

# 区域 CORS 网络增强 PPP 天顶对流层延迟内插建模

张小红<sup>1</sup> 朱 锋<sup>1</sup> 李 盼<sup>1</sup> 翟 广<sup>1</sup>

(1 武汉大学测绘学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)

**摘 要:**研究了利用区域 CORS 网基站上解算的高精度 ZPD 内插流动站 ZPD 的空间回归模型的适用性和内插效果,证明了 H1QM3 模型与 MLM 模型等价。在此基础上,提出利用高差约束改善内插精度的空间回归模型。实验表明,H1QM3 模型和 H1QM3 模型稳定,在平缓区域能获得 10 mm 以内的插值精度,在起伏地区可获得 20 mm 以内的插值精度;使用高差约束后,高程变化剧烈地区 ZPD 的内插精度可改善 60%;内插参考站数量为 9 或 10 时效果最佳。

**关键词:**CORS;ZPD;空间内插;增强;PPP

**中图法分类号:**P228.42

精密单点定位(PPP)技术利用 IGS 发布的精密轨道和钟差数据,使用双频载波相位和伪距组合观测值,可提供高精度的静态定位和动态定位服务<sup>[1]</sup>。然而,PPP 定位受卫星星座几何结构、观测条件、数据质量等影响,传统的 PPP 定位收敛时间长,至少需要 30 min 才能获得 10 cm 的精度<sup>[2-3]</sup>。为了加快 PPP 定位的收敛速度并提高其定位精度,不少学者提出了利用 IGS 跟踪站数据估计载波相位的小数周偏差以实现非差模糊度固定解的方法<sup>[4]</sup>。在此基础上,Li 等提出利用区域 CORS 网络增强 PPP 的方法<sup>[3,5-6]</sup>,并逐步发展成目前的 PPP-RTK 技术<sup>[5,7]</sup>。区域 CORS 网络增强 PPP 方法的核心是利用区域 CORS 网络参考站数据实时计算参考站天顶对流层参数,采用合适的数学模型内插出流动用户的天顶对流层延迟改正数,增强流动站 PPP 定位,加快 PPP 模糊度固定并缩短定位收敛时间<sup>[1,3]</sup>。误差改正内插模型在网络 RTK 中研究较多,目前主要有线性内插模型(LIM)、低阶趋势面模型(LSM)、反距离内插模型(IDW)、线性组合模型(LCM)以及最小二乘配置模型(LSC)。Dai 等通过研究和比较,认为这些方法的内插效果并没有明显区别<sup>[8]</sup>。上述模型基本上是针对网络 RTK 技术中双差误差改正提出的。熊永良提出含高程因子的非差对流层

内插模型<sup>[9]</sup>,Li 等提出改进的 LCM 方法(MLCM)<sup>[3]</sup>用于非差对流层内插。

本文着重分析空间回归模型的适用性及其内插效果,在此基础上提出高差约束的空间回归模型。通过实验,给出空间回归模型中所需的最优参考站数量配置方案。

## 1 ZPD 空间回归模型

在局部区域,大气气象因素在高程方向的变化较水平变化更为显著。图 1 给出了北美 CORS 网共 1 295 个测站计算得到的单天 ZPD 均值与测站高程的关系。从图中可以看出,测站 ZPD 与高程存在明显的负相关,在建立 ZPD 回归模型时,需要考虑测站高程因子。

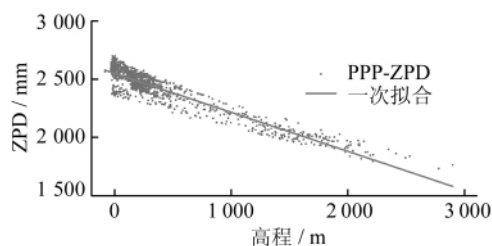


图 1 PPP-ZPD 随高程变化趋势

Fig. 1 Correlation of ZPD and Station Height

收稿日期:2013-01-28。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(41074024);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2012214020207)。

现有文献及笔者大量实验表明,表1中的6类空间回归模型在进行流动站天顶对流层延迟误差内插时效果较好,本文将详细比较这6类模型的适用性和内插效果。

表1 6类ZPD空间回归模型

Tab. 1 Six Spatial Regression Models for ZPD

模型	表达式
H1QM3	$ZPD = a_0 + a_1 B + a_2 L + a_3 H$
H1QM4	$ZPD = a_0 + a_1 B + a_2 L + a_3 BL + a_4 H$
H1QM6	$ZPD = a_0 + a_1 B + a_2 L + a_3 BL + a_4 B^2 + a_5 L^2 + a_6 H$
H1QX1	$ZPD = a_0 + a_1 H$
H3QM3	$ZPD = a_0 + a_1 H + a_2 L + a_3 BH + a_4 LH + a_5 H$
H3QX1	$ZPD = a_0 + a_1 BH + a_2 LH + a_3 H$

表1中, $a_i$ 为回归系数, $B$ 为大地纬度, $L$ 为大地经度, $H$ 为大地高。内插时,以流动站为中心,建立局部坐标系, $B$ 、 $L$ 、 $H$ 均为局部坐标系下的值。显然,流动站的 $B$ 、 $L$ 、 $H$ 为0,因此,

$$ZPD_u = a_0 \quad (1)$$

事实上,MLCM与H1QM3模型等价。

证明 MLCM模型表达式为:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \sum_{i=1}^n X = 0, \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = \min \quad (2)$$

$$ZPD_u = \sum_{i=1}^n \alpha_i ZPD_i \quad (3)$$

其中, $X$ 表示 $B$ 、 $L$ 、 $H$ ,则有矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ B_1 & B_2 & \cdots & B_{n-1} & B_n \\ L_1 & L_2 & \cdots & L_{n-1} & L_n \\ H_1 & H_2 & \cdots & H_{n-1} & H_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

以向量替代,式(4)改写为:

$$S \cdot \alpha = e_1, \alpha^T \alpha = \min, ZPD_u = \alpha^T ZPD \quad (5)$$

对式(5)前两式使用拉格朗日极值法可求得 $\alpha$ 并代入第三式,结果为:

$$ZPD_u = e_1^T (S \cdot S^T)^{-1} S \cdot ZPD \quad (6)$$

H1QM3模型表达式:

$$\begin{bmatrix} ZPD_1 \\ ZPD_2 \\ \vdots \\ ZPD_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & B_1 & L_1 & H_1 \\ 1 & B_2 & L_2 & H_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & B_n & L_n & H_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$ZPD_u = a_0 = e^T \cdot a \quad (8)$$

使用最小二乘估计可得:

$$a = (S \cdot S^T)^{-1} S \cdot ZPD \quad (9)$$

则:

$$ZPD_u = e^T (S \cdot S^T)^{-1} S \cdot ZPD \quad (10)$$

结果表达式一致,两者等价。从本质上讲,它

们都是位置的响应函数,但H1QM3模型比MLCM具有更明确的数学意义。

一般情况下,对流层延迟在区域分布中是符合连续平缓性、空间相关性和各向同性的,本文讨论的区域都是基于这种假设。对于特殊气候条件或特殊局部环境区域下的内插效果,需要进一步分析验证。

## 2 高差平缓地区ZPD内插实验

选择北美CORS网北纬 $41^\circ \sim 44^\circ$ 、西经 $82^\circ \sim 87^\circ$ 区域( $300 \text{ km} \times 350 \text{ km}$ )作为实验区。该地区地势平坦,除去部分数据不足的站点,剩下共86个站点,选取5个站点作为流动站(圆点),其余为参考站(三角形),如图2所示。

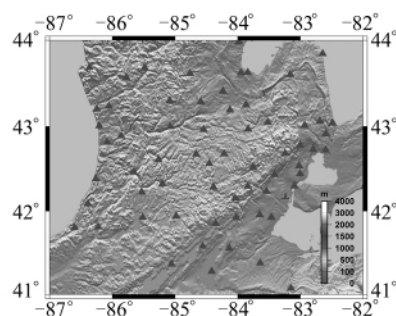


图2 高差平缓区域测站分布图

Fig. 2 Distribution of CORS Stations in a Flat Region

用户站ZPD内插时,通过距离来选择参考站,每个历元选择距离最近的10个有效参考站,平均距离在40 km左右,分别使用以上6种模型进行局部拟合求得用户站ZPD内插值。将PPP计算得到的用户站的ZPD作为真值<sup>[10,11]</sup>,计算内插外符合精度(RMS),同时给出了模型的内符合精度(IP)和交叉验证值(CV)<sup>[12]</sup>,见图3。其中内符合精度是指参考站拟合残差的均方根。交叉验证是指略去一个参考站,利用其余9个参考站内插该参考站的ZPD值,得到内插值与真值的偏差。对所有参考站使用该方法共得到10个偏差,其均方根即为交叉验证值。

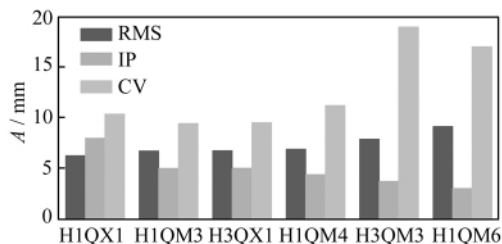


图3 6类模型内插结果比较

Fig. 3 Comparison of Interpolation Results between Six Models

6 类模型 RMS 均在 10 mm 以下,能满足区域 CORS 网增强 PPP 的精度要求,其中只顾及高程因子的 H1QX1 模型最佳,为 6.2 mm;H1QM3 模型次之,但同时顾及了平面因素。内符合精度 IP 表征了内部拟合程度。采用不同的内插模型,IP 值与 RMS 值相关性不强;对相同数量测站的拟合,模型参数越多,IP 值越小。因此,IP 值作为内插评价指标并不可靠。而 CV 值变化基本与 RMS 一致,可以辅助评价内插效果。

取各站 H1QX1 模型内插序列,单日共 2 880 个(30 s 采样),统计绝对偏差在 10 mm、20 mm、30 mm 以内的百分比,如表 2 所示。

表 2 H1QX1 模型绝对偏差统计/%

Tab. 2 Statistics of Absolute Bias for H1QX1 Model(%)

绝对偏差	bayr	hruf	mico	mipp	mipv
<10 mm	91.2	88.3	90.1	83.2	83.22
<20 mm	100	98.7	98.2	99.2	98.2
<30 mm	100	100	100	100	100

所有内插站绝对偏差不超过 30 mm,大部分在 10 mm 以内,其中 mipv 站稍差,但使用 H1QM3 模型时各为 92.5%、100%、100%,精度提高显著。且此时的 CV 值同样小于 H1QX1 模型,说明同一站可以备选几种模型,通过 CV 值来自动选择最佳模型。bayr 站的内插精度最高,从图 4 中可以看出,ZPD 内插序列平滑,与 PPP-ZPD 基本一致,其精度基本在 10 mm 以内,精度最差处为 18 mm,在历元 50~150 这段时间的精度稍差,超过 10 mm,大部分时间内内插精度优于 10 mm。

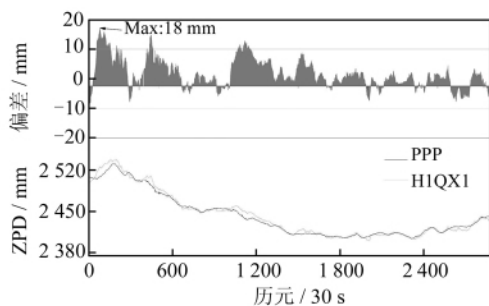


图 4 bayr 站 ZPD 内插日变化

Fig. 4 Daily Change of Interpolated ZPD on bayr Station

### 3 高差剧烈地区 ZPD 内插实验

选择北美 CORS 站北纬 32°~36°、西经 114°~122°区域(400 km×700 km)作为实验区,该地区地势变化较为剧烈,最大高差为 2 574 m。除

去部分数据不足的站点,剩下共 67 个站点,选取 5 个站点作为流动站(圆点),其余为参考站(三角形),如图 5 所示。

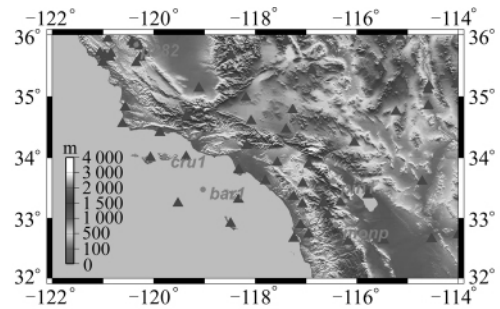


图 5 高差剧烈区域测站分布图

Fig. 5 Distribution of CORS Stations in a Undulated Region

内插仍为局部内插,有效参考站数量为 10 个,平均站间距为 65 km,平均最大高差在 1 500 m,高差变化剧烈。6 种模型内插结果如图 6。

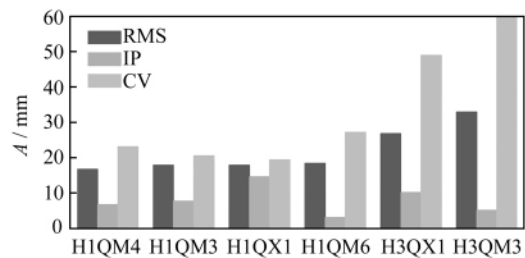


图 6 6 类模型内插结果比较

Fig. 6 Comparison of Interpolation Results between Six Models

高差剧烈结果比高差平缓结果差,表明高差因子对内插有显著影响。其中 H1QM4 精度最好,为 16.7 mm;H1QM3 与 H1QX1 次之,均为 17.9 mm。

表 3 H1QM4 模型绝对偏差统计/%

Tab. 3 Statistics of Absolute Bias for H1QM4 Model(%)

绝对偏差	bar1	cru1	monp	p282	pin1
<10 mm	57.5	35.5	4.5	94.0	60.0
<20 mm	96.2	66.7	31.6	100	86.3
<30 mm	100	88.6	84.3	100	99.2

monp 站精度较差,偏差几乎在 10 mm 以上,20 mm 以内的偏差也只有 31.6%,这是因为使用的参考站高差较大。通过高差约束来选择参考站,在距离最近的若干参考站中,选择高差小于  $\bar{H}$  的参考站,约束后,monp 最大高差由 2 000 m 降为 850 m,但站间距离由 81 km 拉长到 340 km。

高差约束前后的内插结果比较如图 7 所示。在高差约束后,monp 站精度大幅提高,3 种模型

的内插效果改善显著, RMS 分别由约束前的 24.5 mm、30.1 mm、31.3 mm 改善为 17.9 mm、13.7 mm、12.5 mm, 其中 H1QX1 模型最佳, 偏差百分比改善分别为 61.0%、76.3% 和 52.3%。因此, 在高程变化剧烈的局部区域, 通过高差约束, 可以显著改善 ZPD 的内插效果。当然, 选取参考站时, 高差约束和参考站平面距离两个因素需要综合考虑, 因为高差约束越紧, 在需要相同数量的参考站进行内插时, 参考站间的平面距离就会越大, 对流层的空间相关性也会变弱。

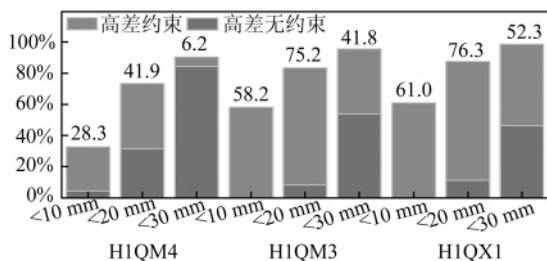


图7 高差约束与无约束结果比较

Fig. 7 Comparison between Height Constraint and Without Height Constraint

无论在高差平缓还是高差起伏区域, 所选的流动站是随机的, 其参考站几何分布都不同, 在内插参数相同的条件下, 精度并无多大差异。从理论上讲, 几何分布对内插方程的系数阵没有影响, 因此, 参考站的分布对于内插精度没有很大影响。

#### 4 参考站数量对内插结果的影响

参考站数量对内插结果也有影响。基于上面的分析, 整体上 H1QX1 模型和 H1QX3 模型内插效果最优。因此, 本文基于 H1QX1 模型来分析参考站数量对内插结果的影响。分别计算了高差平缓区域的 bayr 站与高差剧烈区域的 monp 站的结果, 统计其 RMS、最大偏差指标 (Max-Bias) 和内插误差的百分比, 如图 8 和图 9 所示。

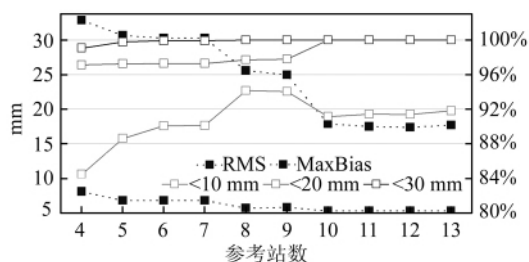


图8 bayr 站不同数量参考站的内插效果比较

Fig. 8 Comparison of Interpolation Performance between Different Number of Reference Stations at bayr Station

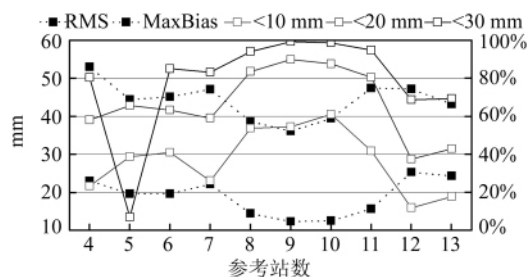


图9 monp 站不同数量参考站的内插效果比较

Fig. 9 Comparison of Interpolation Performance between Different Number of Reference Stations at monp Station

内插评判标准是: RMS 与 MaxBias 值越小越好, 内插误差小的历元所占的百分比值则越大越好。从图 8 可以看出, 在平缓地区, 参考站数大于 10 时, 精度不再发生变化, 参考站数为 9 时, <10 mm 的百分比较高, 而参考站数为 10 时的 MaxBias、<20 mm 以及 <30 mm 指标较优。总体来说, 参考站数为 9 或 10 时较好。图 9 中的高差剧烈地区也有相同的结果, 所有指标在参考站数为 9 或 10 时达到最优, 而两边为下降趋势。从上述结果来看, 无论是高差平缓还是剧烈地区, 使用 9 或 10 个参考站内插流动用户的天顶对流层效果最好。对于平缓地区, 继续增加参考站数量, 精度指标不再变化, 却会增加计算量; 而高差剧烈地区, 新加入的参考站距离拉长, 空间相关性随之降低, 内插精度会受其影响。

#### 5 结 语

本文使用空间回归模型内插 ZPD 取得了较好的结果, 并得出以下结论:

- 1) 在局部区域, ZPD 变化与高程因子具有强相关性, 平面距离越短, 高差越小, 参考站与流动站相关性越强, 内插效果越好。
- 2) H1QM3 模型与 MLCM 模型等价, 且具有更明确的数学意义, H1QM3 模型求解简单。
- 3) 无论是高差平缓还是高程变化剧烈地区, H1QX1 模型和 H1QM3 模型都有较高的内插精度, 且相对稳定。高差平缓地区为 6.2 mm 和 6.7 mm, 高差剧烈地区为 17.9 mm 和 18.4 mm, 因此建议局部区域使用这两种模型进行拟合内插。
- 4) 若参考站高差过大, 流动站内插效果不佳, 建议使用高差约束, 减小参考站的高差, 同时综合考虑平面距离。高差约束后, H1QX1 和 H1QM3 模型内插精度改善明显。

5) 参考站数量过多、过少对内插精度都有影响,当数量为 9 或 10 时,内插效果最佳。

### 参 考 文 献

- [1] Bisnath S, Gao Y. Current State of Precise Point Positioning and Future Prospects and Limitations [J]. *Observing Our Changing Earth*, 2008: 615-623
- [2] Mervart L, Zdenek L, Rocken C, et al. Precise Point Positioning with Ambiguity Resolution in Real-time [C]. *GPS Solutions Inc, Boulder Co, USA*, 2008
- [3] Li X, Zhang X, Ge M. Regional Reference Network Augmented Precise Point Positioning for Instantaneous Ambiguity Resolution[J]. *Journal of Geodesy*, 2011, 85(3): 151-158
- [4] Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS Carrier-phase Ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with Daily Observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(7): 389-399
- [5] Geng J, Teferle F N, Meng X, et al. Towards PPP-RTK: Ambiguity Resolution in Real-time Precise Point Positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2011, 47(10): 1 664-1 673
- [6] Li H, Chen J, Wang J, et al. Network Based Real-time Precise Point Positioning [J]. *Advances in Space Research*, 2010, 46(9): 1 218-1 224
- [7] Bena G, Schmitz M, Bagge A. PPP-RTK: Precise Point Positioning Using State-space Representation in RTK Networks[C]. *ION GNSS-05, Long Beach, California*, 2005
- [8] Dai L. Augmentation of GPS with Glonass and Pseudolite Signals for Carrier Phase Based Kinematic Positioning[M]. *University of New South Wales*, 2002
- [9] 熊永良, 黄丁发, 丁晓利, 等. 基于多个 GPS 基准站的对流层延迟改正模型研究[J]. *工程勘察*, 2005 (5): 55-57
- [10] 叶世榕, 张双成, 刘经南. 精密单点定位方法估计对流层延迟精度分析[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2008(8): 788-791
- [11] 张小红, 何锡扬, 郭博峰, 等. 基于 GPS 非差观测值估计大气可降水量[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2010(7): 806-810
- [12] 陈正昌. 多变量分析方法统计软件应用[M]. 北京: 中国税务出版社, 2005: 104-106

第一作者简介: 张小红, 教授, 博士生导师。现主要从事 GNSS 精密定位及 GNSS 地学应用等方面的教学和科研工作。

E-mail: xhzhang@sgg.whu.edu.cn

## Zenith Troposphere Delay Interpolation Model for Regional CORS Network Augmented PPP

ZHANG Xiaohong<sup>1</sup> ZHU Feng<sup>1</sup> LI Pan<sup>1</sup> ZHAI Guang<sup>1</sup>

(1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Taking a priori precise ZPD derived from CORS network to augment PPP can reduce the number of unknown parameters, accelerate its ambiguity resolution in PPP and shorten the convergence time. We investigate the applicability and interpolation effect of spatial regression model in which precise ZPD derived from regional CORS network are used to interpolate ZPD for user site. We also demonstrate that H1QM3 model and MLCM model are equivalent, and propose the height constraint strategy to improve interpolation precision. It is shown that the H1QX1 model and H1QM3 model are superior to other models, interpolation precision is 10 mm in the flat region and 20mm in the undulated region. With height constraint, the precision of interpolated ZPD can be improved by 60% in the undulated region. The optimal number of reference stations for interpolation is 9 or 10.

**Key words:** CORS; ZPD; spatial interpolation; augmentation; PPP

**About the first author:** ZHANG Xiaohong, professor, Ph.D., Ph.D supervisor. He is concentrated on the research and education in GNSS precise positioning and its geoscience applications.

E-mail: xhzhang@sgg.whu.edu.cn