

高程误差对双星定位系统定位精度的影响研究

林雪原^{1,2} 何 友¹ 张 力¹

(1 海军航空工程学院信息融合技术研究所,烟台市二马路 188 号,264001)
(2 海军航空工程学院电子工程系,烟台市二马路 188 号,264001)

摘 要:分析了两种获得高程的途径对定位精度的影响,推出其误差表达式。大量的仿真分析结果表明,在两种情况下,相同的数字地图高程误差与高度表误差对定位精度的影响完全相同,同时两种高程误差对定位精度影响的规律为:对东西向定位误差影响较小;而对南北向定位误差影响较大,纬度越低影响越大,纬度越高影响越小。

关键词:双星定位系统;高程误差;数字地图;高度表

中图法分类号:P228.41

利用两颗相隔一定距离的地球同步轨道卫星,对其波束覆盖区域之下的目标进行定位,即所谓双星定位。两颗卫星对于一个地球表面目标进行定位,只能提供两个解算方程。要想知道用户的三维坐标,还需提供另外一个与上述两个解算方程互不相关的信息,即用户的高程,或用户的地心距^[1]。得到用户高程的手段有两种:① 由用户自身携带的高程计提供;② 由中心站的数字地图库提供^[1]。

根据系统的定位原理可知,申请定位的用户每响应一次询问信号,中心控制系统可以测得用户至两颗卫星的距离量,加上用户所在点的高程值,可以确定用户的位置。以响应卫星 I 的出站信号为例,用户每响应一次出站信号,中心控制系统可测得两个距离和量 ρ_{U_1} 、 ρ_{U_2} (通过时间差测得)^[2],则有如下方程:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{U_1} &= 2R_{U_1} + 2R_{O_1} \\ \rho_{U_2} &= R_{U_1} + R_{O_1} + R_{U_2} + R_{O_2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, R_{U_1} 、 R_{U_2} 分别为用户至卫星 1、2 的测量距离; R_{O_1} 、 R_{O_2} 分别为用户至卫星 1、2 的测量距离,在卫星的摄动量不大时,可认为是常值;中心控制系统、卫星 1 和 2 在空间直角坐标系中的真实坐标分别为 $(x_i, y_i, z_i) (i=0, 1, 2)$, 则有:

$$\left. \begin{aligned} R_{U_1} &= \sqrt{(x_U - x_1)^2 + (y_U - y_1)^2 + (z_U - z_1)^2} \\ R_{U_2} &= \sqrt{(x_U - x_2)^2 + (y_U - y_2)^2 + (z_U - z_2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, (x_U, y_U, z_U) 代表用户在空间直角坐标系 (ECEF) 中的位置坐标。

1 数字地图高程误差对双星定位系统定位精度的影响

1.1 定位原理

由式 (1) 可以获得 R_{U_1} 、 R_{U_2} :

$$\left. \begin{aligned} R_{U_1} &= \frac{\rho_{U_1} - 2R_{O_1}}{2} \\ R_{U_2} &= \rho_{U_2} - R_{O_2} - \frac{\rho_{U_1}}{2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其交线轨迹为一个圆,即定位圆参考方程。

当用户的高程或地心距不确定而用数字地图求解时,定位解算的过程是一个逐步逼近用户真实位置的过程。

在开始求解时,假设一高程 H_1 截定位圆于一点 M_1 ,以该点对应的 (λ_2, L_2) 投影到地图上,求得投影点处的真实高程 H_2 ,再以此高程截定位圆于一点,以该点对应 (λ_3, L_3) 的投影到地图上,求得投影点处的真实高程。依次类推,当高程满足误差条件 $|H_{n+1} - H_n| \leq \Delta h$ 时,运算则停止^[3,4],如图 1 所示。由于用户的高程利用数字高程图获取,所以用户的高程为经、纬度的函数,即 $H_U = H_U(\lambda, L)$,其中 λ 、 L 分别代表经、纬度。同理,用户到卫星的距离也可表示为经、纬度和高程

的函数,即

$$R_{U_i} = R_{U_i}(\lambda, L, H_U), i = 1, 2$$

(4)

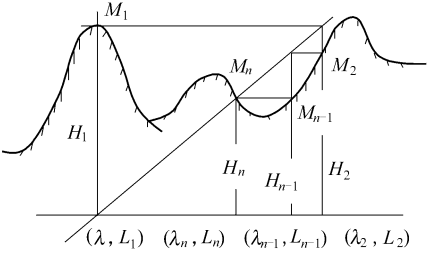


图 1 逐步逼近用户真实位置的过程
Fig. 1 Process of Approaching User's
Position Step by Step

1.2 数字地图高程误差引起的定位误差分析

假设在空间直角坐标系中,用户的位置矢量为 \mathbf{r} ,卫星 i 的位置矢量为 $\mathbf{r}_i(i=1,2)$,用户到卫星 i 的位置矢量为 \mathbf{R}_{U_i} ,则:

$$\mathbf{R}_{U_i} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}$$

(5)

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} (R_{N_i} + h) \cdot \cos L_i \cdot \cos \lambda_i \\ (R_{N_i} + h) \cdot \cos L_i \cdot \sin \lambda_i \\ (R_{N_i} \cdot (1 - e)^2 + h) \cdot \sin L_i \end{bmatrix}$$

(6)

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} (R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \cos \lambda \\ (R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \sin \lambda \\ (R_N \cdot (1 - e)^2 + H_U) \cdot \sin L \end{bmatrix}$$

式中, (λ_i, L_i, h) 为卫星 i 所处的经度、纬度、高度 ($L_i=0, h \approx 36\,000\text{ km}$); R_{N_i}, R_N 为卫星 i 、用户所处的卯酉圈的曲率半径。则 \mathbf{R}_{U_i} 可表示为:

$$\mathbf{R}_{U_i} = (R_{N_i} + h) \cdot \begin{bmatrix} \cos \lambda_i \\ \sin \lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \cos \lambda \\ (R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \sin \lambda \\ (R_N \cdot (1 - e)^2 + H_U) \cdot \sin L \end{bmatrix} \approx (R_{N_i} + h) \cdot \begin{bmatrix} \cos \lambda_i \\ \sin \lambda_i \\ 0 \end{bmatrix} - R_N \cdot \begin{bmatrix} \cos L \cdot \cos \lambda \\ \cos L \cdot \sin \lambda \\ \sin L \end{bmatrix}$$

(7)

用户到卫星 i 的距离可表示为:

$$R_{U_i}^2 = (\mathbf{r}_i - \mathbf{r})^T (\mathbf{r}_i - \mathbf{r})$$

(8)

对式(8)中的 λ, L, H_U 分别求得:

$$\frac{\partial R_{U_i}}{\partial L} = -\frac{1}{R_{U_i}} \cdot \mathbf{R}_{U_i}^T \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial L}$$

(9)

$$\frac{\partial R_{U_i}}{\partial \lambda} = -\frac{1}{R_{U_i}} \cdot \mathbf{R}_{U_i}^T \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda}$$

(10)

$$\frac{\partial R_{U_i}}{\partial H_U} = -\frac{1}{R_{U_i}} \cdot \mathbf{R}_{U_i}^T \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial H_U}$$

(11)

对用户的位置矢量 \mathbf{r} 分别对 λ, L, H_U 求得:

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial L} = \begin{bmatrix} -(R_N + H_U) \cdot \sin L \cdot \cos \lambda \\ -(R_N + H_U) \cdot \sin L \cdot \sin \lambda \\ (R_N \cdot (1 - e)^2 + H_U) \cdot \cos L \end{bmatrix} \cong R_N \begin{bmatrix} -\sin L \cdot \cos \lambda \\ -\sin L \cdot \sin \lambda \\ \cos L \end{bmatrix}$$

(12)

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \lambda} = \begin{bmatrix} -(R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \sin \lambda \\ (R_N + H_U) \cdot \cos L \cdot \cos \lambda \\ 0 \end{bmatrix} = R_N \begin{bmatrix} -\cos L \cdot \sin \lambda \\ \cos L \cdot \cos \lambda \\ 0 \end{bmatrix}$$

(13)

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial H_U} = \begin{bmatrix} \cos L \cdot \cos \lambda \\ \cos L \cdot \sin \lambda \\ \sin L \end{bmatrix}$$

(14)

则由式(7)~式(14),可得:

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial L} = \frac{R_N \cdot (R_{N_i} + h) \cdot \sin L \cdot \cos(\lambda_i - \lambda)}{\mathbf{R}_{U_i}}$$

(15)

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial \lambda} = -\frac{R_N \cdot (R_{N_i} + h) \cdot \cos L \cdot \sin(\lambda_i - \lambda)}{\mathbf{R}_{U_i}}$$

(16)

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial H_U} = \frac{R_N - (R_{N_i} + h) \cdot \cos L \cdot \cos(\lambda_i - \lambda)}{\mathbf{R}_{U_i}}$$

(17)

在不考虑其他误差,仅考虑由数字地图查询得到高程误差为 ΔH_U 的情况下,假设 ΔH_U 对经、纬度的影响分别是 $\Delta \lambda, \Delta L$,由观测量 ρ_{U1}, ρ_{U2} 的物理意义知, $(\Delta \lambda, \Delta L)$ 与 ΔH_U 的对应关系满足:

$$\mathbf{R}_{U_i}(L + \Delta L, \lambda + \Delta \lambda, H_U + \Delta H_U) = \mathbf{R}_{U_i}(L, \lambda, H_U)$$

(18)

式中, (λ, L, H_U) 为用户的真实位置。对式(18)左边进行泰勒级数展开,得:

$$\frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial L} \Big|_{(L, \lambda, H_U)} \cdot \Delta L + \frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial \lambda} \Big|_{(L, \lambda, H_U)} \cdot \Delta \lambda + \frac{\partial \mathbf{R}_{U_i}}{\partial H_U} \Big|_{(L, \lambda, H_U)} \cdot \Delta H_U = 0$$

(19)

式(15)~式(17)代入式(19),可得:

$$R_N \cdot (R_{N_1} + h) \cdot \sin L \cdot \cos(\lambda_1 - \lambda) \cdot \Delta L - R_N \cdot (R_{N_1} + h) \cdot \cos L \cdot \sin(\lambda_1 - \lambda) \cdot \Delta \lambda + [R_N - (R_{N_1} + h) \cdot \cos L \cdot \cos(\lambda_1 - \lambda)] \cdot \Delta H_U = 0$$

(20)

$$R_N \cdot (R_{N_2} + h) \cdot \sin L \cdot \cos(\lambda_2 - \lambda) \cdot \Delta L - R_N \cdot (R_{N_2} + h) \cdot \cos L \cdot \sin(\lambda_2 - \lambda) \cdot \Delta \lambda + [R_N - (R_{N_2} + h) \cdot \cos L \cdot \cos(\lambda_2 - \lambda)] \cdot \Delta H_U = 0$$

(21)

由式(20)、式(21)可得由数字地图查询到的

高程的误差 ΔH_U 引起的东西向定位误差为:

$$R_N \cdot \cos L \cdot \Delta \lambda = \frac{R_N \cdot \Delta H_U}{R_N + h} \cdot \frac{\cos(\lambda_2 - \lambda) - \cos(\lambda_1 - \lambda)}{\sin(\lambda_1 - \lambda_2)}$$

(22)

ΔH_U 引起的南北向定位误差为:

$$R_N \cdot \Delta L = \cot L \cdot \Delta H_U - \frac{R_N \cdot \Delta H_U}{R_N + h} \cdot \frac{\sin(\lambda_2 - \lambda) - \sin(\lambda_1 - \lambda)}{\sin L \cdot \sin(\lambda_2 - \lambda_1)}$$

(23)

1.3 仿真与分析

假设双星定位系统服务的范围为:经度 $70^\circ \sim 140^\circ$, 纬度 $5^\circ \sim 55^\circ$; 假设由数字地图查询到的高程的误差为 10 m, 则东西向、南北向定位误差分别如图 2 所示。

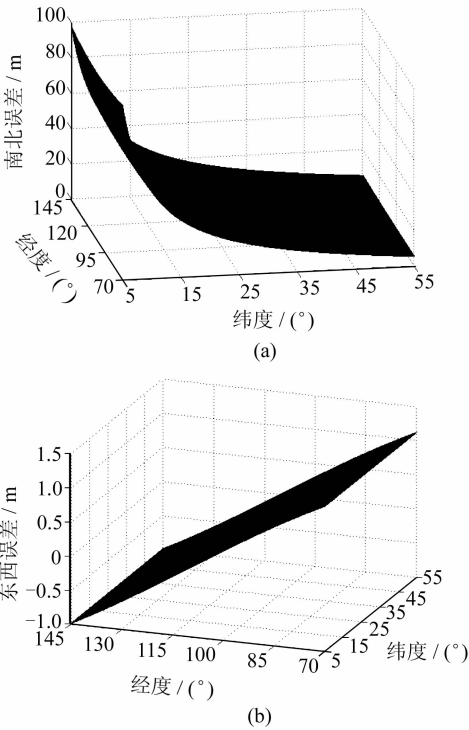


图 2 数字地图高程误差为 10 m 时的双星定位系统定位误差

Fig. 2 Position Errors of Double-Star when Altitude Error of Digital Map is 10 m

从以上仿真试验结果可看出以下几点。

- 1) 南北向定位误差受数字地图高程误差影响较大, 并且与高程误差成正比, 纬度越低, 南北向定位误差越大, 而与经度关系不大, 可近似认为与经度无关; 南北向定位误差主要是由式(23)的第一项决定, 即南北定位误差主要由 $\cot L \cdot \Delta H_U$ 决定。
- 2) 东西向定位误差受数字地图高程误差影响较小, 并且与高程误差成正比, 与经度密切相

关, 与纬度关系不大, 可近似认为与纬度无关; 在经度 $90^\circ \sim 130^\circ$ 范围内, 东西向定位误差在高程误差的 10% 内, 在其他经度范围, 误差在高程误差的 10% ~ 20% 以内。

3) 选取其他数量的高程误差, 并通过计算机仿真发现, 高程误差对双星定位精度的影响规律与上面的结论完全相同, 但是定位误差在由经度、纬度确定的每一点处变化的幅度与高程误差成正比。

2 高度表误差对双星定位系统定位精度的影响

2.1 高度表误差引起的定位误差分析

假如用户自身携带高度表, 双星定位系统接收机把高度表的信息 H_U 随同定位申请信号通过两颗卫星发给中心站, 在这种情况下, 中心站可得到三个观测方程:

$$\begin{aligned} \rho_{U_1} &= 2R_{U_1} + 2R_{O_1} \\ \rho_{U_2} &= R_{U_1} + R_{O_1} + R_{U_2} + R_{O_2} \\ H_U &= \sqrt{(1 - e^2)(x_U^2 + y_U^2) + z_U^2} - R_e \end{aligned}$$

(24)

式中, R_e 为地球半径; e 为地球的偏心率。

在理想情况下, 即不考虑任何误差时, R_{U_1} 、 R_{U_2} 分别为用户至卫星 1、2 的真实距离, H_U 为用户的真实高程值。在仅考虑高度表误差时, 设误差为 ΔH_U , 则其量测方程为:

$$\begin{aligned} \rho_{U_1} &= 2R_{U_{e_1}} + 2R_{O_1} \\ \rho_{U_2} &= R_{U_{e_1}} + R_{O_1} + R_{U_{e_2}} + R_{O_2} \\ H_U + \Delta H_U &= \sqrt{(1 - e^2)(x_{U_e}^2 + y_{U_e}^2) + z_{U_e}^2} - R_e \end{aligned}$$

(25)

式中, $R_{U_{e_i}} = \sqrt{(x_{U_e} - x_i)^2 + (y_{U_e} - y_i)^2 + (z_{U_e} - z_i)^2}$, ($i = 1, 2$); $x_{U_e} = x_U + \Delta x$, $y_{U_e} = y_U + \Delta y$, $z_{U_e} = z_U + \Delta z$, (x_U, y_U, z_U) 为用户在空间直角坐标系中的真实位置, ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) 为由 ΔH_U 引起的位置误差, 对式(25)在真实位置 (x_U, y_U, z_U) 处进行泰勒级数展开可得:

$$\begin{aligned} \frac{x_U - x_1}{R_{U_1}} \cdot \Delta x + \frac{y_U - y_1}{R_{U_1}} \cdot \Delta y + \frac{z_U - z_1}{R_{U_1}} \cdot \Delta z &= 0 \\ \frac{x_U - x_2}{R_{U_2}} \cdot \Delta x + \frac{y_U - y_2}{R_{U_2}} \cdot \Delta y + \frac{z_U - z_2}{R_{U_2}} \cdot \Delta z &= 0 \\ \frac{x_U \cdot (1 - e^2)}{H_M} \cdot \Delta x + \frac{y_U \cdot (1 - e^2)}{H_M} \cdot \Delta y + \frac{z_U}{H_M} \cdot \Delta z &= \Delta H \end{aligned}$$

(26)

式中, $H_M = \sqrt{(1 - e^2) \cdot (x_U^2 + y_U^2) + z_U^2}$ 。

由式(26)算得 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$:

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_U - x_1}{R_{U_1}} & \frac{y_U - y_1}{R_{U_1}} & \frac{z_U - z_1}{R_{U_1}} \\ \frac{x_U - x_2}{R_{U_2}} & \frac{y_U - y_2}{R_{U_2}} & \frac{z_U - z_2}{R_{U_2}} \\ \frac{x_U \cdot (1 - e^2)}{H_M} & \frac{y_U \cdot (1 - e^2)}{H_M} & \frac{z_U}{H_M} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta H \end{bmatrix}^T \quad (27)$$

则 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 引起的经、纬度误差为^[4]:

$$\Delta \lambda = \frac{-\sin \lambda \cdot \Delta x + \cos \lambda \cdot \Delta y}{R_N \cdot \cos \lambda}$$
$$\Delta L = \frac{-\sin L \cdot \cos \lambda \cdot \Delta x - \sin L \cdot \sin \lambda \cdot \Delta y + \cos L \cdot \Delta z}{R_M} \quad (28)$$

式中, R_M 为用户所处椭球子午圈上的曲率半径。则由 ΔH_U 引起的双星定位系统南北向的定位误差为:

$$R_N \cdot \Delta L = R_N \cdot \frac{-\sin L \cdot \cos \lambda \cdot \Delta x - \sin L \cdot \sin \lambda \cdot \Delta y + \cos L \cdot \Delta z}{R_M} \quad (29)$$

由 ΔH_U 引起的双星定位系统东西向的定位误差为:

$$R_N \cdot \cos L \cdot \Delta \lambda = (-\sin \lambda \cdot \Delta x + \cos \lambda \cdot \Delta y) \cdot \cos L \cdot \sec \lambda \quad (30)$$

2.2 仿真与分析

仿真条件 § 1.3, 若高度表测量的高程的误差为 10 m, 则东西向、南北向定位误差如图 3 所示。

由仿真试验结果可以看出以下几点:① 当高度表误差与数字地图高程误差都取为 10 m 时, 它们对双星定位精度的影响相同, 并且它们对双星定位精度的影响规律完全相同, 即符合 § 1.3 的结论;② 同时经过大量的计算机仿真证明, 当高度表误差与数字地图的高程误差相同时, 对于不同的高程误差值, 它们对双星定位精度的影响总是相同的, 并且符合 § 1.3 的结论;③ 产生上述结果的原因是当双星定位系统采用数字地图进行定位时, 当定位过程逐步迭代并收敛于用户的真实值时, 其定位结果的本质是由用户所处的高程方程以及两个距离和量方程决定, 因此等同于采用高度表定位时的结果。

3 结 语

从以上分析与仿真可知, 无论是由数字地图

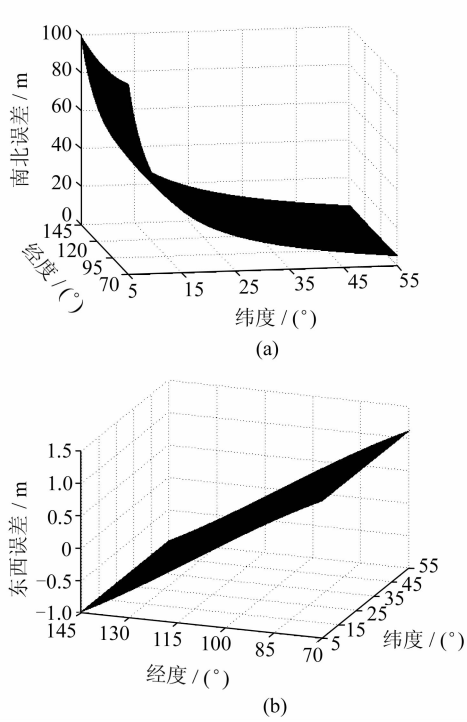


图 3 高度表误差为 10 m 时的双星定位系统定位误差
Fig. 3 Position Errors of Double-Star when Altitude Error of Barometer is 10 m

还是用户自身携带的高度表给双星定位系统提供高程, 高程误差对南北向的定位误差影响较大, 而对东西向的定位误差影响较小; 相同的两种高程误差对双星定位精度的影响也相同。

由于数字地图是通过地形高度的离散化采样并量化得到的, 其查询到的高程主要是地形相对于海平面的高度, 即地形的海拔高度^[5], 如果空中用户依靠中心站内的数字地图提供高程进行定位, 因为引入较大的高程误差而引起南北定位误差较大, 同时也影响东西向定位误差, 因此建议空中用户由其自身携带的高度表提供高程给双星定位系统进而进行较准确的定位。

高程误差对南北向定位误差影响作用主要是由 $\cot L \cdot \Delta H_U$ 决定的, 在实际应用中, 特别是双星定位系统与 SINS 的组合中, 应把高程误差对南北向定位误差影响考虑在内。

参 考 文 献

1 郭建宁. 双星定位系统的定位计算和数字地图. 中国空间科学技术, 1992(6): 14~22

2 孙国良, 丁子明. 双星系统工作方式改进的探讨. 电子学报, 2001, 29(9): 1 217~1 220

3 王正凡, 郝 岩. 双星定位模型及其试验结果分析. 导航, 1991(1): 25~32

4 袁 信,俞济祥,陈 哲. 导航系统. 北京:航空工业出版社,1993

1996, 32(1): 314~325

5 Kazuhiro K, Eihisa M. Communication and Radio Determination System Using Two Geostationary Satellites Part2: Analysis of Positioning Accuracy. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic System,

第一作者简介:林雪原,博士后,副教授。现从事数据融合、雷达定位、捷联惯性以及组合导航系统的研究。
E-mail:linxy_ytcn@126.com

Study on Effect of Altitude Error on Position Precision of Double-Star Positioning System

LIN Xueyuan^{1,2} HE You¹ ZHANG Li¹

(1 Institute of Information Fusion, Naval Aeronautical Engineering Institute,188 Erma Street, Yantai 264001, China)
(2 Electronic Department, Naval Aeronautical Engineering Institute, 188 Erma Street, Yantai 264001, China)

Abstract: This paper analyzes the effect of two kinds of altitudes provided by barometer and digital map on the position precision, and deduces the error expressions. Many simulation results show that in the two cases, the effects of the same altitude errors on the positioning precision is identical, and the rules that the two altitude errors affect positioning precision can be expressed that altitude error has little effect on the east-west position error, but has large effect on the south-north position error, the lower latitude the larger effect, the higher latitude the less effect.

Key words: Double-Star position system; altitude error; digital map; barometer

About the first author: LIN Xueyuan, post-fellow doctor, associate professor. He majors in data fusion, radar position, inertial technology and integrated navigation system.
E-mail: linxy_ytcn@126.com

(上接第 1038 页)

Spherical Expressions of Element Matrices for Finite Element Covers in Numerical Manifold Method

LIU Jingnan¹ CHEN Ting² XU Caijun² YI Changrong²

(1 Presidential Secretariat, Wuhan University, Luojia Hill, Wuhan 430072, China)
(2 Key Lab. of Geospace Enviroment & Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: In order to simulate crustal deformation in large scale, a 2D spherical NMM is developed from plane NMM. The new model adopts spherical triangles as mathematical covers. The stiffness matrix, initial stress matrix, point load matrix, body load matrix, inertia force matrix are derived, which lay a foundation for the new model.

Key words: spherical coordinate system; numerical manifold method; element matrices

About the first author: LIU Jingnan, professor, Ph.D supervisor, academician of Chinese Academy of Engineering. He is mainly engaged in special geodesy and geodynamics. His typical achievements are the theory and scheme of high precision GPS data processing in China; the comprehensive software of GPS satellite positioning processing: the software of WADGPS data processing; monitoring the crustal movement and deformation of Qinghai-Tibet Plateau with GPS.
E-mail: jnliu@whu.edu.cn