

# 灰色系统模型在卫星钟差预报中的应用

崔先强<sup>1</sup> 焦文海<sup>1</sup>

(1 西安测绘研究所,西安市雁塔路中段 1 号,710054)

**摘 要:**分析了二次多项式模型在卫星钟差长期预报中的缺陷,依据灰色系统理论和卫星钟差的变化规律,以较少的观测样本建立了预报卫星钟差的灰色预测模型,并将其与二次多项式预测模型进行分析比较。计算结果表明,两者的短期预报精度基本相当,而灰色系统模型的长期预报精度要明显地优于二次多项式模型,更适合于实际应用。

**关键词:**灰色系统;卫星钟差;二次多项式

**中图法分类号:**P228

灰色系统是指部分信息已知、部分信息未知的系统,已知的信息称为白色,未知的信息称为黑色。它通过对原始数据实行累加或累减使之成为具有较强规律的新数列<sup>[1]</sup>,然后对此生成数列进行建模。只要原始数列有 4 个以上数据就可通过生成变换来建立灰色模型<sup>[2~4]</sup>。星载原子钟相当敏感,极易受到外界或本身因素的影响,从而很难了解其细致的变化规律,因此可以把钟差的变化过程看作是灰色系统。

目前,GPS 和 GLONASS 的轨道确定过程全部在地面完成,导航卫星只起广播星历转发作用。这使得它们具有一个共同的缺陷,即当地面系统被损坏或摧毁时,整个卫星导航定位系统将会瘫痪。对此,美国首先提出了 GPS 自主导航的概念,即在没有地面站支撑的条件下,导航卫星通过其通讯、测距以及信息处理等手段,自主地完成轨道确定和广播星历播发。目前,GPS 的 BLOCK IIR 卫星已具有自主导航能力。但是,自主导航要求地面预报 210 d 的星历和钟差作为先验信息,因此,提高卫星钟差的预报精度至关重要。

## 1 灰色系统模型

针对常用的卫星钟差预报模型(如二阶多项式模型),许多学者研究了提高卫星钟差精度的方法,并取得了显著效果<sup>[5~8]</sup>。但是,当该模型用于

卫星钟差的长期预报时,其累积误差将会随着预报时间的加长而不断增大,到 210 天时可能使钟差的预报值面目全非,因此,有必要去寻求其他的卫星钟差预报模型。依据卫星钟差单调递增或单调递减的主要变化特性,符合灰色系统建模的基本条件,本文将使用灰色系统模型作为卫星钟差的预报模型。

灰色系统模型 GM(1, 1)的微分方程为:

$$\frac{dx}{dt} + ax = u \tag{1}$$

它表示一阶的 1 个变量的微分方程,适合于预测本身数据的模型。式(1)中, $a$ 、 $u$  是常量,可以通过样本或样本的生成数列求得。

设样本的原始数列为  $x_k^0(k=1,2,\cdots,n)$ ,与之对应的时间为  $t_k$ ,通过一次累加可得原始数列的生成数列  $x_k^1$ 。利用此生成数列即可建立相应的离散预测模型<sup>[9]</sup>。下面直接给出利用样本的一次累加数列建立的灰色预测模型:

$$\hat{x}_{k+1}^1 = \left(x_1^0 - \frac{\hat{u}}{\hat{a}}\right) \cdot e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{u}}{\hat{a}} \tag{2}$$

利用此模型即可获得在时刻  $t_1$  以后任何时间的参数预测值  $\hat{x}_i^1$ 。很显然,由式(2)计算出的预测值并不是原始样本的预测值,而是其一次累加数列的预测值。因此,必须对该预测数列实行一次累减运算,才可获得原始观测样本的预测值。

在建模前,必须检查原始数据序列符号是否

一致,若不是,则给每一个元素都加上一个常数  $c$ ,从而使该数列的符号一致。然后在此基础上建立灰色系统模型并进行预报,最后从预测值中减去常数  $c$  即可得到需要的预测结果。 $c$  的取值原则是,符号与原始数列中绝对值最大的数的符号一致,且其绝对值要大于原始数列中绝对值最大数的绝对值。

2 算例与分析

本文所使用的数据是从 2002 年 1 月 1 日至 6 月 30 日的 IGS 精密星历。预报时间始于 1 月 2 日 0 时 0 分 0 秒,预报时间为 180 d。算例选取了四颗钟差变化比较典型的卫星,分别使用二次多项式模型和灰色系统模型来预报卫星钟差,并将其与 IGS 精密钟差作差进行比较。IGS 精密星历钟差精度优于 1 ns,可作为真值,用于检验模型的预报精度。

采用如下四种方案进行比较:① 卫星钟差呈递增变化;② 卫星钟差呈递减变化;③ 卫星钟差不呈递增,也不呈递减变化;④ 卫星钟差发生跳变的情形,要求知道跳变的时间和大小并对跳变后的钟差进行修正。在实际计算中,始终取 1 月 1 日最后 8 个历元,即最后 2 h 的 IGS 精密钟差来建立灰色系统模型,而取 1 月 1 日 12 h~24 h 的 IGS 精密钟差来拟合二次多项式的模型系

数,其中 IGS 精密钟差的采样间隔为 15 min。计算结果见图 1~图 4 和表 1,其中 SHP 表示短期预报(12 h),SEP 表示长期预报(180 d),GM 表示用灰色系统模型预报,PM 表示用二次多项式预报。由计算结果可以得出以下结论。

1) 在卫星钟差的短期预报中,二阶多项式模型的预报精度要稍优于灰色系统模型,但两者量级相等,约在 ns 级,因而这两种预报模型都能满足实际的需要。在实际应用中,可以用灰色系统模型来代替二阶多项式模型预报卫星钟差。

2) 无论卫星钟差呈何种变化规律,由二次多项式模型预报的卫星钟差都具有明显的累积效应,随着时间的延长,预报误差越来越大,甚至可能赶上并超过钟差本身的量级。这充分说明了现在常用来计算广播星历预报钟差的二次多项式模型不适用于长期预报。

3) 相对二次多项式模型而言,灰色系统模型预报的卫星钟差具有更高的精度。图 1(c)、图 2(c)和图 4(c)表明,使用灰色系统模型预报的呈递增或递减变化特性的卫星钟差的精度能提高 2~4 个数量级;图 3 则表明,使用灰色系统预报的既不呈递增也不呈递减变化特性的卫星钟差的精度也有明显的提高。总之,使用灰色系统预报卫星钟差能极大地提高预报值的精度,尤其当卫星钟差呈递增或递减规律变化时。

表 1 预报误差绝对值的最大值、平均值和均方根/s  
Tab. 1 Maximum Error, Average Error and Mean Square Error on the Solute Value of Prediction Error

预报误差			最大值	平均值	均方根
PRN 01	SHP	PM	$6.167\times10^{-9}$	$2.446\times10^{-9}$	$3.022\times10^{-9}$
		GM	$1.285\times10^{-8}$	$4.950\times10^{-9}$	$6.303\times10^{-9}$
	SEP	PM	$3.676\times10^{-3}$	$1.225\times10^{-3}$	$1.643\times10^{-3}$
		GM	$9.715\times10^{-7}$	$3.836\times10^{-7}$	$4.920\times10^{-7}$
PRN 02	SHP	PM	$3.743\times10^{-9}$	$1.156\times10^{-9}$	$1.469\times10^{-9}$
		GM	$7.259\times10^{-9}$	$1.622\times10^{-9}$	$2.404\times10^{-9}$
	SEP	PM	$1.964\times10^{-3}$	$6.559\times10^{-4}$	$8.836\times10^{-4}$
		GM	$5.826\times10^{-6}$	$3.028\times10^{-6}$	$3.358\times10^{-6}$
PRN 07	SHP	PM	$7.200\times10^{-10}$	$3.822\times10^{-10}$	$4.296\times10^{-10}$
		GM	$1.273\times10^{-9}$	$7.902\times10^{-10}$	$8.464\times10^{-10}$
	SEP	PM	$3.412\times10^{-4}$	$1.170\times10^{-4}$	$1.555\times10^{-4}$
		GM	$5.004\times10^{-5}$	$2.831\times10^{-5}$	$3.142\times10^{-5}$
PRN 10	SHP	PM	$2.652\times10^{-9}$	$8.763\times10^{-10}$	$1.064\times10^{-9}$
		GM	$2.492\times10^{-9}$	$9.040\times10^{-10}$	$1.116\times10^{-9}$
	SEP	PM	$2.516\times10^{-4}$	$7.556\times10^{-5}$	$1.074\times10^{-4}$
		GM	$4.542\times10^{-7}$	$2.657\times10^{-7}$	$2.971\times10^{-7}$

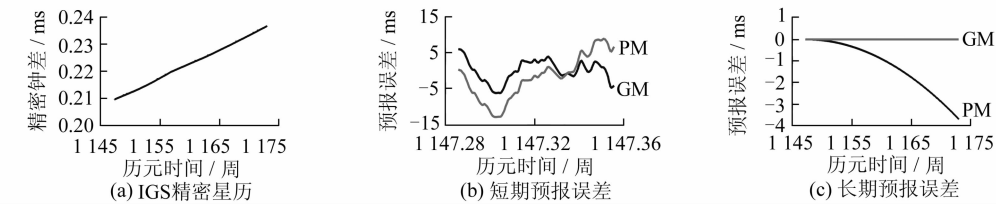


图 1 PRN01 卫星的 IGS 精密星历及相应模型的预报误差

Fig. 1 IGS Accurate Ephemeris and Prediction Error of Clock Difference of Satellite PRN01

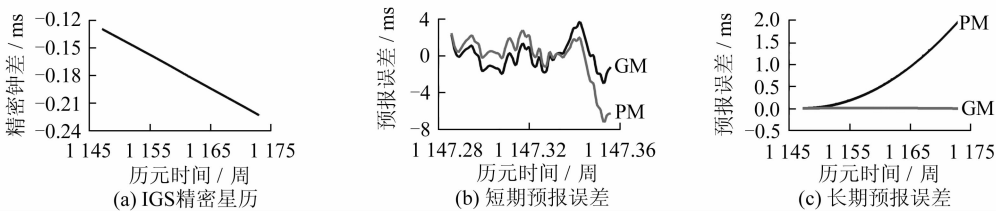


图 2 PRN02 卫星的 IGS 精密星历及相应模型的预报误差

Fig. 2 IGS Accurate Ephemeris and Prediction Error of Clock Difference of Satellite PRN02

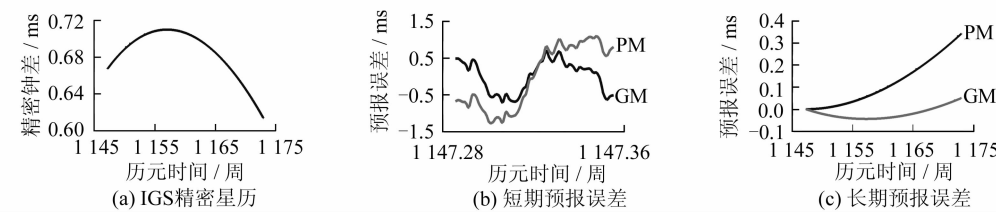


图 3 PRN07 卫星的 IGS 精密星历及相应模型的预报误差

Fig. 3 IGS Accurate Ephemeris and Prediction Error of Clock Difference Satellite PRN007

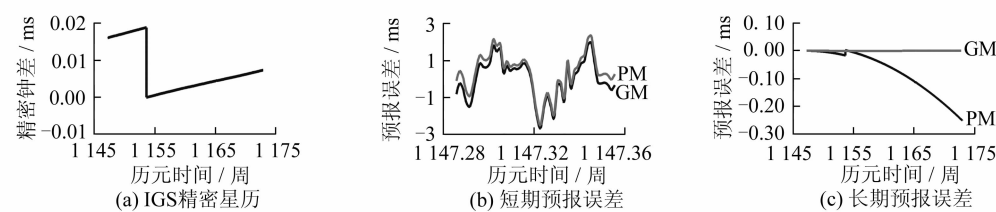


图 4 PRN10 卫星的 IGS 精密星历及相应模型的预报误差

Fig. 4 IGS Accurate Ephemeris and Prediction Error of Clock Difference of Satellite PRN10

3 结 语

导航卫星自主运行概念的提出,对卫星钟差长期预报的精度提出了更高要求。本文在 GPS 卫星精密钟差的基础上,试着将灰色系统模型作为卫星钟差的预报模型,得出了如下结论:① 在短期预报中,灰色系统模型与二阶多项式模型的预报精度基本相当,在实际应用中可以互换;② 二次多项式模型预报卫星钟差时其误差具有明显的累积效应,严重时可能会扭曲钟差的本身变化特性,不适于进行卫星钟差的长期预报;③ 灰色系统模型仅仅使用已知的少数几个历元的卫星钟差来建模,不仅减少了要使用的数据量,提高了建

模的速度,而且使用所建立的模型对卫星钟差进行长期预报时,其精度有显著的提高,尤其是预报呈递增或递减规律变化的卫星钟差,其精度能提高 2~4 个数量级。相比较而言,灰色系统模型更适合于导航卫星的钟差预报。

参 考 文 献

1 陈 刚. 地球质心运动及其数据处理方法的研究:[学位论文]. 郑州: 信息工程大学, 2000

2 栾元重. 动态平差的灰色预测方法. 测绘工程, 1996, 5(3): 33~39

3 李希灿. 动态平差灰色预测优化模型. 测绘工程, 1999, 8(1): 34~40

4 臧德彦. 灰色系统理论在海堤沉降预测中的应用. 测

绘工程, 1999, 8(2): 50~54

5 季善标, 朱文耀, 熊永清. 星载 GPS 定轨中精密 GPS 卫星钟差的改正与应用. 导航, 1999(3): 100~107

6 James P C, Everentt R S, Frank M. Improvement of the NIMA Precise Orbit and Clock Estimates. ION GPS 1998, Nashville, 1998

7 Greg H, Jack T. Navigation Upload Performance. ION GPS 2000, Salt Lake City, 2000

8 Paul A K, Demetrios M, Mihran M. Alternate Algorithms for Steering to Make GPS Time. ION GPS 2000, Salt Lake City, 2000

9 邓聚龙. 灰色控制系统. 武汉: 华中理工大学出版社, 1986

第一作者简介: 崔先强, 工程师。现主要从事 GPS 数据处理及其应用研究。  
E-mail: cuixianqiang@263.net

Grey System Model for the Satellite Clock Error Predicting

CUI Xianqiang<sup>1</sup> JIAO Wenhai<sup>1</sup>

(1 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** The shortcomings of quadratic polynomial model are analyzed in secular predicting satellite clock error. Based on the gray system theory and changing law of clock error, the gray predicting model is established by making use of a few observation examples. Its result is compared with quadratic polynomial model. Calculating results show that the short-term predicting precision of the two models is almost same, but the gray predicting model remarkably improves the secular predicting accuracy of satellite clock error, so the gray predicting model is fitter to be used in practice.

**Key words:** gray system; satellite clock error; quadratic polynomial

About the first author: CUI Xianqiang, engineer, major in GPS data processing and application, etc.  
E-mail: cuixianqiang@263.net

第 10 届《武汉大学学报·信息科学版》编辑委员会

顾 问: 宁津生 张祖勋 李德仁

主任委员: 刘经南

委 员: 万幼川 毋河海 王新洲 申文斌 许才军 朱 庆 朱灼文 朱欣焰  
关泽群 孙 洪 孙海燕 刘耀林 张正禄 张剑清 李征航 李建成  
李清泉 李 斐 李 霖 杜清运 杜道生 易 帆 罗志才 郑肇葆  
费立凡 祝国瑞 柳建乔 胡瑞敏 陶本藻 徐绍铨 袁修孝 秦前清  
黄金水 龚健雅 舒 宁

主 编: 刘经南(兼)

常务副主编: 柳建乔