

文章编号:1671-8860(2013)06-0746-05

文献标志码:A

# 三维 Voronoi 图在三维方向关系计算中的应用

沈敬伟<sup>1,2</sup> 周廷刚<sup>1,2</sup> 吴明光<sup>3</sup> 谷景祎<sup>1,2</sup>

(1 西南大学地理科学学院,重庆市天生路2号,400715)

(2 重庆市地理空间信息技术研究中心,重庆市天生路2号,400715)

(3 南京师范大学虚拟地理环境教育部重点实验室,南京市文苑路1号,210046)

**摘要:**提出一种基于三维 Voronoi 图的三维方向关系计算方法。在分析二维方向关系的基础上,提出一种三维空间中的“27方向关系”,从而定性描述方向关系。阐述了三维 Voronoi 图用于三维方向关系计算的原理和方法,采用三维 Voronoi 图中面的加权法线值来计算非相交情况下的方向关系,并提出了空间目标相交情况下的方向关系计算策略。

**关键词:**三维空间对象;三维 Voronoi 图;方向关系;加权法线

中图法分类号:P208

空间关系包含拓扑、方位和度量<sup>[1]</sup>,它们分别刻画空间关系的不同侧面。其中,方向关系表达了空间对象的相对位置,是空间关系研究的重要方面。根据描述方式的不同,方向关系可以分为定性和定量两种表达方式。

定性的方向关系表达方法可以分为3类:锥形模型、基于投影的模型、基于 Voronoi 图的模型<sup>[2]</sup>。在锥形模型研究方面,Peuquet 等对锥形模型进行了改进,先建立参考目标的最小外切矩形,然后移动锥形的顶点,让它的两条射线通过MBR 与原先朝向相同的两个相邻顶点<sup>[3]</sup>;郭庆胜等提出了一种融入方向关系矩阵模型思想的改进型锥形模型<sup>[4]</sup>。在投影模型研究方面,方向关系矩阵模型以空间目标最小外接矩形为参考方向,将空间划分为9个方向区域,以源目标与各方向区域的交叠情况为元素构成方向关系矩阵,来描述与定义空间目标间的方向关系<sup>[5]</sup>;杜世宏等基于方向关系矩阵的思想,提出细节方向关系描述模型<sup>[6]</sup>;刘新、王森等将三维空间划分为27个方向区域,用一个3行9列的矩阵表示三维空间方向关系<sup>[7-8]</sup>。基于 Voronoi 图模型,赵仁亮通过 Voronoi 图代替空间目标的外部,计算拓扑关系、方位关系和度量关系<sup>[9]</sup>;闫浩文等建立了基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述模

型<sup>[10-12]</sup>;杨永清基于 Voronoi 图空间方向关系推理模型计算复杂对象之间的方向关系<sup>[13]</sup>。

定量的方向关系描述研究成果包含:Yan 将空间目标进行分解,提出了一种定量的多方向关系模型<sup>[14]</sup>;Deng 提出了空间目标之间的统计表达模型,利用中值和分布范围来表达方向分布的统计特征<sup>[15]</sup>;Tang 提出一种顾及拓扑和度量关系的方向关系模型<sup>[16]</sup>;Buchin 对线状目标进行划分,提出一种基于线划分的定量表达模型<sup>[17]</sup>。

在上述研究中,二维方向关系的研究较多,而三维方向关系计算的研究不足。基于投影的方法已经应用于三维方向关系计算,但使用最小对象包围盒代替三维空间目标,不能很好地表达延展性的三维空间目标。为此,作者提出使用三维 Voronoi 图代替三维空间目标,从而计算三维方向关系。

## 1 三维 Voronoi 图应用于三维方向关系计算

### 1.1 三维定性方向关系描述

在二维空间中,方向关系主要有四方向关系和八方向关系。其中,八方向关系比较细致,而四方向关系较为简洁,但它们均只考虑了方向区域,

收稿日期:2013-01-29。

项目来源:西南大学博士基金资助项目(SWU111062);中央高校基本科研业务费资助项目。

而没有考虑两个方向区域的边界和两个空间目标完全重叠的情况。相对于二维空间,三维空间中不仅需要考虑平面空间中的方向关系,还需要考虑到“上”、“下”方位关系。因此,将四方向关系进行改进并扩展到三维空间,可以将三维方向关系表示为27种方向关系:{E,S,W,N,O,NE,NW,SW,SE,UE,US,UW,UN,UO,UNE,UNW,USW,USE,DE,DS,DW,DN,DO,DNE,DNW,DSW,DSE},称之为“27方向关系”,如图1所示。

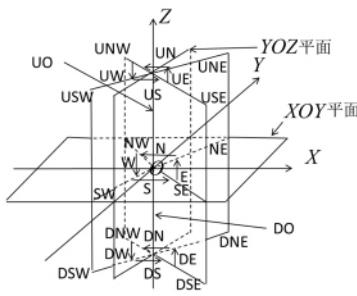


图1 三维空间中的“27方向关系”示意图

Fig. 1 Illustration of the 27 Direction Relations

如果参考目标为  $O(O_x, O_y, O_z)$ , 源目标为  $S(S_x, S_y, S_z)$ , 则源目标  $S$  相对于参考目标  $O$  的方向关系可以用它们之间的向量  $\mathbf{N}$  ( $n_x = (S_x - O_x)$ ,  $n_y = (S_y - O_y)$ ,  $n_z = (S_z - O_z)$ ) 描述, 各个方向的定义如下:

$$\begin{aligned} E &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_z = 0, n_x > |n_y|\} \\ S &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y < 0, n_z = 0, |n_x| < |n_y|\} \\ W &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_z = 0, |n_x| > |n_y|\} \\ N &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y > 0, n_z = 0, |n_x| < n_y\} \\ O &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x = 0, n_y = 0, n_z = 0\} \\ NE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = n_y, n_z = 0\} \\ NW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = -n_y, n_z = 0\} \\ SW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = n_y, n_z = 0\} \\ SE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = -n_y, n_z = 0\} \\ UE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_z > 0, n_x > |n_y|\} \\ US &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y < 0, n_z > 0, |n_x| < |n_y|\} \\ UW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_z > 0, |n_x| > |n_y|\} \\ UN &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y > 0, n_z > 0, |n_x| < n_y\} \\ UO &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x = 0, n_y = 0, n_z > 0\} \\ UNE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = n_y, n_z > 0\} \\ UNW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = -n_y, n_z > 0\} \\ USW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = n_y, n_z > 0\} \\ USE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = -n_y, n_z > 0\} \\ DE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_z < 0, n_x > |n_y|\} \\ DS &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y < 0, n_z < 0, |n_x| < |n_y|\} \\ DW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_z < 0, |n_x| > |n_y|\} \\ DN &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_y > 0, n_z < 0, |n_x| < n_y\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DO &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x = 0, n_y = 0, n_z < 0\} \\ DNE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = n_y, n_z < 0\} \\ DNW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = -n_y, n_z < 0\} \\ DSW &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x < 0, n_x = n_y, n_z < 0\} \\ DSE &= \{(n_x, n_y, n_z) \mid n_x > 0, n_x = -n_y, n_z < 0\} \end{aligned}$$

## 1.2 基于三维 Voronoi 图计算方向关系的理论依据

空间目标的形状、距离等因素直接影响到方向关系的计算<sup>[1]</sup>。当两个目标之间的距离比较远时,三维空间目标的形状对方向关系的计算可忽略,直接使用空间对象的中心或者质心即可,如图2(a);当两个空间目标距离较近时,则要考虑空间目标的形状,方向关系计算就相对比较困难,如图2(b);当两个空间目标相交时,则根据相交的程度研究三维空间目标之间的方向关系,如图2(c)。

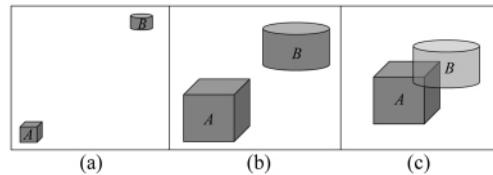


图2 距离和形状对方向关系的影响

Fig. 2 Influence of Shape and Distance on Direction Relation

Voronoi 图按照对象集合中元素的最近属性将空间划分成许多单元区域,具有最近性、邻接性等,反映了目标的位置、距离、大小和形状变化。在空间目标距离较近的情况下,用质心或者中心代替三维空间目标有很多不足,不能反映空间目标的形状差异。建立空间目标之间的三维 Voronoi 图,则能较好地解决三维方向关系的计算问题。三维空间目标的 Voronoi 图表现为一系列面的集合,如图3所示。

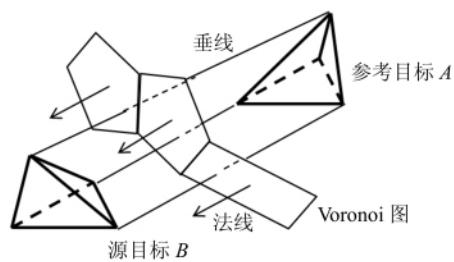


图3 三维 Voronoi 图及法线

Fig. 3 3D Voronoi Diagram and Their Normal

如果将参考目标  $A$  和源目标  $B$  都视为点集,其中  $A(a_1, a_2, \dots, a_m), B(b_1, b_2, \dots, b_n), a_i (1 \leq i \leq m)$  和  $b_j (1 \leq j \leq n)$  分别是构成参考目标  $A$  和源目标  $B$  之间的 Voronoi 图的点集。由 Voronoi 图的性质可知,点集  $a_i$  和  $b_j$  的连线必然

垂直于三维 Voronoi 图中的某一个面  $C$ 。点集  $a_i$  和  $b_j$  连线形成的向量则为这两个点集之间的方向关系。由于点集  $a_i$  和  $b_j$  的连线垂直于三维 Voronoi 图中的面  $C$ ,而面  $C$  的法向量也垂直于面  $C$ ,因此,面  $C$  的法向量与点集  $a_i$  和  $b_j$  的方向关系是一致的。由于点集  $a_i$  和  $b_j$  的方向关系可以通过它们对应的 Voronoi 图中面的法线计算,同理,三维空间目标之间的方向关系的计算可以视为两个空间目标之间 Voronoi 图中面的法向量的计算。

### 1.3 相离情况下的三维方向关系计算

在三维空间中,空间目标之间的 Voronoi 图为一系列面,对应多条法向量,任意一条法向量都不足以代表两个完整的三维空间目标之间的方向关系。为此,考虑到 Voronoi 图中面的权重,提出采用 Voronoi 图中面的加权法线值来表示三维空间目标之间的方向关系。

如果 ObjA 和 ObjB 为三维空间目标,ObjB 相对于 ObjA 的方向关系的计算过程可以描述如下:

- 建立 ObjA 和 ObjB 的三维 Voronoi 图,并且三维 Voronoi 图中对应的面集合为  $F(f_1, f_2, \dots, f_n)$ ,各个面的法线分别为  $N(n_1, n_2, \dots, n_n)$ ,各个面的面积分别为  $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$ ;

- ObjA 和 ObjB 之间的三维 Voronoi 图的公共面的面积总和、每个面的权重、ObjA 和 ObjB 对象之间的加权法线值分别为:

$$\text{sum}A = \sum_{i=1}^n (a_1 + a_2 + \dots + a_n) \quad (1)$$

$$w_i = \frac{a_i}{\text{sum}A} \quad (2)$$

$$\text{dir} = \sum_{i=1}^n w_i n_i \quad (3)$$

其中,  $w_i$  和  $n_i$  分别表示第  $i$  个面的权重和法线方向,  $\text{dir}$  为 ObjA 和 ObjB 对应的 Voronoi 图之间公共面法线的加权法线值,即 ObjA 和 ObjB 之间的方向。

根据 § 1.1 定义的“27 方向关系”,可以将定量的方向关系  $\text{dir}$  转化为定性的方向关系,从而实现定量和定性方向关系的统一表示。

### 1.4 相交情况下的三维方向关系计算

相交情况下的三维方向关系计算比较复杂,

为此,参考 Buchin 对线目标的分解策略<sup>[17]</sup>,研究相交情况下的三维空间目标方向关系计算。

根据三维空间目标相交的程度不同,三维空间目标之间的方向关系计算可以分为:空间目标 A(参考目标)完全包含空间目标 B(源目标);空间目标 A 和空间目标 B 部分相交。如果空间目标 A 完全包含空间目标 B,则直接判断空间目标 A 和 B 的方向关系为“O”方向关系。如果空间目标 A 和空间目标 B 部分相交,则将空间目标 B 进行分解,分别建立空间目标 A 和分解后的 B 目标之间的方向关系。

图 4 为空间目标 A 和 B 相交情况下两种代表性的相交关系,图 4(a)为空间目标 A 和空间目标 B 部分相交的情况,图 4(b)为空间目标 A 完全包含于空间目标 B 的情况。在图 4 中,根据空间目标 A 和空间目标 B 相交情况,将空间目标 B 分解成  $B_1$  和  $B_2$  两部分。 $B_1$  为空间目标 A 和空间目标 B 相交的部分, $B_2$  为空间目标 A 和空间目标 B 不相交的部分。空间目标 A 和  $B_1$  的空间关系为“O”方向关系;空间目标 A 和  $B_2$  的空间关系则可以利用 § 1.3 中提出的方法进行计算。

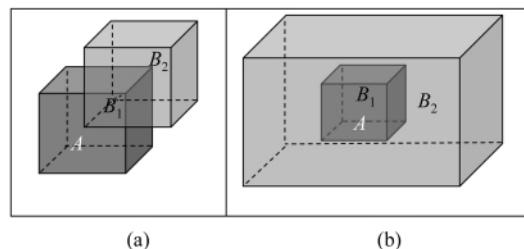


图 4 相交情况下空间目标的分解

Fig. 4 Splitting of Spatial Object Due to Intersection

## 2 实例分析

以图 5 为例进行说明。三维空间中包含 A、B、C、D、E 和 F 6 个空间对象,图中的虚线表示它们之间的 Voronoi 图。 $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_3$  为三维 Voronoi 图中三维空间对象 A 和 D 之间的公共面,它们的面积分别是 10、20 和 30,归一化后的法线分别是  $n_1(0.6396, 0.4264, 0.6396)$ 、 $n_2(0.5298, 0.6623, 0.5298)$  和  $n_3(0.8165, 0.4082, 0.4082)$ 。如果 A 为参考目标,D 为源目标,则 A 和 D 之间的方向关系为  $\text{dirAD}(n_{xad}, n_{yad}, n_{zad})$ :

$$n_{xad} = 0.6396 \times \frac{10}{10+20+30} + 0.5298 \times \frac{20}{10+20+30} + 0.8165 \times \frac{30}{10+20+30} = 0.6915 \quad (4)$$

$$n_{yad} = 0.4264 \times \frac{10}{10+20+30} + 0.6623 \times \frac{20}{10+20+30} + 0.4082 \times \frac{30}{10+20+30} = 0.4959 \quad (5)$$

$$n_{zad} = 0.6396 \times \frac{10}{10+20+30} + 0.5298 \times \frac{20}{10+20+30} + 0.4082 \times \frac{30}{10+20+30} = 0.4873 \quad (6)$$

基于三维 Voronoi 图得到的定量方向关系为  $\text{dirAD}(0.6915, 0.4959, 0.4873)$ 。根据 § 1.1 的定义可知, A 和 D 之间的定性方向关系为“UE”。

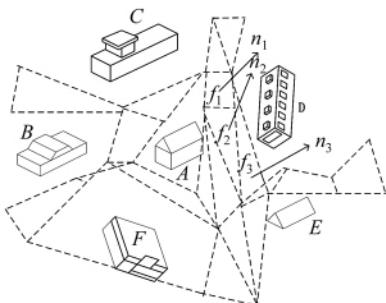


图 5 基于三维 Voronoi 图三维方向关系计算实例

Fig. 5 Example of 3D Direction Relation Calculation  
Based on 3D Voronoi Diagram

### 3 结语

方向关系与空间目标的形状、距离等因素关系密切。建立三维 Voronoi 图, 将各种类型的空间目标的方向关系计算统一到 Voronoi 图的方向关系计算上来, 能够在一定程度上克服空间目标形状、距离等对方向关系计算的影响, 从而较准确地表达三维空间目标之间的方向关系。

三维空间对象本身结构复杂, 包括各种不同维度的空间对象, 数据量庞大。三维 Voronoi 图数据结构复杂, 涉及到多种类型空间目标, Voronoi 图的算法设计比较困难, 计算量大。设计高效的三维 Voronoi 图算法, 实现在真三维场景中三维方向关系的快速分析, 是亟待解决的问题。

### 参 考 文 献

- [1] 郭庆胜, 杜晓初, 闫卫阳. 地理空间推理 [M]. 北京: 科学出版社, 2006
- [2] 夏宇, 朱欣焰, 李德仁, 等. GIS 空间方向关系形式化描述模型分析 [J]. 测绘科学, 2007, 32(5): 94-98
- [3] Reuquet D, Zhan C X. An Algorithm to Determine the Directional Relationship Between Arbitrarily Shaped Polygons in the Plane [J]. Pattern Recognition, 1987, 20(1): 65-74
- [4] 郭庆胜, 郑春燕. 锥形空间方向关系模型的改进 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(1): 81-84
- [5] Goyal R P. Similarity Assessment for Cardinal Directions between Extended Spatial Objects [D]. Maine: The University of Maine, 2001
- [6] 杜世宏. 空间关系模糊描述及组合推理的理论和方法研究 [D]. 北京: 中国科学院遥感应用研究所, 2004
- [7] 刘新, 刘文宝. 3D-GIS 中方向关系描述及其推理 [J]. 测绘科学, 2007, 32(03): 23-26
- [8] 王森, 郝忠孝. 三维空间方向关系的定性描述与推理 [J]. 计算机工程, 2009, 35(15): 22-25
- [9] 赵仁亮. 基于 Voronoi 图的空间关系计算研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2002
- [10] 闫浩文, 郭仁忠. 基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述研究 [J]. 测绘科学, 2002, 27(01): 24-27
- [11] 闫浩文, 郭仁忠. 用 Voronoi 图描述空间方向关系的理论依据 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2002, 27(03): 306-310
- [12] 闫浩文, 郭仁忠. 基于 Voronoi 图的空间方向关系形式化描述模型 [J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2003, 28(04): 468-472
- [13] 杨永清, 冯钧, 王志坚. 基于 Voronoi 图的复杂对象空间方位关系的推理计算 [J]. 河海大学学报(自然科学版), 2008, 36(03): 414-417
- [14] Yan H W, Chu Y D, Li Z L, et al. A Quantitative Description Model for Direction Relations Based on Direction Groups [J]. Geoinformatica, 2006, 10: 177-196
- [15] Deng M, Li Z L. A Statistical Model for Directional Relations Between Spatial Objects [J]. Geoinformatica, 2008, 12: 193-217
- [16] Tang X H. A Quantitative Directional Relations Model Considering Topology and Distance [J]. International Journal of Image, Graphics and Signal Processing, 2010(2): 18-24
- [17] Buchin K, Kusters V, Speckmann B, et al. A Splitting Line Model for Directional Relations [C]. International Conference on Advances in Geographic Information Systems, 2011

第一作者简介: 沈敬伟, 讲师, 博士, 主要从事虚拟地理环境与 3D GIS 研究。

E-mail:jingweis@163.com

## Application of 3D Voronoi Diagram to Direction Relation Calculation

SHEN Jingwei<sup>1,2</sup> ZHOU Tinggang<sup>1,2</sup> WU Mingguang<sup>3</sup> GU Jingyi<sup>1,2</sup>

(1) School of Geographical Sciences, Southwest University, 2 Tiansheng Road, Chongqing 400715, China

(2) Engineering Technology Research Center of Geo-Spatial Information in Chongqing,  
2 Tiansheng Road, Chongqing 400715, China

(3) Key Laboratory of Virtual Geographic Environment, Ministry of Education, Nanjing Normal University,  
1 Wenyuan Road, Nanjing 210046, China)

**Abstract:** A new method, 3D direction relation calculation based on 3D Voronoi diagram is proposed. The 27 direction relations are proposed to represent the qualitative direction relation based on the 2D four direction relations. Shape, distance and other factors play very important role in direction relation calculation. 3D Voronoi diagram being an approximation of spatial object plays well in the situation of complex shape and various distances. The principles and methods of 3D Voronoi diagram for the calculation of the 3D direction relations are elaborated. The weighted normal of surfaces in 3D Voronoi diagram is used to calculate the direction relation of the non-intersecting spatial objects. The direction relation in intersection case of the spatial objects is also discussed.

**Key words:** 3D spatial object; 3D Voronoi diagram; direction relation; weighted normal

**About the first author:** SHEN Jingwei, Ph. D, lecturer, majors in VGE and 3D GIS.

E-mail: jingweigis@163.com

(上接第 745 页)

## Parallel Processing in Eigenfunction-based Spatial Filtering Using MPI+OpenMP Hybrid Parallelization

QI Kunlun<sup>1</sup> CHEN Yumin<sup>2</sup> WU Huayi<sup>1</sup> GONG Jianya<sup>1</sup>

(1) State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing,

Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China

(2) School of Resources and Environmental Science, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Based on the master/slave model, we present a hybrid MPI+OpenMP parallel implementation for the eigenfunction-base spatial filtering on the multi-core cluster. There are two different implementations of the algorithm: one based on MPI and the other based on a hybrid parallel paradigm with MPI+OpenMP. The experimental results show that MPI+OpenMP method can cut down the process-time effectively and improve the filtering efficiency.

**Key words:** spatial filtering; eigenfunction; multi-core; cluster; parallel compute

**About the first author:** QI Kunlun, Ph. D candidate, majors in spatial statistic and high performance geo-computing.

E-mail: qikunlun@gmail.com