文章编号:1671-8860(2006)01-0012-04　　文献标志码:A

均方根信息滤波和平滑及其在低轨卫星星载GPS精密定轨中的应用

赵齐乐[1]　刘经南[1]　葛茂荣[1,2]　施　闯[1,2]

(1　武汉大学GPS工程技术研究中心,武汉市珞喻路129号,430079)
(2　德国地球科学研究中心,波茨坦,14473)

摘　要:从均方根信息滤波和平滑的基本原理出发,结合卫星定轨的实际特征,导出了其在精密定轨软件中实现的详细公式;针对均方根滤波的特点,提出了快速高效地探测和修复GPS观测数据中周跳的新方法。利用实测星载GPS数据验证了基于均方根滤波的质量控制算法的可靠性,得到了有益的结果。

关键词:均方根信息滤波;质量控制;精密定轨
中图法分类号:P228.41

均方根信息滤波和平滑算法(SRIF/SRIS)已成功应用于美国喷气动力实验室(JPL)开发的GPS数据处理软件GIPSY[1,2],其在处理GPS数据及其他卫星跟踪数据时能有效地克服滤波器的发散,具有较高的数值稳健性和计算高效性[3]。鉴于此,武汉大学自主研制的精密定位定轨软件(PANDA)也采用了相同的滤波算法[4]。

尽管随着GPS数据预处理技术的不断发展和完善,部分周跳能被有效地探测,但仍然会有一定数量的周跳,特别是数值较小的周跳难以被发现[5]。然而未被探测出来的周跳将极大地降低定位定轨的精度,因此,自动地探测周跳是GPS数据处理阶段中最为关键的一环[6]。本文针对均方根滤波的特点,提出了快速高效地探测和修复GPS观测数据中周跳的新方法。

1　均方根信息滤波

1.1　滤波模型

基于均方根滤波的基本原理,考虑到实现低轨卫星星载GPS精密定轨的复杂性,可将待估状态参数分为三类进行处理:① $\boldsymbol{P}_j$ 为相关过程噪声参数;② $\boldsymbol{X}_j$ 为随时间变化的状态参数,但并不完全依赖于白噪声的量;③ $\boldsymbol{Y}$ 为不随时间变化的状态参数。此时,滤波器的观测方程和状态方程可表示为:

$$z_j = \boldsymbol{A}_{P(j)}\boldsymbol{P}_j + \boldsymbol{A}_{X(j)}\boldsymbol{X}_j + \boldsymbol{A}_{Y(j)}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{v}_j \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{j+1} \\ \boldsymbol{P}_{j+1} \\ \boldsymbol{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}_{X(j)} & \boldsymbol{V}_{P(j)} & \boldsymbol{V}_{Y(j)} \\ 0 & \boldsymbol{M}_j & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_j \\ \boldsymbol{P}_j \\ \boldsymbol{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{w}_j \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{w}_j$ 为滤波器的过程噪声;$\boldsymbol{M}_j$ 为一对角矩阵,取决于相关噪声类型。

上述滤波模型既适用于动力学定轨,又可用于简化动力学定轨过程。采用纯动力学定轨方法时,卫星的初始状态被认为是不随时间变化的参数,即 $\boldsymbol{Y}$ 变量;如果采用简化动力学定轨时,卫星的状态变量为随时间变化的变量,为 $\boldsymbol{X}$ 变量。

1.2　单步求解

考虑到上述不同类型的状态参数,将具有一定协方差的初始状态参数视为虚拟观测量,通过Cholesky变换可以得到初始的信息矩阵等式:

$$\begin{bmatrix} z_X \\ z_P \\ z_Y \end{bmatrix}_j = \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{R}}_X & \widetilde{\boldsymbol{R}}_{XP} & \widetilde{\boldsymbol{R}}_{XY} \\ 0 & \widetilde{\boldsymbol{R}}_P & \widetilde{\boldsymbol{R}}_{PY} \\ 0 & 0 & \widetilde{\boldsymbol{R}}_Y \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{X}}_0 \\ \widetilde{\boldsymbol{P}}_0 \\ \boldsymbol{Y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{v}}_x \\ \widetilde{\boldsymbol{v}}_y \\ \widetilde{\boldsymbol{v}}_z \end{bmatrix}_j \tag{3}$$

在式(3)中加入式(1)的观测值,并在等式两边同乘以一正交矩阵 $\boldsymbol{T}_j$,$\boldsymbol{T}_j$ 通过Hausholder变换获取,于是得:

收稿日期:2005-10-21。
项目来源:国家自然科学基金资助项目(40174005);国家教育部科学技术研究重点基金资助项目;地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放研究基金资助项目(905276031-04-01)。

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_X & \tilde{R}_{XP} & \tilde{R}_{XY} \\ 0 & \tilde{R}_P & \tilde{R}_{PY} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_Y \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \tilde{X}_j \\ \tilde{P}_j \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_X \\ \hat{z}_P \\ \hat{z}_Y \\ e \end{bmatrix}_j - \begin{bmatrix} \hat{v}_X \\ \hat{v}_P \\ \hat{v}_Y \\ \hat{v} \end{bmatrix}_j \quad (4)$$

令 $V = [\hat{v}_X \quad \hat{v}_P \quad \hat{v}_Y \quad v]^T$, 要求 $V^T V$ 最小, 则有:

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_X & \tilde{R}_{XP} & \tilde{R}_{XY} \\ 0 & \tilde{R}_P & \tilde{R}_{PY} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_Y \end{bmatrix}_j \begin{bmatrix} \tilde{X}_j \\ \tilde{P}_j \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z}_X \\ \hat{z}_P \\ \hat{z}_Y \end{bmatrix}_j \quad (5)$$

求解式(5), 即可得到第 j 步的状态参数以及相应的协方差阵。

1.3　信息矩阵更新

根据状态方程式(2)可知, 状态向量 X 从 t_j 到 t_{j+1} 时刻的投影方程为:

$$X_{j+1} = V_{X(j)} X_j + V_{P(j)} P_j + V_{Y(j)} Y \quad (6)$$

代入式(5)得:

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_X V_X^{-1} & \tilde{R}_{XP} - \tilde{R}_X V_X^{-1} V_P & \tilde{R}_{XY} - \tilde{R}_X V_X^{-1} V_Y \\ 0 & \tilde{R}_P & \tilde{R}_{PY} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_Y \end{bmatrix}_j \cdot$$

$$[\tilde{X}_{j+1} \quad \tilde{P}_j \quad Y]^T = [\hat{z}_X \quad \hat{z}_P \quad \hat{z}_Y]^T \quad (7)$$

考虑到式(5)中:

$$P_{j+1} = MP_j + w_j \quad (8)$$

由于 w_j 可以认为是一独立的随机过程噪声, 并服从 $N(0, \sigma^2)$ 分布, 可以用下式描述:

$$r_w w_j = z_w \quad (9)$$

式中, r_w 为相应过程噪声的标准差; 考虑到 w_j 为零均值, z_w 可以设为零。综合式(8)和式(9)并代入式(7), 同时在等式两边同乘以正交矩阵算子 T_j, 并通过正交变换可得:

$$R_P^* P_j + [R_{PX} \quad R_{PP}^* \quad R_{PY}^*] \begin{bmatrix} \tilde{X}_{j+1} \\ \tilde{P}_{j+1} \\ Y \end{bmatrix} = z_w^* \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_X & \tilde{R}_{XP} & \tilde{R}_{XY} \\ 0 & \tilde{R}_P & \tilde{R}_{PY} \\ 0 & 0 & \tilde{R}_Y \end{bmatrix}_{j+1} \begin{bmatrix} \tilde{X}_{j+1} \\ \tilde{P}_{j+1} \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_X \\ z_P \\ z_Y \end{bmatrix}_{j+1} \quad (11)$$

根据式(11)可实现考虑相关噪声的状态更新步骤, 而式(10)与后续滤波过程无关, 但可存储于一文件中, 用于后向均方根信息平滑。如果在式(11)底部增加第 $j+1$ 步的观测量:

$$z_{j+1} = A_{P(j+1)} P_{j+1} + A_{X(j+1)} X_{j+1} + A_{Y(j+1)} Y + v_{j+1} \quad (12)$$

类似式(3)、式(4), 就可在软件中实现均方根信息逐次滤波。

2　均方根信息平滑

软件中实现均方根信息平滑需要在滤波的同时准备如下必备信息: ① 已知式(6)中的 $V_{X(j)}$、$V_{P(j)}$ 和 $V_{Y(j)}$; ② 在每一步滤波过程中, 保存式(10)中的 R_P^*、$[R_{PX}^* \quad R_{PP}^* \quad R_{PY}^*]^T$ 和 z_w^*; ③ 最终滤波结果为 $[P_N \quad X_N \quad Y_N]^T$。

现假设已知第 $j+1$ 步的平滑结果为 $[X_{j+1} \quad P_{j+1} \quad Y]^T$, 根据式(10)得:

$$P_j = (R_P^*)^{-1} \left[z_w - [R_{PX}^* \quad R_{PP}^* \quad R_{PY}^*] \begin{bmatrix} X_{j+1} \\ P_{j+1} \\ Y \end{bmatrix} \right] \quad (13)$$

根据式(6)得:

$$X_j = (V_{X(j)})^{-1} [X_{j+1} - V_{P(j)} P_j - V_{Y(j)} Y] \quad (14)$$

由式(13)和式(14)可以得到第 j 步的平滑值 $[X_j \quad P_j \quad Y]^T$, 逐次递推, 即可在软件中实现均方根信息平滑。

3　基于均方根信息滤波的实时质量控制

1) 首先在正交变换的同时可以获取正交矩阵 T, 其中式(4)中的验后残差值 e 并不参与 T 的确定。将 T 分解为验后残差对先验值的敏感矩阵 S 和验后残差对应观测量的敏感矩阵 S 得:

$$T = [S \quad S], [S \quad S] \begin{bmatrix} z \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{z} \\ e \end{bmatrix} \quad (15)$$

2) 对残差 e 进行分析, 可以实时地定位有问题的历元, 如残差的方差达到观测值噪声的 2 倍或者单个残差平方达到观测噪声方差的 9 倍(大于等于 $(3\sigma)^2$), 则认为此历元可能出现粗差观测。

3) 对有问题的历元的残差 e 进行假设检验, 某些观测量 z_m 就被探测为异常观测值。

4) 假设异常观测 z_m 与真实观测具有相应的偏差 Δz_m, 则利用正交变换的同时得到异常观测值与验后残差的敏感矩阵 S_m (S 的子矩阵), 可以获得观测偏差与残差的对应关系:

$$S_m \times \Delta z_m = \begin{bmatrix} \Delta \hat{z}_m \\ \Delta e_m \end{bmatrix} \quad (16)$$

5) 附加条件 $\| e - \Delta e_m \|^2 = \min$, 可以获得异常值的偏差 Δz_m, 如果 Δz_m 不小于一个周跳的量值, 而且 $\| e - \Delta e_m \|^2$ 明显小于 $\| e \|^2$, 则认为在 z_m 处发生了周跳, 将滤波器的状态向量扩维并增加一整周模糊度参数, 后续观测值将估计新的整周模糊度。

6) 将 $e - \Delta e_m$ 作为新的残差向量 e_{new}, 新残差向量与原验后残差应具有相同的分布, 对 e_{new} 进

行假设检验, 如果仍有观测值被检验为异常观测, 则重复步骤 4)、5), 直到所有的观测值都被完全接受为止。

7) 如果偏差已经确认, 使用相同的敏感方程在滤波器中就很容易实现校正步骤。

4 算例分析

本文基于 PANDA 软件, 解算了 2002 年年积日 131 天的 CHAMP 卫星星载数据。算例中, 为了获取高采样率的 GPS 卫星精密钟差, 联合处理了全球的 24 个 IGS 测站数据, 测站数据的选取与文献[4]一致。

4.1 动力环境

本文以 GFZ 提供的最终 CHAMP 卫星精密轨道为标准轨道, 其动力环境与 CHAMP 卫星实际的动力环境一致。为了检验动力模型描述卫星运动状态的能力, 采用标准轨道进行拟合。取 12 h 的 CHAMP 卫星轨道, 采用两种不同条件下的动力模型进行拟合, 具体的力模型参数及相应的轨道拟合残差如表 1 所示。

表 1 低轨卫星主要的力模型及轨道拟合残差

Tab. 1 Dynamic Models and Fitted Residuals of LEO

模型/轨道拟合残差		条件 1	条件 2	条件 3
重力场		JGM2, 取 70 阶	Eigen2/S, 取 70 阶	Eigen2/S, 取 70 阶
大气阻力		DTM94, 每 3 h 估计 1 参数 C_d	同条件 1	同条件 1
太阳光压		基于卫星表面积分的光压模型, 每弧段(12 h)估计 1 参数	同条件 1	同条件 1
经验力模型		每圈(1.5 h)估计 9 参数	同条件 1	无
拟合残差/cm	径向	8.2	2.2	4.8
	切向	6.8	2.9	7.2
	法向	7.7	1.4	1.8

从表 1 可知, 条件 2 中的模型特别是重力场模型的精度明显高于条件 1 中的模型精度。条件 3 中由于没有经验力模型来吸收模型误差, 不能很好地描述实际的 CHAMP 卫星轨道。

4.2 定轨结果

首先采用 PANDA 软件中的 LS 定轨模块, 在上述三种不同动力环境下得到了相应的定轨结果, 然后基于上述结果, 利用 PANDA 软件的 SIRF/SRIS 模块实现了简化动力定轨。简化定轨过程中, 调整 w_j 的分布 $N(0, \sigma^2)$ 的中误差 σ 可以得到不同的结果, 取极小值, 如 $\sigma = 10^{-11}$ m/s^{-1}, 则结果与纯动力法定轨结果一致; 如 σ= 1 m/s^{-2}, 则与纯几何定轨一致; 如果与动力模型误差相当, 如 $\sigma = 10^{-7}$ m/s^{-2}, 则可得到最为精确的结果。具体定轨精度如表 2 所示。

从表 2 可知, 简化动力定轨方法能通过附加合适的随机过程加速度, 能较好地吸收动力模型及几何观测误差, 精度明显高于动力法和纯几何法的定轨结果。对于动力定轨方法来说, 模型精度是非常关键的一环, 即使是简化动力法, 动力模型越精确, 定轨精度也越高。图 1 给出了条件 3 的结果与 GFZ 最终精密星历的差异。

表 2 低轨卫星精密定轨精度/cm

Tab. 2 Precision Orbit Determination of LEO

		条件 1	条件 2	条件 3
LS 动力法或者 SRIF/SRIS 简化动力法 $\sigma = 10^{-11}$ m/s^{-2}	径向	22.5	8.9	11.3
	切向	25.5	9.8	14.0
	法向	23	6.6	8.3
SRIF/SRIS 简化动力法 $\sigma = 10^{-7}$ m/s^{-2}	径向	10.3	6.1	6.2
	切向	9.5	7.1	7.9
	法向	8.9	5.3	5.1
PPP 纯几何或者 SRIF/SRIS 简化动力法 σ= 1 m/s^{-2}	径向		12.8	
	切向		10.7	
	法向		10.4	

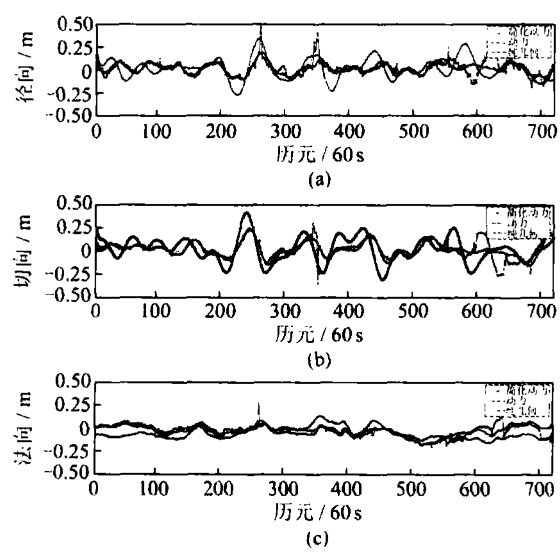

图 1 条件 3 的精密定轨结果与 GFZ 最终精密星历的比较

Fig. 1 Comparison Between POD Results and Precision Orbit of GFZ in Case 3

4.3 实时周跳探测结果

为了获取上述高精度结果, 需具备以下三个前提: ① 获取高采样率的精密钟差; ② 较为精确的动力模型; ③ 完备的数据编辑和周跳探测。

由于处理的是实测数据, 首先利用 PANDA 软件的 LS 定轨模块, 通过对残差的分析进行多次迭代计算, 确保观测数据没有周跳。然后在观测数据中对 L_1 载波相位观测值随机附加多个周

跳。利用 PANDA 软件的 SRIF/SRIS 定轨模块进行实时质量控制, 其定轨结果与未附加周跳的结果基本相同, 其探测周跳的效果如表 3 所示。从表 3 可知, 除了历元 647 中的 PRN1 卫星的 1 周的小周跳外, 其他全被精确定位。由于质量控制过程避免了重复求解过程, 所耗费的时间几乎可以忽略, 充分说明了该算法的可靠性和实施的高效性。

表 3　基于均方根信息滤波的实时周跳探测

Tab. 3　Real Time Slip Detection Based on SRIF

含周跳卫星			定位周跳		最终结果
历元	卫星号	周跳	定位	初步估值	
32	PRN4	2	√	2. 13	2. 07
	PRN5	4	√	3. 82	3. 91
77	PRN1	3	√	3. 16	3. 06
315	PRN1	1	√	2. 31	2. 14
324	PRN2	3	√	2. 67	3. 03
560	PRN4	6	√	5. 46	5. 89
647	PRN1	1	×	–	–
650	PRN1	3	√	3. 14	2. 73
	PRN4	10	√	8. 34	9. 91
670	PRN4	1	√	1. 12	0. 99

参　考　文　献

[1] Campbell L A, Cook J W, Cuningham, et al. Experiences in Implementation and Use of the Square Root Information Filter/Smoother for Orbit Determination[C]. The 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, 1998

[2] Wang T C, Collier J B, Ekelund J E, et al. Applications of Square-Root Information Filtering and Smoothing in Spacecraft Orbit Determination[C]. The 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, 1988

[3] Bierman G J. Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation[M]. New York: Academic Press, 1972

[4] Liu Jingnan, Ge Maorong. PANDA Software and Its Preliminary Result of Positioning and Orbit Determination[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2003, 8(2B): 603-609

[5] Blewitt G. An Automatic Editing Algorithm for GPS Data[J]. Geophysical Research Letters, 1990, 17(3): 199-202

[6] Christian A. Real-Time Kinematic and High Accuracy Navigation With Low-Cost GPS Receivers[C]. ION, Long Beach, California, USA, 2001

第一作者简介: 赵齐乐, 博士。现从事卫星精密定轨研究。

E-mail: qilezhao@sina.com

Applications of Square-Root Information Filtering and Smoothing on Orbit Determination of LEO Satellites with On-Board GPS Data

ZHAO Qile[1]　*LIU Jingnan*[1]　*GE Maorong*[1, 2]　*SHI Chuang*[1, 2]

(1　Research Center of GPS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2　GFZ Potsdam, Telegrafenberg A17, Potsdam 14473, Germany)

Abstract: The realization of square-root information filtering and smoothing in orbit determination software is discussed, a new real-time quality control method based on SRIF/SRIS is presented. The on-board GPS data of CHAMP satellite is processed by SRIF/SRIS module of PANDA software. The results show that even small slips can be surely detected and the reduced dynamic orbit of CHAMP can reach 5-8 cm, when 24 IGS station were solved simultaneity.

Key words: square-root information filter; quality control; precision orbit determination

About the first author: ZHAO Qile, Ph.D, majors in the precision orbit determination of satellite

E-mail: qilezhao@sina.com