

甚宽频带地震计频域标定的相关处理技术

——用正交相关法提高大噪声条件下正弦波标定的精度

周云耀^{1,2,3} 蔡亚先^{1,2,3}

(1 中国地震局地震研究所,武汉市洪山侧路 40 号,430071)

(2 中国地震局地壳应力研究所武汉科技创新基地,武汉市洪山侧路 40 号,430071)

(3 地壳运动与地球观测实验室,武汉市洪山侧路 40 号,430071)

摘要:研究了正交相关法的数学原理,给出了仿真计算与测试应用的实例。结果表明,正交相关法具有很强的噪声抑制能力,克服了大噪声对标定精度的影响,大大提高了甚宽频带地震计的频域标定精度。

关键词:甚宽频带地震计;频域标定;正交相关法

中图法分类号:P315.62;P207

采用文献[1]介绍的相关法进行地震计正弦波标定与数据处理,明显提高了频域标定精度。但此相关法在求取信号幅值时有一项限制条件,即在求自相关函数 $R_s(0)$ 时,假定噪声强度远小于信号幅值,从而对噪声进行了忽略。事实上,这种忽略本身就带来了一定的计算误差。该相关法在噪声相对不大于 10% 时具有较高的测试精度。但噪声较大时,这种忽略会导致较大的测量误差。在这种情况下,本文提出了一种对相关法进行改进的标定与数据处理方法——正交相关法。

1 正交相关法的数学原理

标定正弦波信号为 $c(t) = A\sin(\omega t + \theta) + N_c(t)$,地震计输出信号为 $s(t) = B\sin(\omega t + \theta + \varphi) + N_s(t)$ 。

首先分析 $c(t)$ 。用计算机和高精度的 D/A 转换器,加上强劲的滤波器,可以产生非常精确的标定正弦波 $c(t)$ 。可以认为, $c(t)$ 是没有噪声的或噪声极小,可忽略不计。 $c(t)$ 可以表达为:

$$c(t) = A\sin(\omega t + \theta)$$

其次,引入参考信号 $c'(t) = A\cos(\omega t + \theta)$ 。显然, $c'(t)$ 与 $c(t)$ 是正交的,因而把改进的相关法称为正交相关法。这样, $s(t)$ 与 $c'(t)$ 的互相关

函数 $R_{s'}(\tau)$ 为:

$$R_{s'}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T s(\tau) c'(t + \tau) dt = \frac{1}{T} \int_0^T$$

$[B\sin(\omega t + \theta + \varphi) + N_s(t)] A\cos[\omega(t + \tau) + \theta] dt$
当 $\tau=0$ 时,

$$R_{s'}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T AB\sin(\omega t + \theta + \varphi) \cos(\omega t + \theta) dt + \frac{1}{T} \int_0^T N_s(t) A\cos(\omega t + \theta) dt$$

由于噪声 $N_s(t)$ 与 $\cos(\omega t + \theta)$ 不相关,所以
上式第二项为 0,则

$$R_{s'}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T AB\sin(\omega t + \theta) \cos(\omega t + \theta) \cos\varphi dt + \frac{1}{T} \int_0^T AB\cos 2(\omega t + \theta) \sin\varphi dt$$

由于三角函数的正交性,上式第一项为 0,则

$$R_{s'}(0) = \frac{AB}{2} \sin\varphi \quad (1)$$

同理,可以求出 $s(t)$ 与 $c(t)$ 的互相关函数 $R_{sc}(0)$ 为:

$$R_{sc}(0) = \frac{AB}{2} \cos\varphi \quad (2)$$

标定信号 $c(t)$ 的自相关函数为:

$$R_c(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T c(t) c(t + \tau) dt$$

当 $\tau=0$ 时,

$$R_c(0) = \frac{1}{T} \int_0^T c^2(t) dt = \frac{A^2}{2}$$

故 $A = \sqrt{2R_c(0)}$ (3)

由式(1)、式(2)可以求得：

$$\varphi = \arctan R_{\kappa'}(0) / R_{\kappa}(0) \tag{4}$$

由式(2)、式(3)得：

$$B = 2R_{\kappa}(0) / (A \cos \varphi) \tag{5}$$

所以，由式(4)可以求得输出正弦波与标定输入正弦波之间的相位差；由式(5)可以求得输出正弦波的幅度值。依次改变标定正弦波的频率，可以求得地震计的相频特性和幅频特性。

由此可见，在求取地震计输出正弦波幅值 B 和相位差 φ 时，不必要求噪声的幅值远小于信号的幅值。根据上面的计算公式，可以精确求出 B 和 φ ，这样就解决了在有噪声的情况下精确测定地震计输出正弦波的幅度和相位差的问题，达到了抑制噪声的目的。

2 数字信号的计算方法

由以上分析可知，用正交相关法求取幅度和相位差的问题可归结为求 $R_{\kappa}(0)$ 、 $R_{\kappa'}(0)$ 和 $R_c(0)$ 等相关函数的值。

标定信号的产生和输出信号的采集都是采用数字信号。对输出信号，通过 A/D 转换器将地震计输出信号进行采样，变成数字信号，以便于计算机处理。标定信号 $c(t)$ 的采样序列为 $c(k)$ ，地震计输出信号的采样序列为 $s(k)$ ， $k=1, 2, 3, \dots, n$ ， n 为采样点数。因此，在数字信号中，相关函数的计算可表示为：

$$R_c(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n c^2(k) \tag{6}$$

$$R_{\kappa}(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s(k)c(k) \tag{7}$$

$$R_{\kappa'}(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s(k)c'(k) \tag{8}$$

由 $c(t)$ 和 $c'(t)$ 的计算公式可知， $c'(t)$ 与 $c(t)$ 只存在 90° 的相位差异。参考信号 $c'(t)$ 的取得只需将信号 $c(t)$ 向前移动 $\pi/2$ ，即 $1/4$ 周期。在对信号进行数字化后， $c'(t)$ 的取得只需将信号 $c(t)$ 的计算起点向后移 $1/4$ 周期，即 $c'(t) = c(t + T/4)$ ， T 为正弦波周期。由于

$$R_{\kappa'}(0) = \frac{1}{T} \int_0^T s(t)c'(t + \tau) dt = R_{\kappa}\left(\tau + \frac{T}{4}\right)$$

因而在计算互相关函数 $R_{\kappa'}(0)$ 时，只需计算 $R_{\kappa}(T/4)$ 即可。

令 $\tau=0$ ，则

$$R_{\kappa'}(0) = R_{\kappa}(T/4)$$

可见，计算 $s(t)$ 与 $c'(t)$ 在 $\tau=0$ 时的互相关值，就是计算 $s(t)$ 与 $c(t)$ 在 $\tau=T/4$ 时的互相关值。即在计算 $R_{\kappa}(\tau)$ 时，将 τ 值取为 $T/4$ ，即将 $c(t)$ 的计算起点延迟 $T/4$ 。

假定采样率为 S ，由于信号周期为 T ，则每个周期的采样点数为 ST 。延迟 $T/4$ 就是将计算点延迟 $ST/4$ 个点。因此，计算 $R_{\kappa'}(0)$ 的离散表达式为：

$$R_{\kappa'}(0) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n s(k)c\left(k + \frac{ST}{4}\right) \tag{9}$$

所以，根据式(6)~式(8)计算出各相关函数值后，就可以根据式(4)、式(5)计算出地震计在标定正弦波作用下地震计输出的幅值特性和相位特性。

经过数字化后，相关计算变得简单。求取 $s(t)$ 与 $c(t)$ 的互相关函数 $R_{\kappa}(0)$ 及 $s(t)$ 与参考信号 $c'(t)$ 的互相关函数 $R_{\kappa'}(0)$ ，简化为求取 $s(t)$ 与 $c(t)$ 的互相关函数 $R_{\kappa}(T)$ 在 $T=0$ 与 $T=T/4$ 时的互相关值。在数字信号处理中， $R_{\kappa}(T/4)$ 的计算也十分简单。

3 仿真计算与分析

用计算机产生标定正弦波 $c(t)$ 、输出正弦波 $s(t)$ ，幅值均为 20 000 counts，数据点间的间隔为 0.002 s，以实现标定过程的实际采样率为 500 次/s。两正弦波间的相位差为 30° 。

用计算机产生一随机噪声叠加到 $s(t)$ 上，模拟实际标定的输出信号。噪声幅度占信号幅度的百分比依次为 0%、1%、2%、3%、4%、5%、6%、7%、8%、9%、10%、11%、12%、13%、14%、15%、16%、17%、18%、19%、20%、30%、40%、50%、60%、70%、80%、90%、100%。用正交相关法原理编制程序，计算输出正弦波的幅值 B 和相位角 φ ，程序流程图如图 1 所示。

依次改变正弦波的频率分别为 100 Hz、60 Hz、50 Hz、20 Hz、10 Hz、5 Hz、2 Hz、1 Hz、2 s、10 s、30 s、50 s、100 s、120 s、150 s、200 s，重复上述计算。当数据长度足够时，各频率点的计算结果非常一致。

表 1 反映了各种噪声比例下的幅值 B 与相位角 φ 的计算值及其误差值。其测试条件为：信号频率为 1 Hz，采样率为 500 次/s，幅度为 20 000 counts，相位差为 30° 。图 2 反映了正交相关法的幅度和相位计算误差与输出正弦波噪声比例的

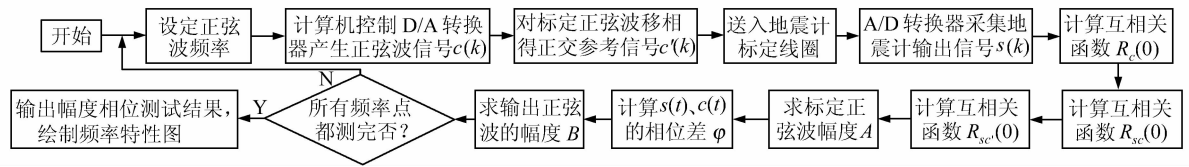


图 1 正交相关法测试计算的程序流程图

Fig. 1 Flow Chart of Vertical Correlation Method

表 1 正交相关法仿真计算结果及误差值

Tab. 1 Emulational Compute Results and Error of Vertical Correlation Method

噪声比例/%	幅度值/counts	偏差/%	相位/(°)	偏差/(°)	噪声比例/%	幅度值/counts	偏差/%	相位/(°)	偏差/(°)
0	20 000.0	0	30.00	0	15	19 997.3	-0.013 5	29.99	-0.01
1	20 000.7	+0.003 5	30.00	0	16	19 995.3	-0.023 5	30.00	0
2	20 001.0	+0.005 0	30.00	0	17	19 995.5	-0.022 5	29.99	-0.01
3	20 001.4	+0.007 0	30.00	0	18	19 989.8	-0.051 0	30.00	0
4	20 002.5	+0.012 5	30.00	0	19	19 990.0	-0.050 0	30.01	+0.01
5	20 003.4	+0.017 0	30.01	+0.01	20	19 983.0	-0.085 0	30.00	0
6	20 001.8	+0.009 0	30.01	+0.01	30	19 991.7	-0.0415	30.02	+0.02
7	19 999.4	+0.003 0	30.00	0	40	19 992.6	-0.037 0	29.98	-0.02
8	20 002.8	+0.014 0	29.99	-0.01	50	19 991.2	-0.044 0	29.86	-0.14
9	20 000.7	+0.003 5	30.00	0	60	20 028.8	+0.140 0	29.83	-0.17
10	19 996.4	-0.018 0	30.00	0	70	20 078.8	+0.394 0	29.85	-0.15
11	19 997.3	-0.013 5	30.00	0	80	20 097.0	+0.485 0	29.74	-0.26
12	19 998.6	-0.007 0	30.01	+0.01	90	20 087.8	+0.435 0	29.90	-0.10
13	20 000.9	+0.004 5	30.00	0	100	19 939.4	-0.303 0	29.73	-0.27
14	19 996.2	-0.019 0	30.00	0					

关系。由于在实际标定过程中,标定信号中不可能一点噪声都不存在,因此在仿真计算时,给标定信号也加入了相对幅度为 1% 的高频随机噪声,这样使计算结果更具有真实性。

分析仿真计算结果,可得出如下结论。

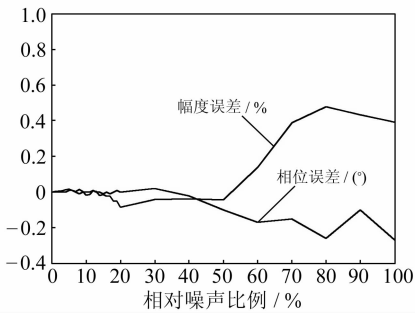


图 2 正交相关法计算结果与噪声比例的关系

Fig. 2 Relation of Compute Results and Noise Ratio of Vertical Correlation Method

1) 采样率大于奈奎斯特频率时,只要数据长度保持足够长,各频率点的计算结果都具有很高的精度,计算结果非常一致。

2) 当噪声比例小于 10% 时,幅度计算值误差小于 0.02%,相位角计算值误差小于 0.01°。当噪声比例在 10% ~ 50% 时,幅度误差小于 0.05%,相位角误差小于 0.1°;当噪声比例在 50% ~ 100% 时,幅度最大误差小于 0.5%,相位

角最大误差小于 0.3°。可见,即使信号完全淹没在噪声中,即噪声占信号幅度的比例为 100% 时,用正交相关法仍然可以将信号从噪声中提取出来,并具有很高的精度。因此,用正交相关法进行正弦波标定的数据处理,保证幅值 0.5%、相位角 0.5° 的精度是没有疑问的。

4 测试实例及分析

选取一台 CTS-1 甚宽频带地震计垂直向(编号:CTS02012),按照标称传递函数的要求,精确调整仪器的参数。用计算机控制正弦波标定技术,对该地震计进行标定实验,采用三种方法进行标定的数据处理。① 传统频域方法:对标定中的噪声不作处理,长时间等待,在输出正弦波稳定时读取数据。② 相关法:对噪声进行预处理。③ 正交相关法:对噪声数据进行预处理。

为方便分析,选取高频 50 Hz、中间频段 1 s、低频 120 s 三个频率点进行数据处理。表 2 给出了用三种方法进行数据处理的结果。

分析实测结果,可得出如下结论。

1) 传统正弦波标定方法通过长时间等待输出稳定,才能减少漂移的影响,测试效率很低。而相关法和正交相关法既具有较高的标定精度,也

表 2 三种方法进行数据处理的标定结果

Tab. 2 Data Processing Results of Three Methods

		50 Hz	1 s	120 s
理论值	幅度/counts	31 108	44 000	31 108
	相位/(°)	311. 875	−4. 700	89. 955
传统标定方法	幅度/counts	30 687	44 780	31 750
	误差/%	−1. 35	+1. 77	+2. 06
	相位/(°)	314. 525	−5. 328	88. 532
相关法	误差/(°)	+2. 650	−0. 628	+1. 423
	幅度/counts	31 477	44 428	31 450
	误差/%	+1. 18	+0. 9	+1. 10
	相位/(°)	310. 841	−4. 893	89. 285
	误差/(°)	−1. 034	−0. 193	−0. 670
	幅度/counts	31 115	44 006	31 102
正交	误差/%	+0. 022	+0. 014	−0. 010
相关法	相位/(°)	311. 863	−4. 705	89. 974
	误差/(°)	−0. 012	+0. 005	+0. 019

具有较高的测试效率。

2) 正交相关法具有极强的噪声抑制能力,其测试精度高于相关法,大大高于传统标定方法。

3) 正交相关法在地震计的低频端和高端都具有极高的精度,这是正交相关法区别于其他方法的突出特点,因而特别适用于超宽频带与甚宽频带地震计的标定。

4) 正交相关法集标定手段与数据处理方法于一体。标定过程中用到的正交信号,通过对信

号的延时处理就可得到,不需在物理上产生一个另外的信号。这种独特的数据处理方法使得在频域标定中无需增加标定设备与时间就可完成高精度的标定。

参 考 文 献

1 周云耀,吕永清. 用相关法提高地震计相频特性测试精度. 大地测量与地球动力学,2003, 23(1):119~122

2 周云耀. 甚宽频带地震计频域标定的噪声处理方法. 大地测量与地球动力学,2004,24(1):121~126

3 周云耀,蔡亚先,吕永清,等. CT-1 地震计传递函数测试仪的设计. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(3): 117~121

4 刘君华. 智能传感器系统. 西安:西安电子科技大学出版社,1999

5 汪远玲,易润堂. 数字相关估值法在卫星测距系统中的应用. 电讯技术, 1998,38(6):1~4

6 张毅刚,付 平,王 丽. 采用数字相关法测量相位差. 计量学报, 2000,21(3):216~221

第一作者简介:周云耀,研究员,博士。现主要从事电子系统设计、超宽频带与甚宽频带地震计研制、数字地震观测与信息技术研究。
E-mail:joezhou@sohu. com

Correlation Processing Techniques in Frequency-domain Calibration
for Very Broadband Seismometer

—Raising Sinewave Calibration Precision Under Strong Noise
by Using Vertical Correlation Method

ZHOU Yunyao^{1,2,3} CAI Yaxian^{1,2,3}

(1 Institute of Seismology, CEA, 40 Hongshan Road, Wuhan 430071, China)
(2 Wuhan Base, Institute of Crustal Dynamics, CEA, 40 Hongshan Road, Wuhan 430071, China)
(3 Crustal Movement Laboratory, 40 Hongshan Road, Wuhan 430071, China)

Abstract: In this paper, a new correlation processing method-vertical correlation method is presented. A mathematics principle of vertical correlation method is studied and examples of simulation and application are given. The results show that vetical correlation method has strong noise-reduction abilty, eliminates strong-noise’s influences to calibration precision and raises greatly frequency-domain calibration precision for very broadband seismometer.
Key words: very broadband seismometer; frequency-domain calibration; vertical correlation method

About the first author: ZHOU Yunyao, researcher, Ph. D. majors in the design of electronics system, the development of ultra broadband seismometer and very broadband seismometer, digital seismic observation and information technology.
E-mail:joezhou@sohu. com