

# 一种新的综合 Kalman 滤波及其在星载 GPS 低轨卫星定轨中的应用

韩保民<sup>1</sup> 欧吉坤<sup>2</sup> 曲国庆<sup>1</sup>

(1 山东理工大学建筑工程学院,淄博市张店区张周路 12 号,255049)

(2 中国科学院测量与地球物理研究所,武汉市徐东路 174 号,430077)

**摘要:**针对将 Kalman 滤波方法应用到星载 GPS 定轨时,由于动态噪声和观测噪声确定不准而造成滤波的发散、污染观测值造成 Kalman 滤波估值的扭曲及计算舍入误差可能带来协方差阵的不正定性等缺陷,提出了一种新的综合 Kalman 滤波方法。该方法用拟准检定法准确地探测和修正量测方程中存在的粗差;用 UD 分解算法克服了数值的不稳定性,改进了计算精度;用 Sage 自适应滤波器克服滤波器的发散。算例结果表明,这种综合卡尔曼滤波方法具有数值稳定性好、较强的自适应性和较好地削弱粗差影响等优点。

**关键词:**星载 GPS;低轨卫星定轨;综合 Kalman 滤波

**中图分类号:**P228.42

卡尔曼滤波是在线性无偏最小方差估计原理下推得的一种递推滤波方法。由于在确定了系统的初始状态后,它无需存储大量的历史观测数据,借助于系统本身的状态方程,根据前一时刻的状态估值和当前时刻的观测值,即可推算出新的状态估值,便于实时处理观测成果。因此,卡尔曼滤波被广泛应用于航天器的导航、GPS 动态定位、星载 GPS 低轨卫星定轨等动态测量系统中<sup>[1~6]</sup>。

但当将经典卡尔曼滤波技术应用于高动态的星载 GPS 低轨卫星定轨中时,由于低轨卫星受力比较复杂,通常不易准确地确定其动态噪声和观测噪声。此外,还存在计算和舍入误差等引起的数值不稳定、在 GPS 观测值中存在大量粗差等问题<sup>[7]</sup>。如果这些问题得不到解决,就可能导致滤波发散。针对一般动态测量中出现的这些问题,国内外许多学者做了大量而深入的研究<sup>[8~12]</sup>,然而对将卡尔曼滤波应用于高动态星载 GPS 低轨卫星定轨中时出现的问题却鲜有人研究。

## 1 星载 GPS 低轨卫星定轨中综合 Kalman 滤波模型

在将卡尔曼滤波用于低轨卫星定轨时,应根

据低轨卫星的运动特点,首先确定出其数学模型、随机模型、卫星的初始状态向量及其方差-协方差阵。在实际计算中,一般是根据初始几个历元的最小二乘结果求得初始状态向量及其方差-协方差阵。状态方程则采用常加速度模型。在这个模型中,一般取低轨卫星的三维位置(X,Y,Z)和接收机钟差(dT)及其速度和加速度为状态向量:

$$\mathbf{X}_k = (X \ Y \ Z \ dT \ \dot{X} \ \dot{Y} \ \dot{Z} \ d\dot{T} \ \ddot{X} \ \ddot{Y} \ \ddot{Z} \ d\ddot{T})^T \quad (1)$$

在确定了低轨卫星的状态向量后,常用离散化的卡尔曼滤波模型来描述低轨卫星的系统状态,且其状态方程为线性形式:

$$\mathbf{X}_k = \boldsymbol{\phi}_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}_{k,k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \quad (2)$$

观测方程是非线性的,将其线性化后有:

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (3)$$

鉴于以往方法存在的问题和 Kalman 滤波方法应用到低轨卫星定轨中的实际情况,本文提出了一种综合 Kalman 滤波——用粗差的拟准检定法——QUAD 加自适应 UD 分解卡尔曼滤波的方法,用 QUAD 方法来探测和修复滤波中的粗差,然后用自适应 UD 滤波来估计低轨卫星的状态参数,其流程图见图 1。

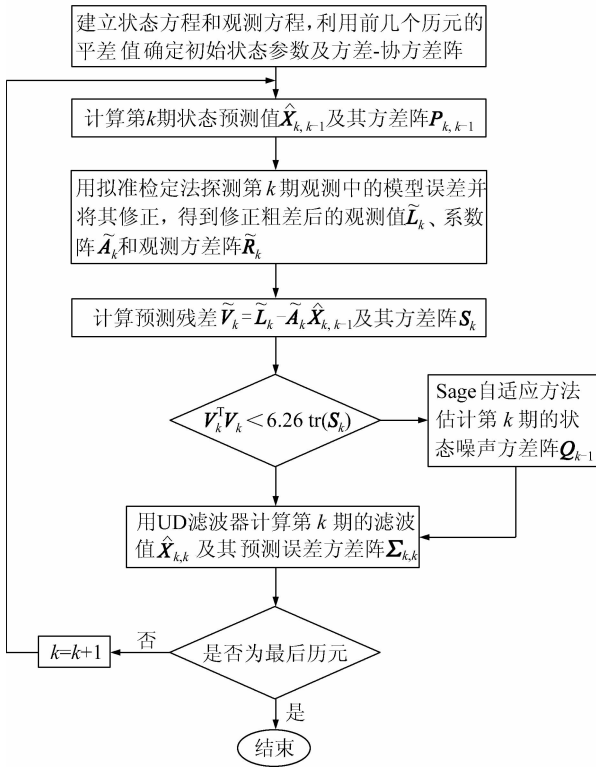


图1 综合 Kalman 滤波算法流程图

Fig. 1 Flow of Comprehensive Kalman Filter Algorithm

1.1 用拟准检定法探测观测方程中的粗差

当观测值中存在粗差时,系统的观测方程可写成:  $\tilde{L}_k = A_k X_k + C_b \nabla_k + v_k$ , 式中,  $C_b$  为粗差系数阵;  $\nabla_k$  为粗差向量。按照标准卡尔曼滤波模型, 含粗差影响的预测残差为:

$$\tilde{V}_k = \tilde{L}_k - A_k X_{k,k-1} = V_k + C_b \nabla_k \quad (4)$$

其中,  $V_k$  为无粗差时的预测残差。由式(1)可知, 如果初始状态参数比较可靠, 粗差在预测残差中可以得到相当程度的反映。利用最初几个历元的最小二乘估值来确定状态参数初始值, 一般情况是比较可靠的。在利用拟准检定法进行探测和估计粗差时, 关键是合理选择拟准观测。在实践中常根据一定标准进行初选和数次复选。由于预测残差能比较好地反映粗差情况, 所以应首先根据预测残差初选拟准观测。初选预测残差较小的观测作为拟准观测, 然后通过附加拟准观测范数(在极小的条件下)求得第  $k$  历元观测值真误差估值。根据真误差估值的分群情况复选拟准观测, 如果初选的拟准观测正确, 则含粗差观测的真误差估值明显大于正常观测的真误差估值, 以此可将含粗差的观测区分开来。有关拟准检定法的详细步骤可参考文献[7, 12]中的内容。

假设将观测值中的粗差全部找到, 将含粗差的观测值剔除, 或给出较准确的拟准解将其修正,

然后就可以用卡尔曼滤波求解参数估值。

1.2 用 UD 滤波计算  $X_{k,k}$  及其协方差阵

首先计算状态预测值  $\hat{X}_{k,k-1}$  及其协方差阵  $\Sigma_{k,k-1}$  为:

$$\hat{X}_{k,k-1} = \phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1,k-1} + B_{k,k-1} u_{k-1} \quad (5)$$

$$\Sigma_{k,k-1} = \phi_{k,k-1} \Sigma_{k-1,k-1} \phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k,k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k,k-1}^T \quad (6)$$

利用 Cholesky 分解将  $\Sigma_{k,k-1}$  分解成:  $\Sigma_{k,k-1} = UDU^T$ , 其中,  $U$  为上三角阵;  $D$  为对角阵。预测残差为:  $\tilde{V}_k = \tilde{L}_k - \tilde{A}_k X_{k,k-1}$ , 预测残差协方差阵  $S_k$  为:

$$S_k = \tilde{A}_k \Sigma_{k,k-1} \tilde{A}_k^T + \tilde{R}_k = \tilde{A}_k UDU^T \tilde{A}_k^T + \tilde{R}_k \quad (7)$$

令  $F = DG, G = (\tilde{A}_k U)^T$ , 则卡尔曼增益矩阵  $K_k$  为:

$$K_k = UFS_k^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{X}_{k,k} = \hat{X}_{k,k-1} + K_k (\tilde{L}_k - \tilde{A}_k \hat{X}_{k,k-1}) \quad (9)$$

$$\Sigma_{k,k} = U(D - FS_k^{-1} F^T)U^T \quad (10)$$

式(7)~式(10)中,  $\tilde{A}_k$  为由第  $k$  历元修正或删除粗差后的设计矩阵;  $\tilde{L}_k$  为第  $k$  历元不含粗差的观测值;  $\tilde{R}_k$  为不含粗差的观测对应的协方差阵。

1.3 用预测残差判断滤波是否发散

利用下式:

$$\tilde{V}_k^T \tilde{V}_k \leq t \times \text{tr}(S_k) \quad (11)$$

式中,  $t$  为可调系数。如果  $t = 6.25$ , 相当于 2.5 倍中误差检验。如果式(11)满足, 则认为先验值比较准确, 不启动自适应滤波器; 否则, 采用自适应滤波器估计  $k$  时刻的动态噪声。

1.4 Sage 自适应滤波器

Sage 自适应估计方法是比较常用的自适应估计  $Q_k$  的方法, 它是利用状态滤波值  $\hat{X}_{k,k-1}$  之差(称为状态残差)来估计  $Q_k$ 。如果记状态残差为  $\mathbf{V}X_k = \hat{X}_{k,k} - \hat{X}_{k,k-1}$ , 则动态噪声误差方差阵自适应估计为:

$$Q_k = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{V}X_{k-i} \mathbf{V}X_{k-i}^T + \Phi_{k,k-1} \Sigma_{k-1,k-1} \cdot \Phi_{k,k-1}^T - \Sigma_{k,k} \quad (12)$$

2 应用实例

本文选取了 2003-01-01 10:00~11:13 CHAMP 卫星的双频星载 GPS 观测值进行处理, 在计算时先用 Bernese 软件剔除了很大的野值, 并提取出系数阵、观测值和权, 然后用 Matlab 编写的滤波程序进行计算。为了验证综合 Kalman 滤波方法的效果, 本算例还和抗差 Kalman 滤波及 UD 自适应滤波作了对比, 三种方法的定轨结果分别见图 2、图 3 和图 4。

从图 2、图 3 及图 4 中可以看出, 由于 UD 自

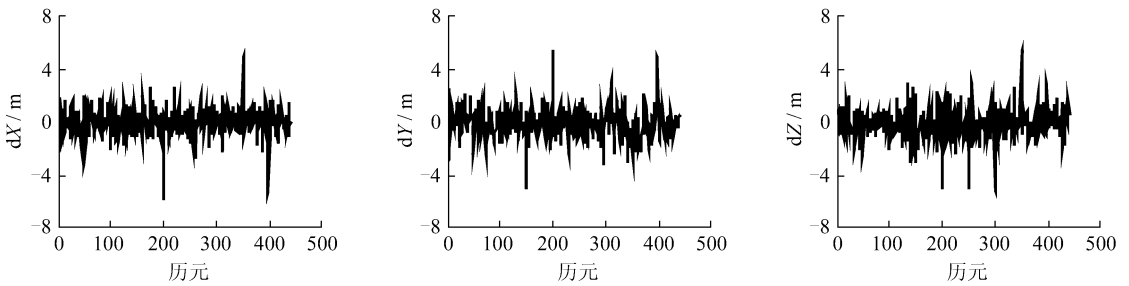


图 2 UD 自适应滤波定轨结果

Fig. 2 Results Obtained by Adaptive UD Decomposition Filter

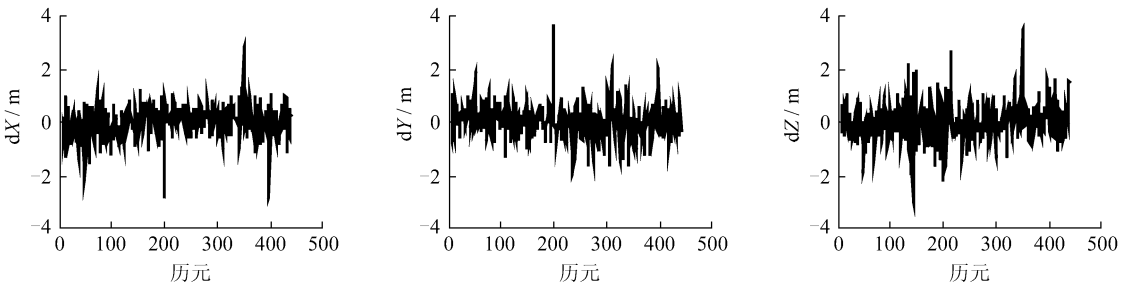


图 3 抗差卡尔曼滤波定轨结果

Fig. 3 Results Obtained by Robust Kalman Filter

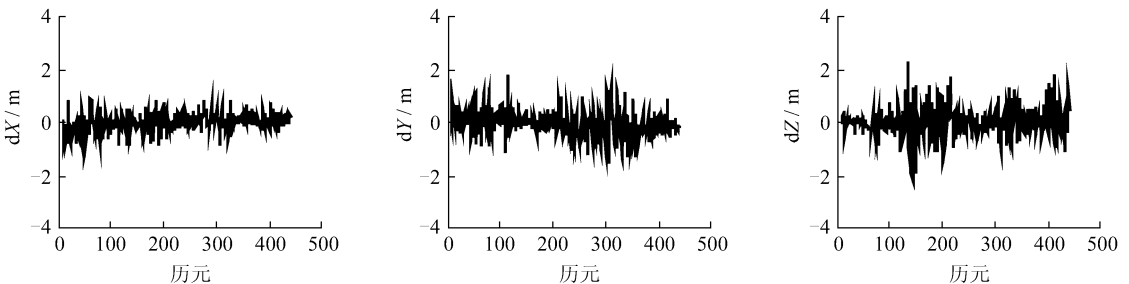


图 4 综合卡尔曼滤波定轨结果

Fig. 4 Results Obtained by Comprehensive Kalman Filter

适应滤波本身不具备抵御粗差的功能,因此抗差 Kalman 滤波和综合 Kalman 滤波的结果都要优于 UD 自适应滤波结果;在应用综合 Kalman 滤波时,由于 QUAD 方法可以将较大的粗差全部探测出来并估计其大小,最后将其修正,因而定轨结果最优;而抗差 Kalman 滤波是将找到的粗差剔除或降权处理,结果也优于没有抗差功能的 UD 自适应滤波,但由于其中可能存在降权不合理或选择权不合适的原因,致使其结果较之综合卡尔曼滤波结果略差,具体原因还有待于仔细分析。

### 参 考 文 献

- 1 文援兰. 航天器精密轨道抗差估计理论与应用的研究:[博士论文]. 长沙:国防科技大学,2001
- 2 徐天河,杨元喜. 改进的 Sage 自适应滤波方法. 测绘科学,2000,25(3):22~24
- 3 杨元喜. 抗差估计理论及其应用. 北京:八一出版社,1993
- 4 Yang Y, He H, Xu G. A New Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning. IUGG/IAG, Birmingham, 1999
- 5 Grewal M S, Andrews A P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MALTAB (2nd Ed.). New York: John Wiley & Sons, 2001
- 6 胡国荣. 星载 GPS 低轨卫星定轨理论研究:[博士论文]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,1999
- 7 韩保民. 基于星载 GPS 的低轨卫星几何法定轨理论研究:[博士论文]. 武汉:中国科学院测量与地球物理研究所,2003
- 8 Busse F D, Simpson J. Demonstration of Adaptive Extended Kalman Filter for Low Earth Orbit Formation Estimation Using CDGPS. The Institute of Navigation GPS Meeting, Portland, 2002

9 Koch K R, Yang Y. Robust Kalman Filter for Rank Deficient Observation Models. *Journal of Geodesy*, 1998, 72(8): 436~441

10 柴洪洲, 崔岳. 抗差卡尔曼滤波在 GPS 动态定位中的应用. *测绘学院学报*, 2001, 18(1): 12~15

11 陶本藻. 卡尔曼滤波模型误差的识别. *地壳形变与地震*, 1999, 19(4): 15~20

12 欧吉坤. 一种检测粗差的新方法——拟准检定法. *科学通报*, 1999, 44(10): 1 777~1 781

**第一作者简介:** 韩保民, 博士, 副教授。主要从事 GPS 快速定位、星载 GPS 低轨卫星精密定轨等方面的研究。  
E-mail: hanbm@hotmail.com

## A Comprehensive Kalman Filtering and Its Application to GPS-based Orbit Determination for LEOs

HAN Baomin<sup>1</sup> OU Jikun<sup>2</sup> QU Guoqing<sup>1</sup>

(1 Shandong University of Technology, 12 Zhangzhou Road, Zhangdian District, Zibo 255049, China)

(2 Institute of Geodesy and Geophysics, CAS, 174 Xudong Road, Wuhan 430077, China)

**Abstract:** In applying typical Kalman filtering technique to the optimal estimation of motion state of LEOs, there are some limitations, such as divergence of filter because of inaccurate of dynamic noise and observation noise, distortion of estimation of Kalman filter caused by measurement pollution and being not positive definite of covariance matrix due to computing rounding errors. In order to cope with these limitations, a comprehensive Kalman filter is presented in this paper. This filter is a combination of adaptive UD decomposition Kalman filter with QUAD method. It applies the QUAD method to detect and correct the gross errors in observations, uses UD decomposition technique to improve computation precision and overcome the instability of filter caused by instability of values.

**Key words:** GPS-based orbit determination for LEOs; comprehensive Kalman filter; QUAD

**About the first author:** HAN Baomin, Ph. D, associate professor, majors in rapid GPS positioning and GPS-based precision orbit determination for low-earth orbiters.

E-mail: hanbm@hotmail.com

(责任编辑: 晓晨)

### 下期主要内容预告

- |                             |        |
|-----------------------------|--------|
| ▶ 利用天顶对流层延迟数据直接推算水汽含量的方法    | 曲建光, 等 |
| ▶ 论粗差发现和定位能力与相关系数的关系        | 顾利亚, 等 |
| ▶ 高分辨率遥感影像建筑容积率提取方法研究       | 陈基伟, 等 |
| ▶ 巷道的三维建模及 C++ 实现           | 魏占营, 等 |
| ▶ GPS 现代化后电离层折射误差高阶项的三频改正方法 | 伍岳, 等  |
| ▶ 中国深空测控网建立方案的初步研究          | 魏二虎, 等 |
| ▶ 缺少控制点的卫星遥感影像外推定位          | 袁修孝, 等 |