

# 北斗单历元基线解算算法研究及初步结果

唐卫明<sup>1</sup> 邓辰龙<sup>1,2</sup> 高丽峰<sup>1,3</sup>

(1 武汉大学 GNSS 中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)

(2 武汉大学测绘学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)

(3 中国航天科技集团公司第九研究院卫星导航系统工程中心,北京市丰滢东路 1 号,100094)

**摘要:**目前北斗卫星导航系统在轨卫星共有 13 颗,处于试运行阶段,亚太地区已经具备了实时定位能力。首先,根据武汉地区的实测数据,初步分析当前系统卫星的可见性。然后,针对北斗系统短基线相对定位,提出了合适的模糊度搜索算法。根据武汉地区的北斗/GPS 双系统实测数据,进行北斗系统单历元模糊度固定及基线解算,并将模糊度固定结果及基线解算精度与 GPS 系统进行对比。结果表明,对于 15 km 以下的短基线,北斗系统单历元模糊度固定成功率超过 80%;单历元基线解算精度比 GPS 系统稍低,在平面方向可达 3 cm,高程方向可达 6 cm。

**关键词:**北斗卫星导航系统;卫星可见性;单历元;整周模糊度;短基线

**中图法分类号:**P228.41

当前的全球卫星导航系统 GNSS 即将进入 GPS、GLONASS、GALILEO 和中国的北斗卫星导航系统共存的局面<sup>[1]</sup>。作为全球 GNSS 的组成部分之一,北斗卫星导航系统(简称北斗系统)目前正处于建设规划“三步走”发展战略的第二步<sup>[1-3]</sup>,截至 2012 年 5 月初,一共成功发射了 13 颗卫星(5 GEO+5 IGSO+3 MEO),并开始向我国及周边部分地区提供试运行服务<sup>[3]</sup>。

北斗系统时间基准采用北斗时(BDT),起始历元为 2006-01-01T01:01:01 的协调世界时(UTC)<sup>[2]</sup>,与 GPS 时存在跳秒差异;系统采用 2000 中国大地坐标系(CGCS2000),其具体定义参见文献[3]。文献[4]指出,在坐标系的实现精度范围内,CGCS2000 坐标和 WGS84 坐标一致,即在 cm 级精度定位的数据处理过程中,无需考虑与 WGS84 的坐标系差异引起的结果偏差。

为初步了解北斗系统的运行情况及定位性能,笔者利用北斗/GPS 双系统双频接收机在武汉地区进行了实地数据采集,并分别对不同系统的观测数据进行了单历元基线解算,初步得出了北斗导航系统现阶段单历元基线解算的定位性能。

## 1 卫星可见性

卫星可见性是在特定仰角下地面某点在某时刻能观测到的所有卫星的数量或某时段所有观测卫星的跟踪弧段长度<sup>[5]</sup>。分析卫星的可见性,可以判断测站所在位置观测条件的好坏,且能够从测站位置的角度了解、评价系统卫星的运行情况。根据卫星可见性的定义,卫星可见性与测站所处位置、观测时间及卫星的截止高度角有关。

本文选择了 2012-01 连续 3 d 武汉地区的北斗观测数据进行卫星可见性分析。由于本文只统计北斗系统的卫星可见情况而不讨论其可用性,因此不设置截止高度角。经统计,北斗系统各卫星这段时间在武汉地区的卫星可见情况如图 1 所示。

由图 1 可知,截至 2012-01,武汉地区可见卫星达到 8 颗,包括 3 颗 GEO 卫星和 5 颗 IGSO 卫星(测试用的 GEO 卫星、MEO 卫星各 1 颗未予考虑,不久后又发射 1 颗 GEO 卫星、2 颗 MEO 卫星)。现阶段北斗系统卫星可见性具有以下几

收稿日期:2013-05-19。

项目来源:中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012214020208);国家自然科学基金资助项目(41004014);国家 863 计划资助项目(2012AA12A202)。

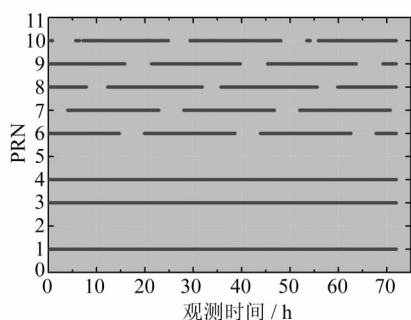


图1 武汉地区北斗系统可见卫星统计

Fig. 1 Visible Satellite Number

个特点:

1) 3颗 GEO 卫星(BD1, BD3, BD4) 相对地面静止,可全天连续跟踪。GEO 卫星覆盖的区域如中国全境及部分亚太地区,能够连续观测。

2) 5颗 IGSO 卫星单天可见时长平均为 20 h。GEO 卫星轨道高,与地面测站位置相对静止,站星几何变化很小<sup>[6]</sup>。观测 IGSO 卫星,克服了单纯依靠 GEO 卫星定位导致的此类问题。

3) 测站单历元跟踪至少 6 颗,平均 7~8 颗卫星。充足的可见卫星,可满足相对定位的卫星数要求,是进行高精度定位的前提。

## 2 基线解算原理

### 2.1 数学模型

单历元基线解算属于动态相对定位的一种,其观测方程与静态相对定位是相同的。对于短基线的相对定位,大气延迟(对流层延迟和电离层延迟)能较好地削弱或消除。则其伪距及载波相位观测方程为<sup>[7]</sup>:

$$P_{ij}^{pq} = (l_j^q - l_j^p) dX_j + (m_j^q - m_j^p) dY_j + (n_j^q - n_j^p) dZ_j + L_{ij}^{pq} + \epsilon \quad (1)$$

$$\lambda \varphi_{ij}^{pq} = (l_j^q - l_j^p) dX_j + (m_j^q - m_j^p) dY_j + (n_j^q - n_j^p) dZ_j - \lambda N_{ij}^{pq} + L_{ij}^{pq} + \epsilon \quad (2)$$

式中,下标  $i, j$  为测站,  $i$  为基准站;上标  $p, q$  为观测卫星,  $p$  为参考卫星;下标组合表示对测站作差,上标组合表示对卫星作差;  $P$  为伪距观测值;  $\lambda$  为载波波长;  $\varphi$  为载波相位观测值;  $dX, dY$  和  $dZ$  分别为基线向量的 3 个坐标改正数;  $l, m$  和  $n$  分别为 3 个坐标方向上的方向余弦;  $N$  为载波相位模糊度。常数项:

$$L_{ij}^{pq} = L_{ij}^q - L_{ij}^p = \rho_j^q - \rho_i^q - \rho_j^p + \rho_i^p \quad (3)$$

其中,  $\rho$  为测站到卫星之间的距离;  $\epsilon$  为观测噪声。

假设系统伪距及相位观测值的精度为  $\sigma_P$  和  $\sigma_L$ , 则伪距及相位双差观测方程的权阵为:

$$P_s = \frac{1}{2\sigma_s^2} \frac{1}{n_s} \begin{bmatrix} n_s - 1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & n_s - 1 & \cdots & -1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & \cdots & n_s - 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,下标  $s$  表示观测值类型,  $s = P$  或  $L$ ;  $\sigma_s$  为观测值精度;  $n_s$  为观测卫星的颗数;假设单位权方差因子  $\sigma_0^2$  为 1。

此外,北斗卫星导航系统中含有 GEO 卫星,在计算它们的空间位置时需进行一次坐标旋转,具体做法参见文献[3]。

### 2.2 模糊度搜索算法

高精度的基线解算依赖于正确的模糊度值,因此,模糊度固定是基线解算的核心。文献[8]为解决单历元解算法方程秩亏的问题,以较高精度的初始坐标为基础,提出了阻尼 LAMBDA 算法,通过坐标先验权阵加大矩阵主对角线元素。在此基础上,文献[9]进一步引入待定点坐标的函数约束关系,提高了模糊度解算的成功率。文献[10]首先固定双差宽巷模糊度,再根据  $L_1$  和  $L_2$  的线性关系固定  $L_1$  和  $L_2$  的模糊度。文献[11]充分利用双频码伪距,通过相位平滑伪距进行快速短基线的模糊度解算。结合以上各算法的特点,本文确定了模糊度搜索算法,具体步骤如下:

1) 根据基准站坐标计算基准站观测卫星的位置,流动站采用单点定位获得概略坐标,并通过伪距双差解算获得流动站较为精确的初始坐标。

2) 考虑到单历元解算法方程的秩亏问题,组建双频伪距及宽巷载波相位观测方程。采用双频码相组合确定宽巷模糊度的初始值,然后利用 LAMBDA 方法固定宽巷模糊度。

3) 在固定宽巷模糊度值后,根据  $L_1$  和  $L_2$  的线性关系  $N_{L_2} = N_{L_1} - N_w$ ,建立宽巷及  $L_1, L_2$  的双差观测方程,再次利用 LAMBDA 方法固定  $L_1$  的模糊度,然后根据关系得到  $L_2$  的模糊度。

由于短基线模糊度解算时一般不考虑电离层延迟双差残差的影响,当电离层影响较大时,会存在模糊度错误固定的情况。针对这一问题,文献[12]提出了一种利用部分模糊度搜索算法来提高单历元模糊度固定成功率的方法,但该方法计算量较大,对于实时定位不太适用。

鉴于以上问题,本文在搜索宽巷模糊度时,利用 LAMBDA 搜索方法获取最佳的 3 组模糊度组合,对每个组合分别搜索对应的  $L_1$  模糊度。若利用最可能的宽巷模糊度组搜索  $L_1$  模糊度得到的 ratio 值(记为  $\text{ratio}_0$ )大于 3,则直接认为该组模糊度成功固定;若  $\text{ratio}_0 < 2$ ,但利用次可能的宽巷

模糊度组搜索  $L_1$  模糊度得到的  $\text{ratio}$  值(记为  $\text{ratio}_1$ )大于 5,则认为该组模糊度为所求的成功固定的模糊度组;若  $\text{ratio}_0 < 2$ ,  $\text{ratio}_1 < 2$ ,但利用第三可能的宽巷模糊度组搜索  $L_1$  模糊度得到的  $\text{ratio}$  值(记为  $\text{ratio}_2$ )大于 10,则认为该组模糊度为所求的成功固定的模糊度组;若  $\text{ratio}_0$ 、 $\text{ratio}_1$  和  $\text{ratio}_2$  均较小,则直接采用第一组模糊度进行解算。

在确证模糊度是否固定时,普遍采用  $\text{ratio}$  值检验法,即当次优模糊度组残差二次型与最优模糊度组残差二次型的比值大于某个设定阈值(一般按经验取 2 或 3)时,认为该组模糊度正确固定。但是在实际解算中,可能会拒绝  $\text{ratio}$  值较小的正确模糊度组或接受  $\text{ratio}$  值较大的错误模糊度组<sup>[13]</sup>。为避免以上情况发生,本文先在忽略大气延迟误差残差影响的前提下,根据短基线的双频线性关系<sup>[14]</sup>判断模糊度是否正确固定;再从定位结果出发,将 GPS 系统解算结果的平均值作为参考值,根据定位结果与参考值的偏差大小,判断模糊度是否正确固定。

### 3 算例分析

#### 3.1 数据介绍

采集数据所采用的接收机为和芯星通公司生产的 UB240 北斗/GPS 双系统双频接收机,共有 4 条短基线( $<15$  km)。各测站点均分布在武汉市内,以 1 s 采样率进行连续 24 h 数据采集。

计算时,卫星的截止高度角初步设为  $15^\circ$ ;若可用卫星不足 6 颗,则降低截止高度角为  $12^\circ$ ;若可用卫星还是不足 6 颗,则再次降低高度角为  $10^\circ$ 。对于这 4 条基线,所有实测数据均进行了处理分析,但限于篇幅,本文仅以 2012-01-07 的基线一(约 5.6 km)和 2012-04-10 的基线二(约 12.6 km)为例进行相关分析说明。

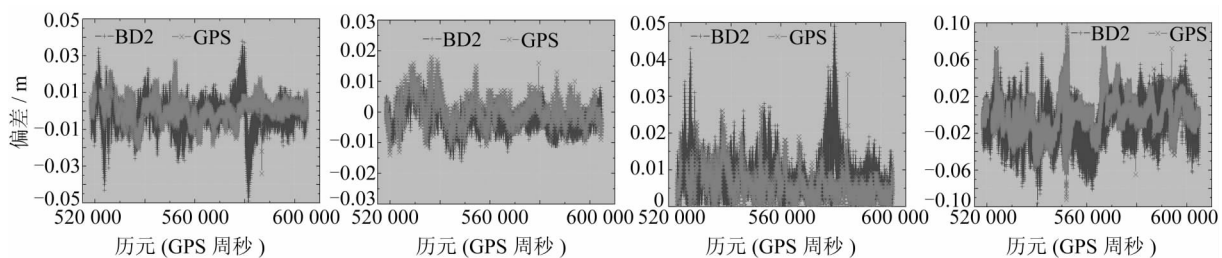


图 2 基线一两系统各方向精度对比

Fig. 2 Baseline Solution Precision (GPS or BD2; Baseline 1)

由图 2 及偏差统计,算例 1 中 GPS 系统在 北、东及平面、高程方向上偏差的 RMS 值分别为

#### 3.2 算例 1

##### 3.2.1 模糊度固定

采用 § 2.2 介绍的模糊度搜索算法,对北斗系统每个历元的模糊度进行固定,并与 GPS 的模糊度固定情况进行对比,结果如表 1 所示。

表 1 基线一模糊度固定结果统计

Tab. 1 Ambiguity Resolution Results (Baseline 1)

系统	GPS	BD2
有效历元数	82 727	86 400
$\text{ratio}$ 值 $> 2$ 固定正确历元数	80 799	85 348
$\text{ratio}$ 值 $> 2$ 固定成功率/%	97.67	98.78
模糊度固定正确历元数	80 834	85 373
模糊度固定成功率/%	97.71	98.81

注:在 1 d 的 GPS 观测数据中,有 3 673 个历元计算卫星数不足 4 颗。

由表 1 的统计结果可以看出,对于长度约为 5.6 km 的基线,北斗系统模糊度固定成功率超过 95%,达到了与 GPS 系统相同的模糊度固定水平,这说明目前的北斗系统基本具备了高精度定位的能力,在单历元双频观测数据条件下,能够利用载波相位观测值及固定的整数模糊度值进行精确相对定位。

此外,由算例 1 的模糊度解算结果可以明显看出,无论从  $\text{ratio}$  角度还是从定位结果角度判断模糊度是否固定成功,北斗系统解算的模糊度固定成功率均较 GPS 系统有一定程度提高。这主要是由于当地环境影响,GPS 系统计算的卫星数较少,从而导致较多历元模糊度无法固定;而北斗系统由于 GEO 及 IGSO 卫星高度角较高,计算的卫星数较多且相对稳定,因此有助于模糊度的固定。

##### 3.2.2 定位精度

在进行精度分析时,仅考虑从定位结果角度出发,判断模糊度正确固定的历元的解算结果,并将各历元解算结果与参考值的偏差换算至平面与高程方向,即为解算结果偏差,两系统基线解算的结果如图 2 所示。

0.56 cm、0.43 cm、0.70 cm 及 1.87 cm;北斗系统各方向上偏差的 RMS 值分别为 0.85 cm、0.45 cm、0.96 cm 及 2.20 cm。由此可知,北斗系统基线解算在北方向及高程方向精度比 GPS 系统定位精度稍差,经分析这主要是北斗系统载波观测噪声比 GPS 系统稍大及卫星分布差异引起的。

尽管如此,对于算例 1,基本可以认为北斗系统的定位精度与 GPS 系统的定位精度在同一水平。

### 3.3 算例 2

#### 3.3.1 模糊度固定

采用同样的模糊度搜索算法,对北斗系统每个历元的模糊度进行固定,与 GPS 系统的模糊度固定结果相比较,具体结果如表 2 所示。

表 2 基线二模糊度固定结果统计

Tab. 2 Ambiguity Resolution Results (Baseline 2)

系统	GPS	BD2
有效历元数	86 343	86 200
ratio 值>2 固定正确历元数	62 659	59 368
ratio 值>2 固定成功率/%	72.57	68.87
模糊度固定正确历元数	70 758	63 771
模糊度固定成功率/%	81.95	73.98

注:在 1 d 的观测数据中,GPS 系统有 57 个历元无法完成单点定位,北斗系统有 200 个历元无法完成单点定位。

由表 2 可以看出,随着基线长度的增加,两系统模糊度的固定成功率都有所降低;对于 12 km 左右长度的基线,GPS 系统的固定成功率超过 80%,北斗系统模糊度固定成功率超过 70%。

相比算例 1,算例 2 两种模糊度确认方法下北斗系统模糊度固定成功率均小于 GPS 系统。这主要是由于算例 2 中 GPS 系统计算的双差卫星数比北斗系统多,因此,在模糊度解算时能够获得更精确的模糊度初值及方差阵,更易于正确固定模糊度;而由于北斗系统观测噪声较 GPS 系统大,在卫星数不占优势的情况下,其模糊度固定效果不如 GPS 系统。由此可知,模糊度固定结果会受卫星数的影响。

#### 3.3.2 定位精度

在模糊度固定后,同样对两个系统进行单历元基线解算,剔除掉模糊度错误固定历元的结果,然后将定位结果偏差换算至平面与高程方向,两系统基线解算的各方向上定位结果偏差对比见图 3。

由图 3 及偏差统计可知,算例 2 中 GPS 系统在北、东及平面、高程方向上偏差的 RMS 值分别为 1.88 cm、1.13 cm、2.20 cm 及 3.76 cm;北斗系统各方向上偏差的 RMS 值分别为 2.54 cm、

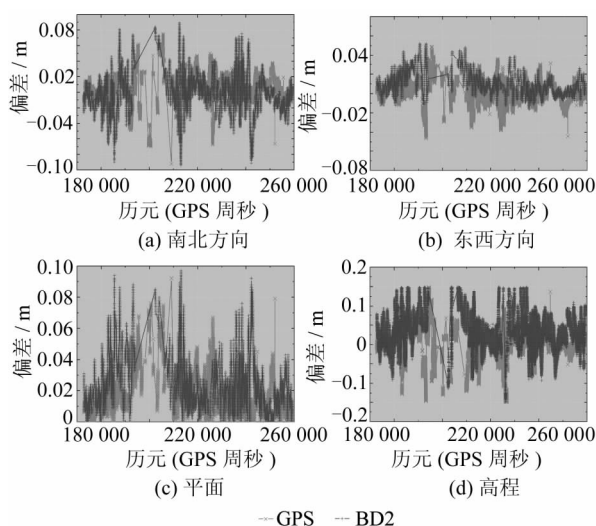


图 3 基线二两系统各方向精度对比

Fig. 3 Baseline Solution Precision (GPS or BD2; Baseline 2)

1.55 cm、2.97 cm 及 5.76 cm。随着基线长度的增加,两系统相对定位的精度都略有下降,北斗系统在高程方向上定位精度下降较大,但平面方向的定位精度与 GPS 系统基本相当。

另外由图 3 还可看出,算例 2 基线解算结果明显比算例 1 差,这主要是因为随着基线长度的增加,双差电离层残差也越来越大,以致不应被忽略,但算例 2 并未对电离层残差作任何处理,导致模糊度解算及最终定位结果明显不如算例 1。

本文还对采集的其他各基线观测数据进行了数据处理与分析,模糊度固定及基线解算结果与本文结果基本一致,限于篇幅,不予列出。

## 4 结 语

目前,北斗卫星导航系统观测卫星颗数保持在 7~8 颗以上,已初步具备高精度定位的能力。对于 15 km 以下的短基线,北斗系统模糊度固定成功率及定位精度基本达到与 GPS 相当水平,模糊度成功固定率达 80% 左右,定位精度平面上优于 3 cm,高程上优于 6 cm。在 GPS 信号不好时,由于北斗系统卫星高度角相对较高,数目稳定,在实际中更有利于定位。

本文算例仅包括短基线,未对中长距离基线的北斗数据进行分析,需要进一步进行探讨。

## 参 考 文 献

- [1] 杨元喜. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J]. 测绘学报, 2010, 39(1): 1-6
- [2] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统

- 发展报告 1.0 版[R]. 中国卫星导航系统管理办公室, 北京, 2011
- [3] 中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统空间信号接口控制文件(测试版)[R]. 中国卫星导航系统管理办公室, 北京, 2011
- [4] 魏子卿. 2000 中国大地坐标系及其与 WGS84 的比较[J]. 大地测量与地球动力学, 2008, 28(5): 1-5
- [5] 刘会杰, 张乃通. 全球导航卫星系统的星座可见性研究[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(5): 23-25
- [6] 周建华, 陈刘成, 胡小工, 等. GEO 导航卫星多种观测资料联合精密定轨[J]. 中国科学: 物理学 力学天文学, 2010, 40(5): 520-527
- [7] 魏子卿, 葛茂荣. GPS 相对定位的数学模型[M]. 北京: 测绘出版社, 1998
- [8] 刘友根, 朱耀仲, 韩保民. GPS 单历元定位的阻尼 LAMBDA 算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004, 29(3): 195-197
- [9] 刘根友, 欧吉坤. 具有坐标函数约束的动态定位算法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004, 29(5): 389-393
- [10] 胡丛玮, 刘大杰. 单历元确定 GPS 整周模糊度的分析[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 33(3): 267-271
- [11] Horemuž M, Sjöberg L E. Rapid GPS Ambiguity Resolution for Short and Long Baselines[J]. Journal of Geodesy, 2002, 76: 381-391
- [12] Parkins A. Increasing GNSS RTK Availability with a New Single-epoch Batch Partial Ambiguity Resolution Algorithm[J]. GPS Solutions, 2011, 15(4): 391-402
- [13] Teunissen P J G, Verhagen S. The GNSS Ambiguity Ratio-test Revisited: A Better Way of Using It [J]. Survey Review, 2009, 41: 138-151
- [14] 孙红星, 李德仁. 使用双频相关法单历元解算 GPS 整周模糊值[J]. 测绘学报, 2003, 32(3): 208-212

第一作者简介: 唐卫明, 副教授, 博士, 一直从事 GNSS 的实时动态定位应用开发和系统集成等教学科研工作, 在 GNSS 网络 RTK 和精密单点定位技术理论研究及应用、动态定位算法和软件研发等方面取得了一定的研究成果。

E-mail: wmtang@whu.edu.cn

## Preliminary Results of Single Epoch Baseline Solution Based on Beidou Navigation Satellite System

TANG Weiming<sup>1</sup> DENG Chenlong<sup>1, 2</sup> GAO Lifeng<sup>1, 3</sup>

(1) Reserch Center of GNSS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2) School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(3) Satellite Navigation System Engineering Center, China Aerospace Science and Technology Corporation Ninth Research Institute, 1 East Fengying Road, Beijing 100094, China)

**Abstract:** The Beidou navigation satellite system has been in trial operation since last year, and will provide services in China and its surrounding areas at the end of 2013. We first analyze the system's satellite visibility in Wuhan, and discuss the Beidou ambiguity resolution (AR) algorithm for short baseline. Experiments were conducted using the dual-frequency GPS/Beidou data collected in Wuhan and processed with GPS and Beidou system separately. The preliminary results indicate that the current Beidou system has the ability of precise positioning capacity. For the short baseline ( $\leq 15$  km) of the Beidou system, the success rate of single epoch ambiguity resolution reaches 80%. The final positioning precision is better than 3 cm on the horizon, and is better than 6 cm for elevation.

**Key words:** Beidou system; satellite visibility; single epoch; integer ambiguity; short baseline

**About the first author:** TANG Weiming, associate professor, Ph.D. His research fields include application development and system integration of GNSS real-time kinematic positioning. He has obtained some research achievements in GNSS network RTK, precise point positioning, and kinematic positioning algorithm research and software development.

E-mail: wmtang@whu.edu.cn