

附有基线长度约束的单频数据单历元 LAMBDA 方法整周模糊度确定

唐卫明¹ 孙红星² 刘经南¹

(1 武汉大学 GPS 工程技术研究中心, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)
(2 武汉大学遥感信息工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘 要:针对某些 GPS 动态定位中基线长度精确已知的特性,提出了附有基线长度约束的 LAMBDA 方法,同时在实践中使用两步搜索,对 LAMBDA 方法进行了优化。实测数据处理结果表明,该方法对 LAMBDA 方法的改进效果较为显著,能在基线长度已知条件下较高成功率地确定单频单历元数据的整周模糊度。

关键词:基线长度约束;LAMBDA 方法;两步搜索;单历元定位

中图法分类号:P228

1993 年,Teunissen 教授提出了 LAMBDA 方法,许多学者对此进行了大量的研究^[1~3]。对于动态定位,特别是单频接收机的动态定位,由于模型误差较大、观测信息少以及观测质量差等原因,LAMBDA 方法难以在单历元内搜索出正确的整周模糊度。

国内外许多学者先后对 GPS 单历元双频相位整周模糊度确定算法作过研究,并取得了可靠的成果^[4~7]。在单频单历元模糊度算法中,人们常常利用某种约束条件或其他外部的观测量来辅助确定整周模糊度^[8~9]。由于单频接收机价格便宜,单频单历元模糊度解算方法具有巨大的应用价值。

在 GPS 动态定位中,一个特例是用两台或多台安装在载体上不共线的天线通过相位差分获得天线间的基线向量,精确确定载体的姿态。在这种情况下,基线长度可以成为一个有效约束条件。本文在利用单频单历元 LAMBDA 搜索方法的基础上,加上基线长度约束,并使用两次渐进搜索方法,实现了单频单历元模糊度解算。

1 附有基线长度约束的 LAMBDA 解法

1.1 基线长度作为一个信息源求浮点解

基线长度作为一个信息源联合载波相位和码

观测值组成观测方程为:

$$\begin{bmatrix} l_{L_1} \\ l_{CA} \\ l_{FL} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{I}\lambda_1 \\ \mathbf{B} & 0 \\ \mathbf{B}_{FL} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{L_1} \\ \mathbf{v}_{CA} \\ \mathbf{v}_{FL} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, \mathbf{B} 为 GPS 观测值的系数矩阵; \mathbf{B}_{FL} 为基线长度的系数阵; λ_1 为载波 L_1 的波长; \mathbf{b} 为模糊度向量; \mathbf{a} 为基线向量; \mathbf{I} 为单位阵; \mathbf{v}_{L_1} 、 \mathbf{v}_{CA} 、 \mathbf{v}_{FL} 分别为观测值 L_1 、CA、基线长度的改正数; l_{L_1} 、 l_{CA} 为 L_1 、CA 观测值与几何距离之差; l_{FL} 为基线长度与其初值之差。

无基线长度信息源时,法方程系数矩阵为:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B}_\lambda \\ \mathbf{B}_\lambda^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B} & \mathbf{B}_\lambda^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B}_\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{21} & \mathbf{N}_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, \mathbf{P}_1 、 \mathbf{P}_2 分别为载波相位观测值和伪距观测值权阵。由分块求逆公式和矩阵反演公式得对应模糊度的协因数阵:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{N}}_{22}^{-1} &= (\mathbf{N}_{22} - \mathbf{N}_{21} \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{N}_{12})^{-1} = \\ &\mathbf{N}_{22}^{-1} - \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21} (\mathbf{N}_{11} + \mathbf{B} \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21}) \mathbf{N}_{12} \mathbf{N}_{22}^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

将已知基线长度作为信息源时,可推导出法方程系数矩阵为:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B} + \mathbf{B}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{B} + \mathbf{B}_{FL}^T \mathbf{P}_3 \mathbf{B}_{FL} & \mathbf{B}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B}_\lambda \\ \mathbf{B}_\lambda^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B} & \mathbf{B}_\lambda^T \mathbf{P}_1 \mathbf{B}_\lambda \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} N_{11} + N_{FL} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \tag{4}$$

式中,下标 FL 表示基线长度信息源相关变量和矩阵; \mathbf{P}_3 为其权阵。由分块求逆和矩阵反演求得对应模糊度的协因数阵为:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{N}}_{22}^{-1'} &= (\mathbf{N}_{22}^{-1} - \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21} (\mathbf{N}_{22} + \\ &\mathbf{B} \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21}) \mathbf{N}_{12} \mathbf{N}_{22}^{-1}) - \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21} \mathbf{N}_{FL} \mathbf{N}_{12} \mathbf{N}_{22}^{-1} = \\ &\mathbf{N}_{22}^{-1} - \mathbf{N}_{22}^{-1} \mathbf{N}_{21} \mathbf{N}_{FL} \mathbf{N}_{12} \mathbf{N}_{22}^{-1} \end{aligned} \tag{5}$$

由式(3)和(5)可知, $\tilde{\mathbf{N}}_{22}^{-1'}$ 比 $\tilde{\mathbf{N}}_{22}^{-1}$ 有明显改善,这说明基线长度条件融合在 GPS 观测信息中时,增加了 GPS 的观测信息量,在很大程度上提高了模糊度浮点解的精度,降低了其相关性。再对 $\hat{\mathbf{N}}_2$ 和 $\tilde{\mathbf{N}}_{22}^{-1'}$ 进行整数变换,将搜索得到的结果进行整数逆变换,易得出正确的模糊度组合。

1.2 两步搜索算法

单频单历元搜索整周未知数,由于码观测值本身的精度限制,浮点解的精度不高。虽然将基线长度作为一个信息源来辅助求解浮点解,使模糊度解算的成功率有一定程度的提高,但是还达不到实际应用的要求。为了使模糊度解求的成功率进一步提高,本文提出了用两步搜索算法对常规 LABMDA 方法进行了改进,其步骤如下。

1) 用 LAMBDA 搜索方法搜索出 N 组模糊度组合。搜索方法与 LAMBDA 搜索方法一致,只是此处搜索出的不是惟一的一组模糊度,而是依次按 LAMBDA 方法搜索最优的 N 组模糊度组合而成的模糊度空间。 N 的大小与浮点解精度成反比,一般取 5 到 100。

设 N 组模糊度组合中每组为正确的整周模糊度的成功率为 $p^1、\cdots、p^n$ ($p^1 + \cdots + p^n \leq 1, 0 \leq p^i \leq 1$), N 组组合中有一组是正确整周模糊度的概率为:

$$P = \sum_{i=1}^N p^i \tag{6}$$

显然, $P \geq p^i$ 。
2) 在 N 组模糊度组合而成的模糊度空间中,利用已知基线长作为限制条件,用最小二乘方法解求出各组模糊度的基线,求出解的基线长 F^0 。利用已知基线长搜索最佳整周模糊度有两种方案,一是把已知的基线长作为必要条件,二是把已知的基线长作为最佳条件。必要条件是在计算基线长和已知基线长差值在一定范围内的所有整周模糊度的备选值中,搜索最小的 $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}$:

$$\left. \begin{aligned} |F - F^0| &< \delta \\ \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} &= \min \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

式中, F 为已知的基线长; F^0 为计算基线长; δ 为一个常量,其大小根据载波相位的精度和基线长度来定,一般对于短基线,如果模糊度正确,利用载波相位观测值计算出来的基线是 mm 级的,计算基线长度与实际基线长度之差不会超过 1 cm,因此, δ 常取 1 cm。

最佳条件是 $\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}$ 在一定范围内的所有整周模糊度的备选值中,搜索出计算机基线长度 F^0 与已知基线长度差值最小的模糊度组合:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V} &< \delta \\ |F - F^0| &= \min \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

2 实 例

为了验证本文算法,共计算了 6 个静态实验数据,其基本信息如表 1 所示。首先用静态基线解算方法解出精确的基线,并计算出基线长度,作为以上算法的基线长度约束值,将每一历元的观测作为虚拟动态定位,仅用 L_1 、CA 观测值单独进行单点定位,用 CA 码观测值计算整周模糊度的初值,组成单双差观测方程,求解整周未知数,解算出基线。判断解出的基线与静态方法计算的基线是否相符,若相符则成功。

表 1 6 个实验数据的基本情况
Tab.1 Information of the Six Baselines

基线	基线长/m	观测时间	地点	接收机类型	频率	采样/s
201-205	6.050 8	2002-12-17	江苏连云港 716 所实验场地	Leica GpsSystem500	双频	10
207-213	8.386 1	2002-12-17	江苏连云港 716 所实验场地	Leica GpsSystem500	双频	10
Jy	7.665 7	2001-07-28	深圳建艺大厦	TRIMBLE 4700	双频	15
1015	6.591 7	2002-10-15	武测实验楼顶	Jawad	双频	1
Ash	10.036 1	1999-04-10	不详	ASHTech Z-XII3	双频	1
Shi2	16.159 6	2002-06-17	不详	Jawad	双频	1

为比较无基线长约束 LAMBDA 方法、基线长约束 LAMBDA 方法及改进后的基线长约束 LAMBDA 方法确定整周模糊度的成功率,分别

对以上 6 个实验数据分三种方法计算,结果见表 2。

表 2 三种方法计算结果表
Tab. 2 Results of Three Methods

	基线	成功历元	总历元	成功率/%
无基线 长约束	201-205	71	313	22.68
	207-213	69	284	24.29
	Jy	106	480	22.08
	1015	477	2 500	19.08
	Ash	998	1 297	76.94
	Shi2	379	1 072	35.35
有基线 长约束	201-205	108	313	34.50
	207-213	178	284	62.67
	Jy	120	480	25.00
	1015	1 220	2 500	48.80
	Ash	1 224	1 297	94.37
	Shi2	718	1 072	64.98
改进后 的基线 长约束	201-205	295	313	94.25
	207-213	281	284	98.94
	Jy	407	480	84.79
	1015	2 365	2 500	94.60
	Ash	1 235	1 297	95.21
	Shi2	1 051	1 072	98.04

3 结 语

1) 基线长度约束 LAMBDA 方法与常规 LAMBDA 方法相比,不仅提高了浮点解的精度,还改善了模糊度的协因数阵,提高了模糊度解算的成功率。根据实例数据,模糊度确定的成功率可以比常规 LAMBDA 方法提高 20%~40%。

2) 使用两步渐进搜索的附加基线长度约束 LAMBDA 方法比直接搜索的效果好。在两次渐进搜索方法中,通过在第一步 LAMBDA 搜索中保留多组模糊度备选值,再在第二步搜索中利用基线长度约束,剔除错误的整周模糊度组合,避免

了常规一步搜索方法中容易出现的“纳伪”情况。从实际数据计算结果可以看出,两次渐进搜索方法的成功率比常规一步搜索方法的成功率可以提高 40%~50%。

参 考 文 献

1 Teunissen P J G. Least-squares Estimation of the Integer GPS Ambiguities. 1993 IAG General Meeting, Beijing, 1993

2 刘根友,欧吉坤. GPS 单历元定向和测姿算法及其精度分析. 武汉大学学报·信息科学版, 2003,28(6): 732~735

3 Zhou Y M. A New Approach to the Integer Transformation of GPS High-Dimensional Ambiguity Vectors. 2002 International Symposium on GPS/GNSS, Wuhan, 2002

4 陈小明. 高精度 GPS 动态定位的理论与实践:[博士学位论文]. 武汉:武汉测绘科技大学, 1997

5 Collierpa. Kinematics GPS for Deformation on Monitoring. Geomatic, 1997, 51(2):157~168

6 Corbettsj, Crosspa. GPS Single Epoch Ambiguity Resolution. Survey Review, 1995, 257(33): 149~160

7 Joosten P, Tiberius C. LAMBDA: FAQs. GPS Solution, 2002(6): 109~114

8 孙红星. 差分 GPS/INS 组合定位定姿及其在 MMS 中的应用:[博士学位论文]. 武汉:武汉大学, 2004

9 韩保民,欧吉坤. 一种附有约束的单频单历元 GPS 双差相位解算方法. 测绘学报, 2003,31(4): 300~304

第一作者简介:唐卫明,博士生。从事 GPS 定位算法及应用研究。
E-mail:twm_lily@163.com

Ambiguity Resolution of Single Epoch Single Frequency Data with
Baseline Length Constraint Using LAMBDA Algorithm

TANG Weiming¹ SUN Hongxing² LIU Jingnan¹

(1 Research Center of GPS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: This paper puts forward LAMBDA algorithm with baseline length constraint and a two steps search method. The results of six examples show that the baseline length constraint and a two steps search method evaluate LAMBDA algorithm.

Key words: baseline length constraint; LAMBDA; two steps search; single epoch positioning

About the first author: TANG Weiming, Ph. D candidate. He is engaged in the research on GPS positioning algorithms and application.
E-mail: twm_lily@163.com