

# 集成距离变换和区域邻接图生成 Delaunay 三角网的方法研究

沈 晶<sup>1</sup> 刘纪平<sup>1</sup> 林祥国<sup>1</sup> 赵 荣<sup>1</sup>

(1 中国测绘科学研究院,北京市海淀区莲花池西路 28 号,100830)

**摘 要:**基于距离变换和区域邻接图,提出了一种 D-TIN(包括约束的 D-TIN)的生成方法。利用 D-TIN 是 Voronoi 图的几何对偶这一特性,使用距离变换获取点的 Voronoi 图,使用区域邻接图获取点在该 Voronoi 图上的空间邻接关系,以生成 D-TIN 或者约束的 D-TIN。实验表明,与经典的基于数学形态学生成的 D-TIN 和约束 D-TIN 的方法相比,本文算法可以分别提高约 57.70%和 56.64%的效率。  
**关键词:**距离变换;区域邻接图;Delaunay 不规则三角网;Voronoi 图;数学形态学  
**中图法分类号:**P208

Delaunay 不规则三角网(Delaunay triangulated irregular network,D-TIN)是由俄国数学家 Delaunay 于 1934 年根据 Voronoi 图推演出来的。由于 D-TIN 具备了空外接圆、最大的最小角两个性质,使得按照 Delaunay 三角剖分获取的三角形能最大限度地避免狭长三角形的出现,保证三角网中的三角形满足近似等边(角)性,并且保持三角形构网具有唯一性。上述优点使得 D-TIN 成为目前应用最为广泛的三角剖分方法。已有学者提出了多种 D-TIN 的生成算法,如李志林、朱庆<sup>[1]</sup>、汤国安等<sup>[2]</sup>和周启鸣、刘学军<sup>[3]</sup>对已有的基于矢量的相关方法进行了详细的综述,其中列举了一些比较典型的方法,如分裂合并法、逐点插入法和三角网生长法等。在使用栅格的方式建立 D-TIN<sup>[1]</sup>的方法中,已有的方法是基于数学形态学的,如李德仁和陈晓勇<sup>[4]</sup>提出使用形态学的膨胀、序贯膨胀和条件序贯膨胀等算子生成 D-TIN。近年来,陈鹰和林怡<sup>[5,6]</sup>使用了类似的方法生成 D-TIN,但该类方法在运算过程中需要频繁地进行条件序贯膨胀,这降低了算法的效率。欧氏距离变换已经被证实是生成 Voronoi 的一种高效方法<sup>[7,8]</sup>;同时,区域邻接图(region adjacency graphs,RAG)可以被用来快速检测点在 Voronoi 上的空间关系,以辅助 D-TIN 的生成,减少频繁

的条件序贯膨胀操作。基于此,本文提出了一种通过距离变换与 RAG 集成来生成 D-TIN 的方法。

## 1 原理介绍

### 1.1 距离变换

距离变换是计算并标识空间点集各点到参照体的距离的变换或过程。本文中的距离变换特指欧氏距离变换。采用距离平方值代替距离值参与运算,将减少计算量,并极大地提高距离值精度(理论上采用距离平方值(SqD)将没有计算误差)。每个栅格单元的 SqD 值需要根据周围的 8 邻域栅格单元的 SqD 来判断,它们的关系如图 1 所示。这 8 个栅格单元的 SqD 值按图 1 依次标记为 SqD<sub>1</sub>,SqD<sub>2</sub>,…,SqD<sub>8</sub>。欧氏距离变换方法如下<sup>[7]</sup>:

1) 赋所有实体点为 0 值,并赋所有非实体空间点为一足够大的正数 M。

2) 顺序访问(从左下角到右上角),即行号和列号均按 0,1,2,⋯递增,按下式改写各点平方值:

$$\text{SqD}(i,j) = \min[\text{SqD}_1(i,j),\text{SqD}_2(i,j),\text{SqD}_3(i,j),\text{SqD}_4(i,j),\text{SqD}(i,j)] \quad (1)$$

其中,  $SqD_1(i, j) = SqD(i - 1, j) + 1.0$ ,  $SqD_2(i, j) = SqD(i - 1, j - 1) + 2.0$ ,  $SqD_3(i, j) = SqD(i - 1, j) + 1.0$ ,  $SqD_4(i, j) = SqD_4(i - 1, j + 1) + 2.0$ 。

3) 逆序访问(从右上角到左下角),并改写各点平方值:

$$SqD(i, j) = \min[SqD_5(i, j), SqD_6(i, j), SqD_7(i, j), SqD_8(i, j), SqD(i, j)] \quad (2)$$

其中,  $SqD_5(i, j) = SqD(i, j + 1) + 1.0$ ,  $SqD_6(i, j) = SqD(i + 1, j + 1) + 2.0$ ,  $SqD_7(i, j) = SqD(i, j + 1) + 1.0$ ,  $SqD_8(i, j) = SqD_4(i + 1, j - 1) + 2.0$ 。

4) 改写各点距离平方值为距离值:

$$C(i, j) = \text{int}\{[SqD(i, j)]^{1/2} + 0.5\} \quad (3)$$

按上述算法可迅速完成欧氏距离变换。

8	7	6
1	SqD	5
2	3	4

图 1 8 邻接像素的编号  
Fig. 1 Numbering of 8-neighborhood

1.2 区域邻接图(RAG)

RAG 表示图像中一个标号区域与其他邻接标号区域之间的关系,它主要强调由标号区域构成的标号图像的划分。RAG 中的节点表示区域,节点之间的弧线表示区域的公共边界,如图 2 所示。RAG 形成的基本过程如下:① 对标号图像上的每一个标号,在区域邻接图建立一个对应的节点,标记为  $R_n$ ;② 顺序扫描标号影像,并在每一个像素角标  $[i, j]$  完成下列各步;③ 令  $Label_1 = Label[i, j]$  ( $i$  为行号,  $j$  为列号);④ 先后查看像素  $[i, j]$  的右邻接像素  $[i, j + 1]$  和下邻接像素  $[i + 1, j]$ , 令  $Label_2$  分别等于  $Label[i, j + 1]$  和  $Label[i + 1, j]$ , 若  $Label_1 \neq Label_2$ , 查看对 RAG 的节点  $R_{Label_1}$  和  $R_{Label_2}$  之间是否已经建立了连接, 如果没有, 则增加一条弧线, 以建立连接;⑥ 回到步骤②继续循环执行, 直到遍历完毕。

2 生成 D-TIN 的技术流程

利用 D-TIN 是 Voronoi 图的几何对偶这一特性,通过生成 Voronoi 图来间接获取 D-TIN。其算法过程如下:

1) 离散点数据的规则化。设离散数据在水

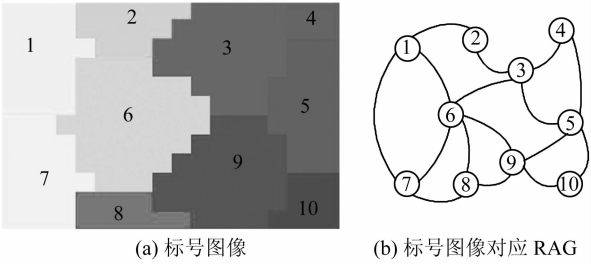


图 2 标号图像的 RAG  
Fig. 2 RAG of Alabeled Image

平面上投影的宽度为  $w(m)$ , 长度为  $h(m)$ , 且每一个点有一个唯一的标号 ID。① 由离散点数据生成实体影像。待生成的实体影像的空间分辨率为  $c(m/\text{像素})$ , 宽度为  $W = w/c(\text{像素})$ , 长度为  $H = h/c(\text{像素})$ 。根据离散点与实体影像像素点一一对应的关系, 给实体影像赋值, 有点落入的像素赋值为 0, 记为实体; 否则, 赋值为一个足够大的数  $M_1$ 。注意, 生成影像的分辨率  $c$  取值要比较小, 以避免有多个点落入同一像素内。② 生成标号影像。生成一个与实体影像相同大小的辅助影像, 记为标号影像。如果一个像素内落入一个点, 则将该点的标号 ID 赋给该像素; 如果没有落入点, 则将该像素赋值为无效值。

2) 对实体影像进行距离变换, 以实现对标号影像的最邻近内插。同时打开实体影像和标号影像:① 顺序访问实体影像的各个栅格, 行号和列号按  $0, 1, 2, \dots$  的顺序依次访问, 并按照式(1)改写各点的平方值。顺序访问过程中, 对当前待处理的像素在确定其最小距离值的同时, 记录传播该距离值给当前像素的位置, 并将该位置处的标号影像值赋给待处理的像素对应的标号影像上的当前像素, 作为最新的标号值。② 逆序访问各个栅格, 并按照式(2)改写各栅格点的平方值。逆序访问过程中, 对当前待处理的像素在确定其最小距离值的同时, 记录传播该距离值给当前像素的位置, 并将该位置处的标号影像值赋给待处理的像素对应的标号影像上的当前像素, 作为最新的标号值。图 3(a) 和 3(b) 分别是对实体影像进行距离变换和对标号影像进行最邻近内插的结果, 其中图 3(b) 中, 每个标号的 Voronoi 区域显示为同一颜色。

3) 对标号影像进行区域邻接分析。通过确定标号影像上标号间的邻接关系来间接地确定离散激光脚点的拓扑关系。

4) 生成 D-TIN。根据上述 RAG, 基于标号与离散点的一一对应关系生成 D-TIN, 具体过程如下:① 顺序读取离散点数据, 对于当前点, 根据

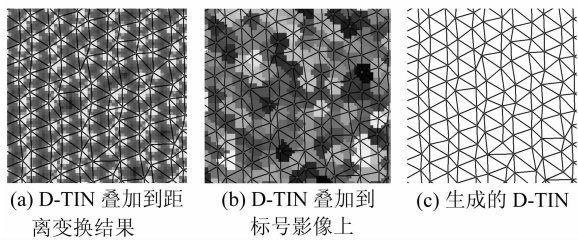


图 3 基于距离变换和区域邻接图的 D-TIN 生成  
Fig. 3 D-TIN Generation by Integration of Distance Transformation and Region Adjacency Graphics

其对应的 Label 号查找其在对应区域邻接链表中的位置;② 在区域邻接链表中搜索该点所有的邻接点;③ 顺序遍历该点的所有邻接点,对于每一邻接点,找到该邻接点在区域邻接链表中的位置,查找其所有的邻接点,如果其邻接点中有与当前点的邻接激光脚点相同的点,则形成一个闭合的三角形,加到 D-TIN 中;④ 一个点处理完毕,回到步骤①重复以上步骤,直到循环完毕。

图 3(c)显示了使用本文方法生成的某 TIN 的局部放大图。可以看出,该 TIN 完全符合 D-TIN 的各种特性。对于约束 D-TIN,借助了障碍欧氏距离变换的方法,只需在前述欧氏距离变换算法的基础上进一步把障碍物集合扩展进原始点的集合,同时扩展到标记影像。具体操作如下:① 在原算法生成标号影像时,如有障碍物区域,则将像素标记为 L。② 在对实体影像进行距离

变换,以实现对标号影像的最邻近内插过程中,在步骤①的基础上把所有障碍物区域的距离值赋以另一足够大的整数  $M_2$ ,并且设  $M_2 \gg M_1$ 。在距离变换过程中,若值为  $M_2$  的点均不作处理,即不改写它们的距离平方值。③ 在对标号影像进行区域邻接分析时,如果一个区域与标号为 L 的区域邻接,则不添加此区域与标号为 L 的区域的链接到列表。

3 实 验

基于本文提出的算法,在 VC++ 6.0 IDE 下开发了一个 D-TIN(包括约束 D-TIN)生成的原型系统,该系统同时实现了文献[5]的算法。为了比较算法的性能,本文使用了 10 个不同场景的数据,且其数据量按由小到大的顺序排列,同时采用本文方法和文献[5]算法进行 D-TIN 和约束 D-TIN 的生成实验,并采用定性和定量两种方式评价算法的性能。实验中,机器的配置为 Dell Precision Workstation T5400, Intel Xeon 2. 50 GHz, Plus 2. 49 GHz CPU, 3 GB 内存。定性评价通过目视观察,检查两者构网的结果是否趋于一致,结果中是否存在错误等;定量评价通过耗时衡量算法的效率。两种算法的统计数据见表 1,在运算过程中,两种算法使用了同样分辨率的影像。

表 1 两种基于栅格的方式生成 D-TIN 和约束 D-TIN 时的性能对比表

Tab. 1 Performance Comparison of Two Methods for D-TIN and Constrained D-TIN by Means of Raster Image Operation

点数/个		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		12 086	25 632	45 784	67 432	95 742	123 753	156 843	187 246	214 694	234 567
D-TIN 耗时/s	文献[5]算法	71	132	202	285	369	454	532	683	801	959
	本文算法	48	64	85	112	149	188	221	252	271	301
约束 D-TIN 耗时/s	文献[5]算法	83	142	221	312	386	475	563	703	843	1 009
	本算法	53	71	99	126	163	204	224	284	306	332

图 4 显示了其中一个数据生成的 D-TIN 和约束 D-TIN。通过目视检查,发现两种算法在 10 个数据中生成的 D-TIN 和约束 D-TIN 是完全一致的,而且都具备了空外接圆、最大的最小角这两个性质。同时,表 1 的统计数据说明,本文算法的效率比文献[5]算法的效率在生成 D-TIN 时平均高约 57. 70%,在生成约束 D-TIN 时平均高约 56. 64%。并且在使用第 1 个数据生成 D-TIN 时,本文算法的时间节省约 32%,而在使用最后一个数据生成 D-TIN 时,本文算法的时间节省约 69%;在生成约束 D-TIN 时,两个数据的时间节省分别为 36%和 67%。这说明本文算法的效率

随着数据量的增大有提高的趋势。

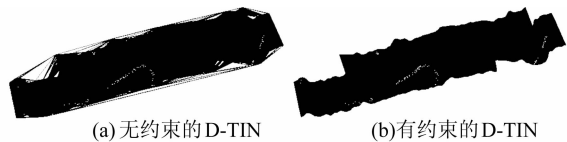


图 4 基于本文方法生成的 D-TIN 和约束 D-TIN  
Fig. 4 D-TIN and Constrained D-TIN Generated by Our Proposed Method

文献[5]提出的算法由于形态学的膨胀、序贯膨胀和条件序贯膨胀的操作比较耗时,而且图像越大,耗时越多,制约了算法的效率。相比较而言,距离变换和 RAG 的建立过程耗时较少,这提

高了本文算法的效率。

4 结 语

本文基于距离变换和区域邻接图提出了一种 D-TIN 的生成方法。该方法利用了 D-TIN 是 Voronoi 图的几何对偶这一特性,使用距离变换获取 Voronoi 图,使用 RAG 获取点在 Voronoi 图上的空间邻接关系,以生成 D-TIN。在保证结果正确性的前提下,本文方法比传统方法具有更高的效率。但是,本文方法也还有一定的局限性,它要求原始数据中不得出现重复的点,而且处理的数据量有限,不适合处理海量的数据。

参 考 文 献

[1] 李志林,朱庆. 数字高程模型[M]. 2 版. 武汉:武汉大学出版社,2007

[2] 汤国安,刘学军,闫国年. 数字高程模型及地学分析的原理与方法[M]. 北京:科学出版社,2005

[3] 周启鸣,刘学军. 数字地形分析[M]. 北京:科学出版社,2005

[4] 李德仁,陈晓勇. 用数学形态学变换自动生成 DTM 三角形格网的方法[J]. 测绘学报,1990,19(3): 61-172

[5] 陈鹰,林怡. 基于数学形态学的 TIN 和 GRID 自动生成研究[J]. 测绘学报,2002,31(增刊): 86-91

[6] 林怡,陈鹰. 用立体影像匹配和数学形态变换自动生成 DEM[J]. 中国图像图形学报,2003,8(4): 447-452

[7] 胡鹏,游澹,杨传勇,等. 地图代数[M]. 2 版. 武汉:武汉大学出版社,2006

[8] Li Chengming, Chen Jan, Li Zhilin. Raster-based Methods for Generation of Voronoi Diagrams for Spatial Objects[J]. International Journal of GIS. 1999, 13(3): 209-225

[9] 陈飞,胡鹏,王秀芳,等. 基于距离变换的提取和识别点状符号的方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2007,32(12): 1 172-1 175

第一作者简介:沈晶,博士,博士后,主要研究方向为数据挖掘、机载 LiDAR 数据处理与信息提取。  
E-mail:shenjing00@163.com

A Method for Delaunay Triangulation by Integration of Distance Transformation and Region Adjacency Graphics

SHEN Jing<sup>1</sup> LIU Jiping<sup>1</sup> LIN Xiangguo<sup>1</sup> ZHAO Rong<sup>1</sup>

(1 Chinese Academy of Surveying and Mapping, 28 West Lianhuachi Road, Haidian District, Beijing 100830, China)

**Abstract:** A method for D-TIN or constrained D-TIN generation by integration of distance transformation (DT) and region adjacency graphics (RAG) is proposed. Its basic idea is that Delaunay triangulation is the dual structure of the Voronoi diagram. Concretely, DT is used to obtain Voronoi diagram while RAG is used to find spatial relationships between discrete points on building Voronoi diagram, which is helpful to from the D-TIN. Compared to the typical method with which mathematical morphology is used, our proposed method is capable of increasing the efficiencies approximately 57.70% and 56.64% on average for D-TIN and constrained D-TIN generation respectively.

**Key words:** distance transformation; region adjacency graphics; Delaunay triangulated irregular network; Voronoi diagram; mathematical morphology

About the first author: SHEN Jing, Ph.D, post-doctoral fellow, majors in spatial data mining, airborne LiDAR data processing and information extraction.  
E-mail: shenjing00@163.com