

# 利用 GPS 测量监测 VLBI 天线参考点的仿真分析

李金岭<sup>1</sup> 张津维<sup>1,2</sup>

(1 中国科学院上海天文台,上海市南丹路 80 号,200030)  
(2 中国科学院大学,北京市玉泉路 19 号甲,100049)

**摘 要:**根据 VLBI 天线旋转状态进行参数化建模以实现天线监测的理念日益受到重视,有望进行全天候、全自动监测而不影响望远镜的正常观测运行时间。为考察原理可行性,设计监测方案和开发资料处理软件,本文在观测方程构建、解算参数设置和约束条件选取等方面提出了新的见解,对利用 GPS 数据监测 VLBI 天线进行了仿真分析。

**关键词:**VLBI;参考点;轴线偏差;GPS;仿真分析

**中图法分类号:**P228.42; P228.6

长期以来,对 VLBI 天线不动点和轴线偏差的高精度监测一直是天测与测地领域重点关注的课题之一<sup>[1-3]</sup>。至今较为成熟的监测方法为<sup>[4-7]</sup>：  
① 特别限定天线的一维旋转,比如方位俯仰式(Az-El)座架下,保持方位在一轮测量中为固定值,仅改变俯仰,从局部监测网对天线上安装的多个合作目标进行定位测量,获得合作目标的圆(弧)形轨迹,进而由圆心坐标确定水平轴在局域网中的位置和定向;  
② 保持俯仰为固定值,仅改变方位,以测定垂直轴在局域网中的位置和定向。上述方法的主要问题为效率低下,尤其是占用了望远镜的有效使用时间,也受到气象、天光等条件的严重限制,监测精度和时效性受到限制。

近年来逐步建立了不再特别限定天线旋转方式的全新监测理念<sup>[8-12]</sup>,即根据天线具体的座架情况和场地条件,首先建立天线旋转的参数化数学模型,进而将天线上某点的坐标与局域网联系起来。之后,通过光学和 GPS 等手段观测获得天线上某点在局域网中的坐标,以此解算天线转动模型的参数,包括参考点坐标、轴线偏差、轴的定向等,实现对天线的监测。这种天线监测理念的优越性在于,不影响望远镜的正常观测运行时间,而是在天测与测地观测运行之中来完成对天线的监测。如此有望实现全天候、全时段、全自动、高

精度和高时效监测。

为考察新理念的可行性,设计 GPS 接收机在 VLBI 天线上的布设方案和开发资料解析软件,本文对利用 GPS 数据监测 VLBI 天线参考点和轴线偏差进行了仿真分析,并在观测方程构建、解算参数设置和约束条件选择等方面提出了新见解。

## 1 天线旋转模型和解算参数设置

如图 1 所示,以 Az-El 天线座架为例,设  $a$ 、 $e$  分别为方位、俯仰轴,并表示在局域监控网中的方向矢量。依照惯例,方位零点为北向,向东度量为正;俯仰零点为地平,向天顶为正。 $a$  为主轴、与地基固连, $e$  为附轴,绕  $a$  轴旋转。VLBI 天线绕  $e$  轴旋转改变俯仰角、随  $e$  轴绕  $a$  轴旋转改变方位角。设  $f$  为  $a$ 、 $e$  轴公垂线的长度,即轴线偏差, $F$ 、 $S$  为公垂线在  $a$ 、 $e$  轴上的垂足。 $F$  相对于局域网的位置不随天线指向的改变而变化,依照惯例选择为天线的参考点。假设经大地测量方法在天线周围建立了本地参考架  $O-ijk$ , $O$  为原点,其地心坐标准确已知, $i$ 、 $j$ 、 $k$  为右手三元基,分别为东、北、上方向。若设法测定了天线某初始状态时在  $O-ijk$  中  $F$  的坐标、 $f$  的长度,以及  $a$ 、 $e$  轴的定

向,则可预测 VLBI 天线相对于初始状态在任意指向时的相位中心改正。

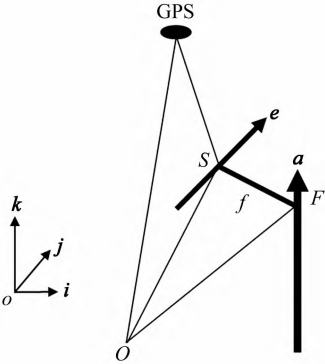


图 1 VLBI 天线参考点 GPS 监测示意图  
Fig. 1 Diagram of VLBI Antenna Reference Point Monitoring by GPS Observations

图 1 中,GPS 所示为固连在 VLBI 天线上的

GPS 接收机(接收天线),通过与局域网中其他 GPS 接收机的联合观测可以确定其在本地参考架  $O-ijk$  中的坐标矢量  $\boldsymbol{G}=[x \ y \ z]^T$ ,根据图 1 所示几何关系可将天线的旋转模型化为<sup>[8-12]</sup>:

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{R}_a(A)(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{F})+\boldsymbol{R}_a(A)\boldsymbol{R}_e(E)\boldsymbol{g}$$

(1)

其中, $\boldsymbol{F}=\overrightarrow{OF}$ 为参考点在本地参考架中的坐标,不随天线指向变化; $A$ 、 $E$  为天线指向的方位、俯仰角; $\boldsymbol{S}=\overrightarrow{OS}$ 为  $A=0$ 、 $E=0$  时的矢量, $S$  点的坐标随方位角的改变而变化; $\boldsymbol{g}$  为 GPS 接收机相对于 VLBI 天线固连参考架的坐标,不随天线指向发生变化。简单起见,假设天线固连参考架在  $A=0$ 、 $E=0$  时的坐标轴分别与  $O-ijk$  的平行,且原点位于  $S$  点。 $\boldsymbol{R}_a(A)$ 、 $\boldsymbol{R}_e(E)$  分别为绕  $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  轴旋转  $A$ 、 $E$  角度的转换矩阵。右手系中绕矢量  $\boldsymbol{v}=[i \ j \ k]^T$  旋转  $\theta$  角(沿矢量方向逆时针旋转为正)的转换矩阵  $\boldsymbol{R}_v(\theta)$  为:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R}_v(\theta) &= \boldsymbol{R}_3(-\lambda)\boldsymbol{R}_2(\varphi-\pi/2)\boldsymbol{R}_3(-\pi/2)\boldsymbol{R}_3(-\theta)\boldsymbol{R}_3(\pi/2)\boldsymbol{R}_2(\pi/2-\varphi)\boldsymbol{R}_3(\lambda) \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta+i^2(1-\cos\theta) & ij(1-\cos\theta)-k\sin\theta & ik(1-\cos\theta)+j\sin\theta \\ ij(1-\cos\theta)+k\sin\theta & \cos\theta+j^2(1-\cos\theta) & jk(1-\cos\theta)-i\sin\theta \\ ik(1-\cos\theta)-j\sin\theta & jk(1-\cos\theta)+i\sin\theta & \cos\theta+k^2(1-\cos\theta) \end{bmatrix} \\ &= \cos\theta \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + (1-\cos\theta) \begin{bmatrix} i^2 & ij & ik \\ ij & j^2 & jk \\ ik & jk & k^2 \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} 0 & -k & j \\ k & 0 & -i \\ -j & i & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(2)

其中, $(\lambda,\varphi)$  为与  $(i,j,k)$  对应的球面坐标,按常规定义。 $\boldsymbol{R}_i(i=2,3)$  为绕第 2、3 轴的右转换矩阵。

以  $\boldsymbol{G}$  为观测量, $A$ 、 $E$  为已知量,由天线系统控制和读取,以  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{S}$ 、 $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$ 、 $\boldsymbol{g}$  为待求参数,其中, $\boldsymbol{S}$ 、 $\boldsymbol{e}$ 、 $\boldsymbol{g}$  均对应于  $A=0$ 、 $E=0$  时的天线状态。解算中附加以下约束<sup>[12]</sup>:

$$|\boldsymbol{a}|=1, |\boldsymbol{e}|=1$$

(3)

$$(\boldsymbol{S}-\boldsymbol{F})\cdot\boldsymbol{a}=0, (\boldsymbol{S}-\boldsymbol{F})\cdot\boldsymbol{e}=0$$

(4)

即约束轴向矢量  $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  的模为 1,且公垂线分别与  $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  垂直。参数解  $\boldsymbol{F}$  即参考点坐标,  $f=|\boldsymbol{S}-\boldsymbol{F}|$  即轴线偏差,由  $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  的解可判断轴向与设计指标的偏离,并可获得两轴在  $A=0$ 、 $E=0$  时的交角,即  $\cos^{-1}(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e})$ 。

参考图 1,考察式(1)及解算参数设置,根据轴线偏差的定义有

$$\boldsymbol{S}=f(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{e})+\boldsymbol{F}$$

(5)

即  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{S}$  并非独立,可见将  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{S}$  同时设置为待解参数的方式是值得商榷的,很可能对法方程的解算条件、参数解算的收敛速度和解算精度造成不良影响。以上海佘山 25-m 天线为例,其为 At-El 座架,点  $F$  至地面约 15 m,但是  $f$  仅数厘米<sup>[5]</sup>。其

他实用座架还有赤道式、X-Y 式等,但是都不可回避天线运行时的地面物体遮掩问题,因此,主轴地面高度必须大于天线半径,达数米至上百米。但是,除了特别设计的偏轴天线系统之外, $f$  不可能大至米级。况且,即使忽略强相关,在解算得到  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{S}$  之后,仍需推算  $f$ 。因此,将式(1)调整为:

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{F}+\boldsymbol{R}_a(A)f(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{e})+\boldsymbol{R}_a(A)\boldsymbol{R}_e(E)\boldsymbol{g}$$

(6)

即直接将  $f$  作为待求参数,而非导出参数,如此可避免  $\boldsymbol{F}$ 、 $\boldsymbol{S}$  参数之间可能存在的强相关。

关于式(3)所示约束条件, $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  矢量的坐标分量或对应的球坐标是通过式(2)进入式(1)、(6)的,理论上必为单位矢量,式(3)约束条件具有合理性。但是,对于式(4)所示约束条件,由式(5)得  $f(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{e})\cdot\boldsymbol{a}$ 、 $f(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{e})\cdot\boldsymbol{e}$  必为零,且无关于  $f$ 、 $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{e}$  的具体取值,可见属于无效约束,甚至可能对法方程的解算带来不利影响。

2 仿真检验与分析

为检验关于方程条件、参数设置和约束条件的上述讨论,分析 VLBI 天线固连不同数目的

GPS 接收机、GPS 定位不同观测精度、不同观测数量等因素对参数解算精度的影响,本文进行了仿真验算。以余山 25-m 天线为参考,静置时的  $e$  轴为东西定向。设定参数  $F$ 、 $S$ (或  $f$ )、 $a$ 、 $e$ 、 $g$  的真值 True,假设天线俯仰范围为  $10^{\circ}\sim 85^{\circ}$ ,步长  $5^{\circ}$ ;方位范围为  $0^{\circ}\sim 360^{\circ}$ ,步长由设定的观测总数确定,每一天线指向的  $A$ 、 $E$  为准确已知。GPS 接收机沿天线孔径外缘均匀分布。由式(1)计算  $G$ ,附加一定的白噪声后作为观测量,迭代求解参数 Est,并与 True 进行比较,考察收敛速度,参数解算的形式误差,拟后残差,加权中误差和归一化  $\chi^2$  等。

对式(1)的实际验算表明参数收敛速度很慢,尤其是  $F$ 、 $S$  垂直分量存在强烈的反相关,Est—True 很难达到预期的 1 mm 水平,增加式(3)、(4)约束条件后的情况无明显改观。因此,在完全相同的设置条件下改用以式(6),验算结果表明,一般经 5~10 次迭代后参数即收敛至 1 mm 量级,形式误差与 Est—True 量级相当。增加式(3)约束后的参数收敛速度略为减慢,但估值形式误差和 Est—True 略有改进,表明可以应用此约束。增加式(4)约束后的参数形式误差无显著变化,但 Est—True 明显变差,尤其是对  $f$  估值的不利影响特别显著,表明不可应用此约束。仿真验算结果表明了本文对观测方程、参数设置和约束条件等的认识和调整是正确和有效的。

下文基于式(6)模型和式(3)约束条件仿真分析了多种情况下参考点坐标和轴线偏差的解算精度,即对参考点三维坐标解算值与设定的真值求差,确定距离偏差,对轴线偏差解算值与设定的真值求差并取绝对值。除非特别说明,仿真条件设置为:GPS 接收机为 5 个且沿 VLBI 天线孔径外缘均匀分布,GPS 定位观测的坐标分量误差为 5 mm(三维位置误差约 8.6 mm),天线不同指向数为 40 且方位  $0^{\circ}\sim 360^{\circ}$ 、俯仰  $10^{\circ}\sim 85^{\circ}$ (步长  $5^{\circ}$ )均匀分布,参数初值设置为真值的 90%(即取调节因子  $f_{adj} = 0.1$ ,设置参数初值为真值的  $(1-f_{adj})$  倍),解算参数改正值的绝对值小于  $1\times 10^{-6}$  或迭代求解次数大于 50 时终止计算,且不考虑 GPS 定位的多路径效应,以及不考虑天线运行中的 GPS 观测遮掩等问题。

图 2~5 分别为参考点坐标解算值与真值偏差(距离)和轴线偏差解算值与真值偏差(绝对值)随 GPS 定位坐标分量误差、VLBI 天线定向个数、GPS 接收机数目和参数初值调节因子的变化。

图 2 表明随着 GPS 定位误差的增大,参数估

值与真值的偏差存在逐步增大趋势,图中数据点的波动与白噪声观测误差具体的添加情况有关。压缩点位波动的常用方法为统计多次仿真计算结果,但由于此处的数据点位波动并不影响总体变化趋势的判断,因而仍然仅采用了一次试算的结果,图 3~5 与图 2 类似。

从图 2 可见,近距离(百米)GPS 双差定位测量误差小于 5 mm(大约相当于坐标分量误差 2.8 mm)的情况下,可以实现对 VLBI 天线 1 mm 精度水平的监测。图 2 所示结果对应于天线指向数为 40,若进一步增加天线指向数,则点位水平将被整体压低。例如,指向数为 160 且其他条件不变情况下的仿真结果表明,即使 GPS 定位误差达到 15 mm,仍能实现对 VLBI 天线的 1 mm 精度水平的监测。

图 3 中,监测精度随 VLBI 天线定向数目增加而提高的趋势较为明显,在天线定向达到 200 次左右时可以获得 1 mm 水平的监测。

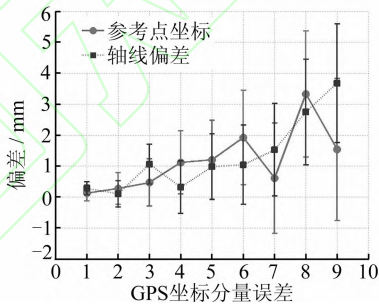


图 2 参考点坐标与轴线偏差解算精度随 GPS 定位坐标分量误差的变化  
Fig. 2 Deviation of Estimated Reference Point Position and Axis Offset Versus Uncertainty of Coordinate Component of GPS Positioning

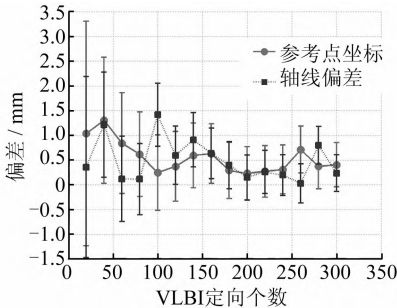


图 3 参考点坐标与轴线偏差解算精度随 VLBI 定向个数的变化  
Fig. 3 Deviation of Estimated Reference Point Position and Axis Offset Versus Number of VLBI Antenna Orientations

图 4 所示为 60 个 VLBI 天线定向情况下参数解算精度随 GPS 接收机数目的增加而提高的



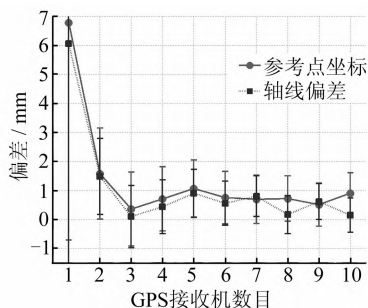


图4 参考点坐标与轴线偏差解算精度  
随GPS接收机数目的变化

Fig. 4 Deviation of Estimated Reference Point  
Position and Axis Offset Versus Number  
of GPS Receivers

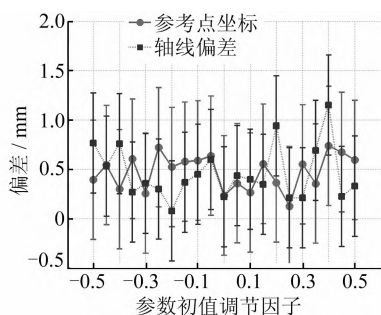


图5 参考点坐标与轴线偏差解算精度  
随参数初值调节因子的变化

Fig. 5 Deviation of Estimated Reference Point  
Position and Axis Offset Versus Adjustment  
Factor of Initial Parameters

情况,趋势较为明显。考虑到实际运行时GPS接收机数目的必要冗余,在VLBI天线上固连设置4部左右接收机较为可取。参数初值调节因子 $f_{\text{adj}}$ 是指在设置参数初值时,取为参数真值的 $(1-f_{\text{adj}})$ 倍。

图5所示为160个天线定向下将参数初值设置为真值的50%~150%范围时参数估值精度的变化情况,对应于参数初值调节因子 $f_{\text{adj}}$ 的变化范围-0.5~0.5。图5可见,不存在明显变化趋势,表明参数初值动态范围较广、法方程解算条件稳定。

### 3 初步结论与讨论

上述仿真分析表明,通过设置与VLBI天线固连的GPS接收机,并在VLBI天线正常观测中实现天线和周围局部控制网中GPS的同步观测,有望实现对天线参考点和轴线偏差1 mm级精度的监测。但是,本文的仿真结果可能过于理想化,实际监测中很难避免发生GPS观测的多路径、遮

掩、仪器和数据传输等方面的问题。而且,在VLBI天线更换观测目标的过程中,GPS接收机的局域网坐标是变化的,这时的定位精度肯定不高,因此,必须对GPS测量数据进行适当编辑。VLBI天线定向的方位俯仰读数可能存在一定的系统差,将其作为准确已知的输入参数显然将影响对天线监测的实际精度。GPS定位数据的读取、软件处理的自动化等问题也值得考虑。总之,本文的分析因素还有待细化,分析结论还有待进一步核实与实践检验。

### 参考文献

- [1] Nothnagel A. Conventions on Thermal Expansion Modelling of Radio Telescopes for Geodetic and Astrometric VLBI[J]. J Geodesy, 2009, 83: 787-792
- [2] Wresnik J, Haas R, Boehm J, et al. Modeling Thermal Deformation of VLBI Antennas with a New Temperature Model[J]. Journal of Geodesy, 2007, 81(6): 423-431
- [3] Kurdubov S, Skurikhina E. Antenna Axis Offset Estimation from VLBI[C]. IVS 2010 General Meeting, Hobart, Australia, 2010
- [4] Dawson J, Sarti P, Johnston G M, et al. Indirect Approach to Invariant Point Determination for SLR and VLBI Systems; An Assessment[J]. Journal of Geodesy, 2007, 81(6-8): 433-441
- [5] 李金岭, 乔书波, 刘鹏, 等. 2008年余山25-m射电天线归心测量[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2010, 35(12): 1387-1391
- [6] 刘鹏, 程宗颐, 李金岭. 2008年余山25米射电天线归心测量中的GPS资料归算[J]. 上海天文台年刊, 2010, 31: 28-34
- [7] 李金岭, 刘鹏, 乔书波, 等. 关于三维直角坐标七参数转换模型求解的讨论[J]. 测绘科学, 2010, 35(4): 76-78
- [8] Losler M. Reference Point Determination with a New Mathematical Model at the 20 m VLBI Radio Telescope in Wettzell[J]. Journal of Applied Geodesy, 2008, 2: 233-238
- [9] Losler M. New Mathematical Model for Reference Point Determination of an Azimuth-Elevation Type Radio Telescope[J]. Journal of Surveying Engineering, 2009, 135(4): 131-135
- [10] Neidhardt A, Losler M, Eschelbach C, et al. Permanent Monitoring of the Reference Point of the 20 m Radio Telescope Wettzell[C]. IVS 2010 General Meeting, Hobart, Australia, 2010
- [11] Schmeing B, Behrend D, Gipson J, et al. Proof-of-Concept Studies for a Local Tie Monitoring System

[C]. IVS 2010 General Meeting, Hobart, Australia, 2010

[12] Kallio U, Poutanen M. Simulation of Local Tie Accuracy on VLBI Antennas[C]. IVS 2010 General Meeting, Hobart, Australia, 2010

第一作者简介:李金岭,研究员,主要从事射电天体测量与空间大地测量研究。  
E-mail:JLL@SHAO.AC.CN

# Simulation Analysis of Monitoring of VLBI Antennas Reference Point via GPS Observations

LI Jinling<sup>1</sup> ZHANG Jinwei<sup>1,2</sup>

(1 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, 80 Nandan Road, Shanghai 200030, China)  
(2 University of Chinese Academy of Sciences, 19A Yuquan Road, Beijing 100049, China)

**Abstract:** It is been an important topic in the field of astrometry and geodesy to monitor the reference point and axis offsets of VLBI antenna with high precision. The common monitoring method is based on some special restrictions to the rotation mode of antenna, which absorbs much of the effective time during operation of the telescope. Monitoring is also subject to meteorological conditions, and so there are limitations in the actual precision and timeliness of such monitoring. In recent years, the concept of VLBI antenna monitoring based on parameterized modeling of the antenna rotation has gradually become more acceptable, and is expected to perform all-weather and fully automatic monitoring of the antenna without any interruption of normal operation of the telescope. In order to investigate the feasibility of this concept when designing monitoring procedures and to develop data processing software, some insights and analysis concerning the observation equation, the settings of unknown parameters and the application of constraint conditions are presented. A simulation analysis of the VLBI antenna monitoring using GPS data and some preliminary conclusions are given for criticism and reference for readers.

**Key words:** VLBI; reference point; axis offset; GPS; simulation analysis

About the first author: LI Jinling , Ph D, researcher. His main research interests are radio astrometry and space geodesy.  
E-mail: JLL@SHAO.AC.CN