\pm 4$  mGal,实际比对精度优于 $\pm 2$  mGal。计算结果与航空重力测量噪声大小无关。

3) 利用超高位模型计算向下延拓改正数,不仅解算结果稳定可靠,而且实现过程快捷简便,不需要对观测数据作高度归一化、网格化、去边缘效应等预处理,相对降低了航空重力测量测线布设的要求,可对不同高度的测点进行逐点计算。

4) 超高位模型是否适用于计算陆部航空

表7 相对复杂海区船测数据计算延拓改正数与位模型比较/mGal

Tab. 7 Comparisons of the Continuation Corrections from the Ship-borne Gravity Anomalies and EGM2008 in Complex Sea/mGal

高度/m	参量	最小值	最大值	平均值	标准差	均方根
	船测数据	-100.76	91.14	5.45	21.00	21.70
1 500	船测数据与位模型互差	-24.53	15.07	-2.25	2.90	3.67
	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-28.98	17.86	-1.02	3.87	4.00
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-28.32	19.25	-0.06	3.92	3.92
3 000	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-4.69	1.88	-0.95	0.69	1.18
	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-40.80	24.75	-0.05	5.40	5.40
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-35.18	23.30	-0.09	5.15	5.15
5 000	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-8.72	10.63	0.04	1.29	1.29
	$\delta\Delta g_{\text{船}}$	-49.64	29.15	0.02	6.95	6.95
	$\delta\Delta g_{\text{位}}$	-42.48	27.28	-0.12	6.55	6.55
	$\delta\Delta g_{\text{船}} - \delta\Delta g_{\text{位}}$	-11.73	15.07	0.15	1.79	1.79

重力测量向下延拓改正数,还需要做进一步的验证和分析。在地形变化激烈的陆部,可考虑使用地形数据改善位模型延拓改正数的计算精度。

## 参考文献

- [1] Jekeli C. The Downward Continuation of Aerial Gravimetric Data Without Density Hypothesis [J]. *Bull Geod*, 1987, 61(3): 319-329
- [2] Keller W, Hirsch M. Downward Continuation Versus Free-air Reduction in Airborne Gravimetry [C]. IAG Symposium 112: Geodesy and Physics of the Earth, Berlin: Springer Verlag, 1992
- [3] Wang Xingtao, Shi Pan, Zhu Feizhou. Regularization Methods and Spectral Decomposition for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2004, 33(1):33-38(王兴涛,石磐,朱非洲.航空重力测量数据向下延拓的正则化算法及其谱分解[J].测绘学报,2004,33(1):33-38)
- [4] Sun Zhongmiao. Theory, Methods and Applications of Airborne Gravimetry[D]. Zhengzhou: Informa-

- tion Engineering University, 2004(孙中苗. 航空重力测量理论、方法及应用研究[D]. 郑州: 信息工程大学, 2004)
- [5] Jiang Tao, Li Jiancheng, Wang Zhengtao, et al. Solution of Ill-posed Problem in Downward Continuation of Airborne Gravity[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2011, 40(6): 684-689(蒋涛, 李建成, 王正涛, 等. 航空重力向下延拓病态问题的求解[J]. 测绘学报, 2011, 40(6): 684-689)
- [6] Wu Taiqi, Deng Kailiang, Huang Motao, et al. An Improved Singular Values Decomposition Method for Ill-posed Problem[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(8): 900-903(吴太旗, 邓凯亮, 黄谟涛, 等. 一种改进的不适定问题奇异值分解法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2011, 36(8): 900-903)
- [7] Wang Yanfei. Computational Methods for Inverse Problems and Their Applications [M]. Beijing: Higher Education Press, 2007(王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 2007)
- [8] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy[M]. San Francisco: Freeman W H and Company, 1967
- [9] Moritz H. Advanced Physical Geodesy [M]. Karlsruhe: Herbert Wichmann Verlag, 1980
- [10] Huang Motao, Zhai Guojun, Guan Zheng, et al. The Determination and Application of Marine Gravity Field[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2005(黄谟涛, 翟国君, 管铮, 等. 海洋重力场测定及其应用[M]. 北京: 测绘出版社, 2005)
- [11] Andersen O B, Knudsen P. The DNSC08GRA Global Marine Gravity Field from Double Retracked Satellite Altimetry[J]. *J Geod*, 2010(3), 84: 191-199
- [12] Zhang Chuanyin, Guo Chunxi, Chen Junyong, et al. EGM2008 and Its Application Analysis in Chinese Mainland[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2009, 38(4): 283-289(章传银, 郭春喜, 陈俊勇, 等. EGM2008 地球重力场模型在中国大陆适用性分析[J]. 测绘学报, 2009, 38(4): 283-289)
- [13] Sun Zhongmiao, Zhai Zhenhe, Li Yingchun, et al. Concurrent Flight Test of LaCoste & Romberg (LCR) Airborne Gravimeter II and I System[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2012, 32(2): 24-27(孙中苗, 翟振和, 李迎春, 等. LCR II型和 I 型航空重力仪的同机飞行试验[J]. 大地测量与地球动力学, 2012, 32(2): 24-27)
- [14] Zhai Zhenhe, Ren Hongfei, Sun Zhongmiao. Construction of Gravity Anomaly Degree Variance Model and Application in Computation of Spectral Sensitivity of Disturbing Gravity Functions[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(2): 159-164(翟振和, 任红飞, 孙中苗. 重力异常阶方差模型的构建及其在扰动场元频谱特征计算中的应用[J]. 测绘学报, 2012, 41(2): 159-164)

## Practical Methods for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data in the Sea Area

HUANG Motao<sup>1</sup> OUYANG Yongzhong<sup>1,2</sup> LIU Min<sup>3</sup> ZHAI Guojun<sup>1</sup> DENG Kailiang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Navel Institute of Hydrographic Surveying and Charting, Tianjin 300061, China

<sup>2</sup> School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>3</sup> Institute of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

**Abstract:** Two practical downward continuation methods are proposed for the sea surveying areas in accordance with their gravity characteristics and available information addressing the uncertainty of downward continuation for airborne gravity data. In the first method, the continuation corrections are calculated by using the upward continuation of satellite gravity data, and in the other, by using EGM2008 gravity field model. A satellite gravity data set, two sea-borne gravity data sets, and an airborne gravity data set are used as a case study to test the efficiency of these new methods.

**Key words:** airborne gravimetry; downward continuation; instability; satellite altimetry; EGM2008

**First author:** HUANG Motao, PhD, senior engineer. He is engaged in the studies of marine gravity field and data processing for marine surveying. E-mail: Zhaigj@163.com

**Foundation support:** The National Natural Science Foundation of China, Nos. 41474012, 41174062, 41374018; the Great Scientific Instrument Development Project of China, No. 2011YQ12004503; the National 973 Program of China, No. 613219.