

IMU/GPS 组合导航系统自适应 Kalman 滤波算法

高为广¹ 杨元喜² 崔先强² 张双成³

(1 信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路 66 号, 450052)

(2 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054)

(3 长安大学地质工程与测绘工程学院, 西安市雁塔南路 6 号, 710054)

摘要:给出了 IMU 在地固坐标系中的误差方程, 介绍并分析了自适应滤波和渐消 Kalman 滤波算法原理, 然后将渐消因子引入到自适应滤波算法中, 并将其应用到 IMU/GPS 组合导航系统中, 最后利用一个实际算例证明了该组合导航系统的有效性。

关键词:组合导航; 自适应滤波; 渐消滤波; 地固坐标系
中图分类号: P228.4

惯性元件误差是惯性系统的主要误差源, 且惯性系统误差随时间的推移迅速积累, 于是单独 IMU 不能满足载体长期导航和定位的需要。IMU/GPS 组合导航系统可以有效地利用各自的优点, 进行系统间的取长补短以减小系统误差, 提高系统的性能。常见的 IMU/GPS 组合系统有松组合和紧组合两种组合方式^[1,2], 松组合的精度比紧组合低, 但松组合方法简单而且容易实现。

为了控制过时状态误差对当前状态参数估计的影响, 统计学界早在 19 世纪就提出渐消滤波算法^[3,4], 即采用遗忘因子限制 Kalman 滤波器的记忆长度, 以便充分利用现时的观测数据。基于抗差估计原理, 杨元喜等曾提出一种整体状态信息自适应滤波^[5], 自适应因子基于观测信息与模型状态信息的不符值自适应地确定, 具有整体稳健性和可靠性。经过详细分析^[5,7]及多次应用, 可认为这种基于整体状态信息的自适应滤波优于现有的渐消滤波和其他自适应滤波。但是, 当某些历元观测信息不足时, 该历元的状态参数估计值很难获得, 为此, 必须寻求在不估算历元状态参数的前提下, 求解自适应因子的方法。本文研究 IMU 与 GPS 以位置和速度作为观测量的松组合导航系统, 提出了利用预测残差统计量构造自适应因子, 类似于渐消滤波的渐消因子, 并设计了组合导航系统的自适应 Kalman 滤波器。实例表明, 该

组合系统的性能明显优于经典 Kalman 滤波。

1 地固系中 IMU 的误差方程

理论上, IMU 力学编排的计算可以在多种坐标系下进行。但由于应用地固坐标系进行 IMU 力学编排可以直接获得载体在地心(或参心)直角坐标系如协议地球坐标系 CTF(WGS84)中的三维直角坐标, 因而很适合与 GPS 数据进行组合处理。根据 IMU 在地固系的导航方程^[8,9]可推求误差方程如下。

1) 姿态误差 $\delta\boldsymbol{p}$

$$\delta\boldsymbol{p} = -\boldsymbol{\Omega}_e^e \delta\boldsymbol{p} + \boldsymbol{R}_b^e \delta\boldsymbol{g} \quad (1)$$

式中, $\delta\boldsymbol{p} = (\delta\phi_e, \delta\phi_n, \delta\phi_u)$ 。

2) 速度误差 $\delta\boldsymbol{v}$

$$\delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{N}^e \delta\boldsymbol{v} - 2\boldsymbol{\Omega}_e^e \delta\boldsymbol{v} - \boldsymbol{F}^e \delta\boldsymbol{p} + \boldsymbol{R}_b^e \delta\boldsymbol{a} \quad (2)$$

3) 位置误差 $\delta\boldsymbol{r}$

$$\delta\boldsymbol{r} = \delta\boldsymbol{v}, \quad \delta\boldsymbol{r} = (\delta x, \delta y, \delta z) \quad (3)$$

4) 陀螺仪和加速度计随机漂移误差 $\delta\boldsymbol{g}$ 和 $\delta\boldsymbol{a}$
对陀螺仪和加速度计误差进行分析表明, 误差模型主要是一阶马尔柯夫过程, 可以分别表示为:

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{g} &= -\frac{1}{T_g} \delta\boldsymbol{g} + \boldsymbol{w}_g \\ \delta\boldsymbol{a} &= -\frac{1}{T_a} \delta\boldsymbol{a} + \boldsymbol{w}_a \end{aligned} \quad (4)$$

其中, 公式(1)~ (4)中各符号意义见文献[10]。

2 IMU/GPS 组合导航自适应滤波

IMU/GPS 采用简单的松组合导航形式, 取系统状态参数为 15 维, 分别为位置、速度、姿态误差以及陀螺仪和加速度计在三轴上的漂移, 记为:

$$\mathbf{X} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta v_x, \delta v_y, \delta v_z, \delta p_e, \delta p_n, \delta p_u, \delta g_x, \delta g_y, \delta g_z, \delta a_x, \delta a_y, \delta a_z] \quad (5)$$

根据式(1)~ 式(4) 可以给出连续系统状态方程为:

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{F}(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(t)\mathbf{W}(t) \quad (6)$$

式中, $\mathbf{W}_{6 \times 1}^T = [w_g \quad w_a]^T$ 为系统噪声; $\mathbf{F}(t)$ 为动态矩阵, 且

$$\mathbf{F}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{N}^e & -2\Omega_e^e & \mathbf{F}^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{R}^e \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\Omega_e^e & \mathbf{R}^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_g & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{T}_a \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中各符号表示意义同式(1)~ 式(4)。

对式(6) 可采用 Taylor 级数展开式离散化^[6], 离散化状态方程为:

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \Phi_{k, k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (8)$$

其中, $\bar{\mathbf{X}}_k$ 为 k 时刻状态参数预测向量; \mathbf{X}_{k-1} 为 $k-1$ 历元的状态向量, 其估计值为 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$; \mathbf{w}_k 为动力模型误差向量, 相应协方差阵为 Σ_{w_k} ; $\Phi_{k, k-1}$ 为离散后的状态转移矩阵。

取 GPS 和 IMU 输出的位置和速度之差作为观测量(松组合), 构造量测方程。设 GPS 在 WGS84 坐标系中的输出为 $(x_{gps}, y_{gps}, z_{gps})$ 和 $(v_{x_{gps}}, v_{y_{gps}}, v_{z_{gps}})$, IMU 的输出为 $(x_{imu}, y_{imu}, z_{imu})$ 和 $(v_{x_{imu}}, v_{y_{imu}}, v_{z_{imu}})$, 其中 GPS 输出解能够有效地抑制观测异常和状态扰动异常对导航解的影响^[5-7]。令

$$\mathbf{L}_k = [r_{gps} - r_{imu}, v_{gps} - v_{imu}]^T \quad (9)$$

误差方程为:

$$\mathbf{V}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k - \mathbf{L}_k \quad (10)$$

式中, $\mathbf{A}_{k, 6 \times 15} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{1}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 9} \end{bmatrix}$ 为量测矩阵; \mathbf{L}_k 为观测向量, 其协方差矩阵为 Σ_k ; \mathbf{V}_k 为残差向量; \mathbf{X}_k 为状态参数向量。

取自适应滤波风险函数:

$$\mathbf{V}_k^T \Sigma_k^{-1} \mathbf{V}_k + \alpha_k (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}_k)^T \Sigma_k^{-1} (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}_k) = \min \quad (11)$$

则得离散的自适应 Kalman 滤波解为:

$$\bar{\mathbf{X}}_k = \Phi_{k, k-1} \bar{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (12)$$

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} = (\Phi_{k, k-1} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_{k-1}} \Phi_{k, k-1}^T + \Sigma_{w_k}) / \alpha_k \quad (13)$$

$$\mathbf{X}_k = \bar{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{X}}_k] \quad (14)$$

$$\mathbf{K}_k = \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T [\mathbf{A}_k \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T + \Sigma_k]^{-1} \quad (15)$$

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{A}_k] \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_{k-1}} \quad (16)$$

式中, Σ_k 和 $\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k}$ 分别为 \mathbf{L}_k 和 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 的协方差矩阵; α_k 为自适应因子, 满足 $0 < \alpha_k \leq 1$ 。当 $\alpha_k = 1$ 时, 自适应滤波解即为正常的 Kalman 滤波解; 当动力模型误差较大, 或载体处于非平稳状态时, α_k 应小于 1, 即动力模型信息在最终滤波解中的影响应尽量小。显然 α_k 起着调节动力模型信息与观测信息的功能。

与式(11) 原则不同, 渐消滤波着重控制 $k-1$ 时刻的状态估计误差, 于是相应的渐消因子也仅作用于式(13) 中的 $\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_{k-1}}$, 其表达形式为:

$$\Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \lambda_k \Phi_{k, k-1} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_{k-1}} \Phi_{k, k-1}^T + \Sigma_{w_k} \quad (17)$$

其余各式等同于式(12)~ 式(16), λ_k 称为渐消因子。但是当滤波发散或状态偏差较大时, 人们很难判定是 $k-1$ 时刻的状态估计误差还是状态本身扰动误差引起的。另一方面, 文献[7] 构造的渐消因子有明显的优点, 即无需估计当前历元的状态向量, 于是将其引入到式(13) 表示的自适应滤波解中。此处自适应因子 α_k 可取渐消因子的倒数:

$$\alpha_k = \frac{1}{\lambda_k} = \frac{1}{\max \left\{ 1, \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]} \right\}} \quad (18)$$

式中, $\text{tr}[\cdot]$ 是矩阵迹的符号。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_k &= \mathbf{A}_k \Phi_{k, k-1} \Sigma_{\bar{\mathbf{X}}_{k-1}} \Phi_{k, k-1}^T \mathbf{A}_k^T \\ \mathbf{N}_k &= \mathbf{C}_0 k - \mathbf{A}_k \Sigma_{w_k} \mathbf{A}_k^T - \Sigma_k \end{aligned} \quad (19)$$

$$\mathbf{C}_0 k = \begin{cases} \frac{\lambda_k \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T}{1 + \lambda_k}, & k > 1 \\ \frac{1}{2} \mathbf{w}_0 \mathbf{w}_0^T, & k = 1 \end{cases} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{w}_k = \mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{X}}_k$ 为预测残差。

此时的滤波解即为自适应滤波解, 它与正常 Kalman 滤波解的显著区别在于, 将验前状态协方差矩阵和状态本身扰动协方差阵同时膨胀 $\frac{1}{\alpha_k}$ 倍, 使历史状态信息的使用效率降低, 从而达到重用现时测量信息的目的。

3 计算与比较

本文数据采集于对阿尔卑斯山脉的一次冰川

测量。基准站和运动平台分别设置 Trimble 4000 SSI GPS 和 NovAtel Millenium GPS 接收机, 采用 IMU Litton LN200 测量三轴向角加速度和线加速度。IMU 采样频率为 200 Hz, GPS 数据采样周期为 1.0 s, 组合周期为 1.0 s, 初始经纬度和高度分别为 8.633°、47.406° 和 484.305 m。算例中, 下列参数由经验计算确定, 陀螺仪和加速度计相关时间分别为 100.0 s、60.0 s; 陀螺漂移和加速度计偏置初始方差分别取 1.0°/h 和 50 μg; 初始位置误差分别为 1.0 m、1.0 m 和 5.0 m; 初始速度误差为 0.01 m/s; 初始平台失准误差分别为 100''、100'' 和 500''; GPS 伪距和多普勒观测量初始方差取 1.0 m²、0.1 m² · s⁻²。取德国斯图加特大学的动态定位软件 PosGPS3.0 输出的位置、速度作为“真值”。在此共进行 3 个方案的解算: ① IMU/GPS 组合 Kalman 滤波(CKF); ② IMU/GPS 组合渐消滤波(FKF); ③ IMU/GPS 组合自适应滤波(AKF)。

将 3 种动态滤波解分别与其“真值”作差, 结果见图 1~ 图 3。但由于 X、Y 和 Z 轴方向误差图类同, 在此只列出 X 轴方向误差图。

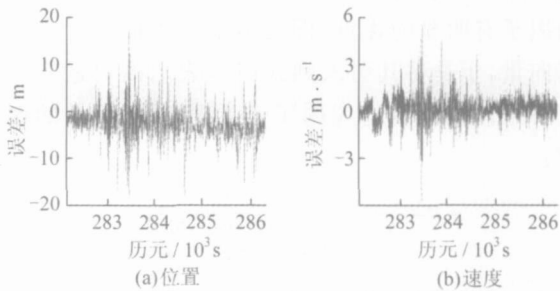


图 1 Kalman 滤波的位置和速度误差
Fig. 1 Position and Velocity Errors of CKF

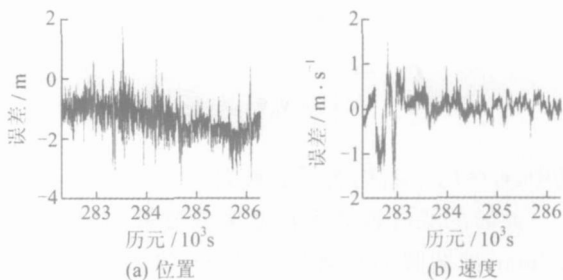


图 2 渐消滤波的位置和速度误差
Fig. 2 Position and Velocity Errors of FKF

分析上述计算结果, 可以得出以下结论。

1) 在 IMU/GPS 组合导航系统中, 应用经典 Kalman 滤波时, 由于系统噪声、观测噪声协方差阵无法精确给出, 且状态方程、量测方程存在模型误差, 导致滤波结果不理想, 见图 1 和表 1。

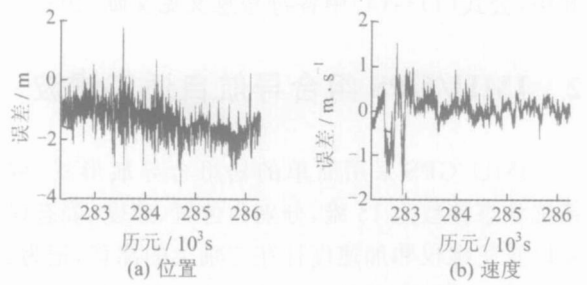


图 3 自适应滤波(AKF)的位置和速度误差
Fig. 3 Position and Velocity Errors of AKF

表 1 3 种算法误差比较/m

Tab. 1 Comparison of RMS

RMS	位置			速度		
	X 轴	Y 轴	Z 轴	X 轴	Y 轴	Z 轴
CKF	3.382	3.350	3.405	0.782	0.325	0.754
FKF	0.502	0.531	0.454	0.327	0.098	0.338
AKF	0.500	0.528	0.453	0.326	0.097	0.338

2) 由图 2 和表 1 可以看出, 渐消滤波通过渐消因子 λ 控制了前一时刻状态估计误差的影响, 相对经典 Kalman 滤波在精度和动态性能方面都有明显改善。

3) 自适应滤波与渐消滤波相当, 但自适应因子 α_k 可同时控制前一时刻状态估计误差和状态本身扰动误差的影响, 精度略高于渐消 Kalman 滤波, 见图 3 和表 1。

总之, 自适应 Kalman 滤波算法通过自适应估计原理能够同时抑制状态估计误差和状态扰动误差的影响。在 IMU/GPS 组合导航系统中, 自适应因子的确定依据观测信息冗余情况而定。当观测信息多余时, 可以依据不符值原理和方差分量估计原理确定自适应因子^[5,7]; 当观测信息不足时, 可以采用预测残差统计量构造自适应因子^[7]。在采用预测残差构造自适应因子 α_k 时, 要使自适应因子能够同时有效地控制状态估计误差和状态扰动误差的影响。

本文在 IMU/GPS 组合导航算法中, 将渐消滤波中的渐消因子引入到自适应滤波, 为 IMU/GPS 组合导航系统的自适应算法研究提供了一种新思路。

参 考 文 献

[1] Upadhyay T N, Cotterill S, Deaton A W. Autonomous GPS/INS Navigation Experiment for Space Transfer Vehicle[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3): 772-785
 [2] 杨艳娟, 金志华. MIMU/GPS 组合导航系统研究[J]. 中国惯性技术学报, 2003, 3(5): 1-4

- [3] Fagin S L. Recursive Linear Regression Theory, Optimal Filter Theory and Error Analysis of Optimal System[J]. IEEE Int Convent Record, 1964 (12): 216-240
- [4] Ou Jikun, Chai Yanju, Yuan Yunbin. Adaptive Filter for Kinematic Positioning by Selection of the Parameter Weights[M] //Progress in Geodesy and Geodynamics. Wuhan: Hubei Science & Technology Press, 2004
- [5] Yang Yuanxi, He Haibo, Xu Guochang. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2): 109-116
- [6] Yang Yuanxi, Xu Tianhe, He Haibo. On Adaptively Kinematic Filtering[J]. English of Acta Geodetica et Cartographica Sinica, 2001: 25-32
- [7] 杨元喜, 高为广. 基于方差分量估计的自适应融合导航[J]. 测绘学报, 2004, 33(1): 22-26
- [8] 董绪荣, 张守信, 华仲春. GPS/INS 组合导航定位及其应用[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1998
- [9] 夏启军, 孙优贤, 周春晖. 渐消卡尔曼滤波器的最佳自适应算法及其应用[J]. 自动化学报, 1990, 16(3): 210-216
- [10] 高为广. 自适应融合导航理论与方法及其在 GPS 和 INS 中的应用[D]. 郑州: 信息工程大学, 2005

第一作者简介: 高为广, 博士生, 主要研究方向为动态大地测量数据处理。

E-mail: gw9821@163.com

Application of Adaptive Kalman Filtering Algorithm in IMU/GPS Integrated Navigation System

GAO Weiguang¹ YANG Yuanxi² CUI Xianqiang² ZHANG Shuangcheng³

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

(2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(3 Institute of Geodesy and Surveying, Chang'an University, 6 Yanta South Road, Xi'an 710054, China)

Abstract: The IMU error equations in the earth fixed coordinates are introduced firstly. A fading Kalman filtering is simply introduced and its shortcomings are analyzed, then an adaptive filtering is applied in IMU/GPS integrated navigation system, in which the adaptive factor is replaced by the fading factor. A practical example is given. The results prove that the adaptive filter combined with the fading factor is valid and reliable when applied in IMU/GPS integrated navigation system.

Key words: integrated navigation; adaptive filtering; fading filtering; the earth fixed coordinates

About the first author: GAO Weiguang, Ph.D candidate, majors in kinematic geodesy and geodetic data processing.

E-mail: gw9821@163.com