

文章编号: 1671-8860(2006)06-0476-05

文献标志码: A

# 遥感图像相关性及其熵计算

卢 健<sup>1</sup> 彭 嫚<sup>1</sup> 卢 昕<sup>2</sup>

(1 武汉大学遥感信息工程学院, 武汉市珞喻路129号, 430079)

(2 武汉大学电子信息工程学院, 武汉市珞喻路129号, 430079)

**摘要:** 针对新一代遥感图像辐射分辨率提高的情况, 设计了计算双字节联合熵的算法, 讨论了量化级数对信息熵计算的影响, 并考虑信源的记忆性质, 对多波段图像讨论削减像元之间相关性及多波段间相关性的方法, 进而对接近无记忆信源的图像数据进行联合熵的计算和分析, 取得更为合理的评价结果。所发展的方法适用于多波段影像融合中最适宜的波段选择和质量评估。

**关键词:** 图像相关性; 联合熵; 影像融合; 最佳波段选择

中图法分类号: P237.3

## 1 概 述

信息熵定义来源于信息论和信号处理, 它是对信息内容的客观评估<sup>[1]</sup>。近年来在遥感数据融合处理研究中, 信息熵常作为对融合图像信息质量的客观评价指标<sup>[2,3]</sup>。由于对信息熵的定义缺乏完整的理解, 在实际计算时作了不合理的简化, 影响了评价的定量意义。本文首先讨论了图像相关性对信源熵的影响。为了正确估计信息熵, 图像需经过去相关性的变换处理。设计了计算双字节多维遥感图像联合熵的算法, 并对合理选取量化级数、简化计算复杂度、节省存储单元的方法进行了讨论。为了寻求有效的实用算法, 探讨了单幅图像内去像元间相关的方法; 同时探讨了对遥感多光谱图像去波段间相关性的处理, 由此得出了计算合成图像联合熵的简化算法。

试验图像采用江苏盐城地区的 IKONOS 卫星多光谱图像数据, 大小为 512 像元  $\times$  512 像元。其中 4 个多光谱波段的地面分辨率为 4 m, 全色波段的分辨率为 1 m, 图像采用双字节存储 12 bites 的图像灰度。在计算双字节图像统计量程序支持下, 对于图像熵计算中的不同去相关方法进行了分析比较。对单幅图像去相关后, 在光谱域对去相关求联合熵和直接由条件概率计算联合

熵两种方法的结果进行比较分析。结果表明, 对单幅图像选择两方向一阶差分去相关后, 再在光谱域采用一阶差分, 就能取得接近严格计算的联合熵。用上述方法进行图像融合时的波段选择及其对融合后图像信息熵的估计可以得到合理的结果。

## 2 图像熵

### 2.1 离散信源的序列熵

设信源输出的随机序列为  $X$ , 而  $X = (X_1, X_2, \dots, X_L, \dots, X_L)$ , 序列中的单个符号变量  $X_l \in (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ , 即序列长为  $L$ 。随机序列的概率为  $p(X = x_i) = p(X_1 = x_{i_1}, X_2 = x_{i_2}, \dots, X_L = x_{i_L})$ ,  $i = 1, 2, \dots, n^L$ ,  $i_l = 1, 2, \dots, n$ , 这时信源的序列熵为:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^{n^L} p(x_i) \lg p(x_i) = \\ - \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \dots \sum_{i_L=1}^n p(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_L}) \\ \lg p(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_L}) \quad (1)$$

其中, 随机序列的概率可表示成条件概率形式:

$$p(X = x_i) = p(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_L}) = \\ p(x_{i_1}) p(x_{i_2} | x_{i_1}) p(x_{i_3} | x_{i_1}, x_{i_2}) \dots p(x_{i_L} | x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{L-1}}) \quad (2)$$

当信源无记忆时,  $p(x_i) = p(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_L})$   
 $= p(x_{i_1})p(x_{i_2})p(x_{i_3}) \dots p(x_{i_L}) = \prod_{l=1}^L p(x_{i_l})$ , 这时信源的序列熵可表示为:

$$H(X) = - \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^n \dots \sum_{i_L=1}^n p(x_{i_1})p(x_{i_2}) \dots p(x_{i_L})$$

$$[\lg p(x_{i_1}) + \dots + \lg p(x_{i_L})] = \sum_{l=1}^L H(X_l) \quad (3)$$

若满足平稳特性, 即与序号  $l$  无关, 则有  $H(X_1) = H(X_2) = \dots = H(X_L)$ , 这时信源的序列熵又可表示为  $H(X) = LH(X)$ 。如果考虑序列代表遥感多光谱图像,  $L$  表示波段数, 序列中的单个符号变量为每一波段的像元数据,  $L$  个像元值为一个符号组, 所谓联合熵即对  $L$  个波段构成的联合信源确定的信息量。如果各波段彼此不相关, 联合熵等于各波段熵之和。但是遥感多光谱图像并不是离散无记忆信源, 并且各波段图像中的相邻像元也存在相关性, 联合熵计算需要具体分析。

## 2.2 离散有记忆信源的序列熵

图像信号更符合有记忆信源定义。对于有记忆信源, 必须引入条件熵的概念。若信源输出一个  $L$  长序列, 则信源的序列熵为:

$$H(X) = H(X_1, X_2, \dots, X_L)$$

$$= H(X_1) + H(X_2 | X_1) + \dots$$

$$+ H(X_L | X_1, X_2, \dots, X_{L-1}) \quad (4)$$

可以看出, 平均符号熵  $H_L(X)$  是  $L$  的单调非增函数。随着  $L$  的增大, 序列熵会增加, 但增加的熵值越来越小, 这导致平均符号熵会随着  $L$  的增大而减小, 即有:

$$H_{L-1}(X) \geq H_L(X) \geq H_{L+1}(X) \quad (5)$$

当上述平稳信源满足  $m$  阶马尔可夫性质时, 信源发出的符号只与前面的  $m$  个符号有关, 而与更前面出现的符号无关。用概率表达为:

$$p(x_i | x_{i-1}, x_{i-2}, x_{i-3}, \dots, x_{i-m}, \dots)$$

$$= p(x_i | x_{i-1}, x_{i-2}, \dots, x_{i-m}) \quad (6)$$

当  $L \rightarrow \infty$  时, 则有:

$$H \circ (X) = \lim_{L \rightarrow \infty} H(X_L | X_1, X_2, \dots, X_{L-1})$$

$$= H(X_{m+1} | X_1, X_2, \dots, X_m) \quad (7)$$

上述公式在工程上很实用, 即只需求出条件熵。

## 2.3 图像相关性

### 2.3.1 自相关

自相关反映一幅图像内相邻像元间的信息冗余, 对信息熵的估计有直接影响。若有一幅图像  $f(i, j)$ ,  $i, j = 0, 1, \dots, N-1$ , 则该图像的自相关函

数定义为:

$$\rho(x, y) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j)f(i+x, y+j)}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j)f(i, j)} \quad (8)$$

自相关函数  $\rho(x, y)$  随着像元之间距离  $x, y$  的大小而变化。图 1 描述城市地区多波段遥感图像, 随着距离  $x, y$  的增大, 函数数值递减。当像元相距 20 个像素时, 相关值降至 69%。

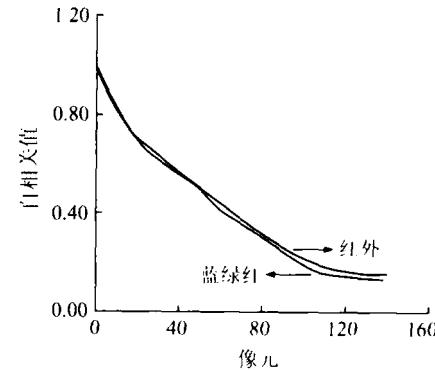


图 1 自相关特征

Fig. 1 Self-relate of Four Bands

### 2.3.2 互相关

多波段图像各波段之间的图像相关性反映了波段图像之间的信息冗余, 由互相关函数表征为:

$$\Omega(f_k, f_l) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [f_k(i, j) - \bar{f}_{2k}][f_l(i, j) - \bar{f}_{2l}]}{\left\{ \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [f_k(i, j) - \bar{f}_{2k}]^2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} [f_l(i, j) - \bar{f}_{2l}]^2 \right\}^{1/2}} \quad (9)$$

波段间相关性是指每个光谱波段图像的同一空间位置像素的相似性。产生这种相似性的原因有以下两点: 多光谱各个波段图像的像素值是相同区域地物在每个波段的反射值, 它们具有相关性;

由于不同波段的图像所涉及地面目标相同, 它们具有相同的空间拓扑结构<sup>[4]</sup>。

表 1 列举了 4 波段遥感图像以及通过波段间一阶差分、哈达玛变换和余弦变换后的互相关计算结果。波段间一阶差分即蓝波段影像保持原始影像, 将相邻波段相减得到  $g-b$ 、 $r-g$ 、 $r-r$  差分数据。余弦变换得到的结果记为  $dct_1$ 、 $dct_2$ 、 $dct_3$  和  $dct_4$ , 哈达玛变换的结果为  $ht_1$ 、 $ht_2$ 、 $ht_3$  和  $ht_4$ 。

从表 1 中可知, 原始的蓝、绿、红波段强烈相关, 而近红外与蓝、绿、红波段之间相关极弱。通过波段间一阶差分, 可见光各波段的互相关降低, 但近红外与可见光波段的相关性略增。对于试验

图像, 可以考虑差分方法, 且只在相关性强的前3个波段之间进行差分。哈达玛变换和余弦变换得到的第一个分量与其他分量的相关性都较小, 但

其他分量之间的相关性较大, 可见降低波段间相关性要具体分析, 不能简单地采用正交变换方法。

表1 四波段遥感图像互相关计算结果

Tab. 1 Results of Four Bands Correlation Using Three De-correlation Methods

原始波段	<i>b</i>	<i>g</i>	<i>r</i>	<i>n</i>	波段间差分	<i>b</i>	<i>g-b</i>	<i>r-g</i>	<i>n-r</i>
<i>b</i>	1	0.967	0.929	0.046	<i>b</i>	1	0.809	0.593	0.046
<i>g</i>		1	0.966	0.139	<i>g-b</i>		1	0.611	0.256
<i>r</i>			1	0.175	<i>r-g</i>			1	0.209
<i>n</i>				1	<i>n-r</i>				1
余弦变换	<i>dc</i> <sub>1</sub>	<i>dc</i> <sub>2</sub>	<i>dc</i> <sub>3</sub>	<i>dc</i> <sub>4</sub>	哈达玛变换	<i>ht</i> <sub>1</sub>	<i>ht</i> <sub>2</sub>	<i>ht</i> <sub>3</sub>	<i>ht</i> <sub>4</sub>
<i>dc</i> <sub>1</sub>	1	-0.567	0.138	-0.249	<i>ht</i> <sub>1</sub>	1	-0.415	-0.619	0.138
<i>dc</i> <sub>2</sub>		1	-0.877	0.891	<i>ht</i> <sub>2</sub>		1	0.943	-0.950
<i>dc</i> <sub>3</sub>			1	-0.968	<i>ht</i> <sub>3</sub>			1	-0.832
<i>dc</i> <sub>4</sub>				1	<i>ht</i> <sub>4</sub>				1

## 2.4 求解联合熵

虽然对于试验图像波段间并不都呈现出高度相关性, 但是新型遥感图像在一些邻近波段间通常是高度互相关的, 尤其对光谱分辨率更为精确的高光谱遥感图像<sup>[4]</sup>, 利用这一性质可以简化联合熵计算。波段合成图像的联合熵计算涉及条件概率的获取, 例如, 计算两个波段的联合熵的条件概率可先统计两个波段的二维直方图。由于双字节的遥感图像实际的像元灰度取值一般不会超过2 000级, 计算时首先求出各波段灰度的极小值和极大值, 确定灰度取值范围, 再决定直方图数组的大小。若考虑波段间的高度互相关, 后一波段像元灰度仅在前一波段像元值的附近取值, 因此二维直方图会集中于矩阵的一些局部区域(集群区域)。直接采用二维矩阵存储会占用太多空间, 改为索引方式存储可以减少空间复杂性并且节省存储空间。尤其对于更高维的条件概率计算, 索引方式存储可以极大地提高计算速度及节省内存。

## 3 图像去相关

为取得准确的信息熵估计, 可以通过削减图像像元间的相关性实现。

### 3.1 单波段图像相邻像元去相关

如果按有记忆信源处理来统计单幅图像的信息熵, 其条件概率计算十分复杂。考虑简化计算复杂度, 先进行削减像元间相关性处理。去相关处理采用以下方法: 两方向一阶差分; 二维哈达玛变换; 二维余弦变换。表2中列出了3种去相关方法的信息熵。

余弦变换认为是接近最佳去相关的主分量变换方法的实用算法, 以余弦变换结果为基准对其

他方法的结果进行分析比较是合理的选择。从表2中可知, 一阶差分后的熵接近余弦变换得到结果的熵, 而差分计算显然比余弦变换的计算要简单, 可以认为变换后图像接近无记忆信源。在后面的试验中, 采用一阶差分来处理单幅图像的像元间相关性。

表2 对各单波段三种去相关方法结果的信息熵

Tab. 2 Information Entropy of Each Band Image Using Three De-correlation Methods

原始波段	原始图像的熵	一阶差分后的熵	二维哈达玛变换后的熵	余弦变换
<i>b</i>	6.454	5.755	6.103	5.847
<i>g</i>	7.155	6.522	6.897	6.678
<i>r</i>	7.558	6.919	7.257	7.035
<i>n</i>	8.677	7.640	7.895	7.670

### 3.2 变换系数量化级讨论

进行二维哈达玛变换和余弦变换时, 对所得的变换系数取多大的量化级数会影响所计算熵的结果。由于IKONOS原始影像按12 bites灰度级存储, 而余弦变换得到的系数为实型数。用以下方法决定再量化的等级数: 对余弦变换系数分别取11、12、13、14、15和16 bites量化为整型, 计算相应的信息熵。然后对量化的变换结果图像作反余弦变换, 计算结果影像与原始影像之差的均方根。对蓝色波段分析结果见表3。从表3中可以看出, 当量化级不断增加时, 从12 bites~15 bites图像的熵趋于平稳, 而图像差的均方根从14 bites开始也趋于平稳, 为±0.4个灰度级, 接近量化误差的水平, 故最后量化级数取14 bites。

### 3.3 多波段图像去相关

进行单波段图像去相关后, 为计算联合熵可以考虑使用以下方法去除波段间的相关性: 用一阶差分对4个波段图像去相关处理, 再进行以下4种变

换: 波段间一阶差分、二维哈达玛变换、二维余弦变换、主分量变换。

表3 对余弦变化系数采用不同的量化级的分析结果

Tab. 3 Analyzing Result Using Different Quantification Level for DCT Transformation Coefficient

评价指标	余弦变换量化级					
	11 bites	12 bites	13 bites	14 bites	15 bites	16 bites
反变换图像熵	6.383	6.404	6.404	6.407	6.407	6.439
与原始影像差	1.331	0.577	0.577	0.409	0.409	0.419

表4 去除波段相关得到的结果

Tab. 4 Information Entropy After Bands De-correlation

变换后分量	主分量变换后的熵	一阶差分后的熵	二维哈达玛变换后的熵	余弦变换后的熵
1	8.680	6.454	9.319	8.322
2	8.139	6.056	8.536	8.083
3	5.238	6.240	8.754	7.504
4	4.298	7.640	8.512	6.451
4图像联合	24.359	24.453	31.009	26.545

表4列出了对4个波段进行变换后得到的4幅新图像的熵。主分量变换可以完全消除波段间的相关性, 其变换的结果图像信息量按分量排序递减。以主分量变换作为参照, 比较4幅图像的联合熵, 可以明显看出, 一阶差分结果的联合熵最接近主分量变换的结果。

## 4 多光谱合成及图像融合应用

对于彩色合成或融合图像, 理论上如果图像序列是无记忆的, 联合熵应等于各分量图像熵之和。但是图像是有记忆信源, 用以下方法进行试验。

### 4.1 彩色合成的联合熵

彩色合成是遥感图像分析的重要方法, 将任

意3个波段图像合成为一幅假彩色图像, 可以增加可视信息量, 突出目标与背景或不同地物之间的差异, 从而改善图像的判读性能。如何从多个波段中利用联合熵作为指标选出信息量最大的组合, 具体计算可采用以下两种流程。

1) 将各单幅图像处理成无记忆信源 再将波段序列处理成无记忆 按无记忆信源定义计算联合熵。

因为不同去相关算法的去相关能力不同, 所以可对结果进行比较。试验中图像经过消除自相关后, 波段间再进行主分量变换, 联合熵按式(3)近似计算。

2) 处理单幅图像为无记忆信源 对选择的三波段图像采用联合熵计算程序计算(即按(1)式计算), 将结果与流程1的计算结果比较。

表5 两种试验流程得到的彩色合成联合熵结果

Tab. 5 Joint Entropy Using Two Different Methods

波段组合	两方向一阶差分	二维哈达玛变换	余弦变换	与全色图像融合
	流程1/流程2)	流程1/流程2)	流程1/流程2)	流程1/流程2)
<i>b, g, r</i>	16.341/15.645	19.021/16.475	16.074/15.264	16.557/16.043
<i>b, g, n</i>	18.453/16.639	20.975/17.190	19.449/16.453	18.840/16.827
<i>b, r, n</i>	18.991/16.800	20.979/17.376	20.355/16.730	19.821/17.260
<i>g, r, n</i>	19.255/16.919	22.391/17.500	20.946/16.897	20.478/17.366

从表5中可以看出, 近似联合熵的流程1)得到的波段组合的联合熵都比直接联合熵流程2)的要大, 这表明严格的联合熵计算接近合成图像的真实信息量, 但是需要统计条件概率。两种流程结果的排序得到一致结果, 其中绿、红、近红外3波段合成的信息熵最大。余弦变换和一阶差分得到的结果相近, 这与表2中的分析一致。哈达玛变换得到的波段联合熵偏大, 近似性差。

### 4.2 融合影像的熵

为评估高分辨率全色影像和低分辨率多光谱影像融合后的信息熵, 同样采用两种流程计算。首先对表5中各种组合的光谱影像进行HIS变换, 将全色影像和1分量进行直方图匹配后替换1分量, 经HIS反变换得到融合结果: 对融合图像用一阶差分处理各分量图像 对结果分量图像之间用一阶差分处理 3个分量图像信息熵求

和; 对融合图像用一阶差分处理各分量图像计算条件概率 直接用联合熵算法计算融合影像的联合熵。

表5中最后一列列出按联合熵大小排序的融合影像, 可以看出使用流程1) 计算融合图像的联合熵要大于流程2) 得到的联合熵, IKONOS全色与多光谱进行融合, 结果图像信息量均增大。

## 5 结语

针对遥感数据融合处理信息熵有效地作为对融合图像信息质量的客观评价指标, 但是在熵的计算中需要考虑信源的记忆性质。本文通过几种方法去除单幅图像像元相关性和波段间相关性, 试验结果表明, 两方向一阶差分与余弦变换去除像素的相关性效果相近, 而一阶差分具有计算简单的优势。哈达玛变换和余弦变换未能有效去除波段间相关, 计算中将并不具相关性的近红外波段混入, 不能取得理论上的去相关效果, 而一阶差分方法简单, 效果较好。对接近无记忆信源用两种流程计算融合后的信息熵, 取得排序一致的结果, 表明两种流程都具有选择优化组合波段的作用, 从图像信息量估计和图像编码压缩考虑, 采用

严格的联合熵算法较为合适。IKONOS全色与多光谱彩色图像融合, 其信息量增大。文中所介绍的流程可供波段优选和融合影像的信息量估计灵活选用。

## 参 考 文 献

- [1] 曹雪虹. 信息论与编码[M]. 清华大学出版社, 2004
- [2] Shannon C E. A Mathematical Theory of Communication[J]. Bell System Technical Journal, 1948, 27: 379-423; 623-656
- [3] Jia Yonghong. The Research on Methods and Applications of Multisource Remotely Sensed Image Data Fusion [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2001: 37-59
- [4] 赵英时. 遥感应用分析原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 262
- [5] 刘恒殊, 彭凤华, 黄廉卿. 超光谱遥感图像特征分析[J]. 光学精密工程, 2001, 9(4): 392-395

第一作者简介: 卢健, 教授, 博士生导师。主要从事摄影测量、遥感和图像处理方面的教学及科研工作。在图像分析地图读取系统、计算机视觉和土地变化监测等方面取得多项成果。

E-mail: jianluin2005@hotmail.com

## Relativity of Remote Sensing Images and Entropy Calculation

LU Jian<sup>1</sup> PENG Man<sup>1</sup> LU Xin<sup>2</sup>

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University,  
129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 School of Electronic Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** Aiming at the improvement of radiation resolution in new generation remote sensing images, a method that used for computing double byte joint entropy is provided. At the same time, some further questions, such as how the quantitative series affect the entropy, what kind of method can be used to reduce the correlation of pixels and different bands in multispectral image and how to compute and analyse joint entropy for images which is close to non-memory for more accurate result, are discussed. The developing method can be used for the optimum bands selecting and quality evaluation in image fusion.

**Key words:** correlation; joint entropy; image fusion; optimal bands selection

**About the first author:** LU Jian, professor, Ph. D supervisor. He is concentrated on the research and education in photogrammetry, remote sensing and image processing. He has made achievement for image analysis, reading map system, computer vision and land change detection.

E-mail: jianluin2005@hotmail.com