

文章编号:1671-8860(2012)05-0613-04

文献标志码:A

# 低低卫-卫跟踪模式中星载 KBR 系统和 GPS 接收机指标设计论证

刘晓刚<sup>1,2</sup> 吴晓平<sup>1</sup> 江东<sup>1</sup>

(1 信息工程大学测绘学院, 郑州市陇海中路 66 号, 450052)

(2 西安测绘研究所, 西安市雁塔路中段 1 号, 710054)

**摘要:**推导了星载 KBR 系统的星间距离、星间距离变化率以及星载 GPS 接收机的卫星轨道位置误差分别影响累计大地水准面精度的误差模型, 确定了星载 KBR 系统和星载 GPS 接收机的精度指标, 建立了星间测速和轨道位置误差联合影响累计大地水准面的误差模型。结果表明, 星载 KBR 系统的星间距离精度指标约为  $0.64 \times 10^{-6}$  m, 星间距离变化率的精度指标约为  $0.8 \times 10^{-6}$  m/s, 星载 GPS 接收机的卫星轨道位置精度指标约为 2.1 cm。在上述精度指标下, 联合误差模型恢复 120 阶地球重力场对应的累计大地水准面精度约为 26 cm。

**关键词:** 卫星跟踪卫星; KBR; GPS 接收机; CHAMP; GRACE

**中图法分类号:**P223

发展我国的卫星重力测量技术,除了结合应用的实际需求以外,也应该考虑技术难度和实现的可行性。不同的卫星测量模式和卫星轨道参数对地球重力场的敏感程度不一样,因此,在选择卫星重力测量系统之前,应针对不同的卫星重力测量模式(SST-hl、SST-ll 和 SGG)和不同的轨道参数进行测试,对测试结果进行比较,并从中选择性能较好、技术可行和费用可接受的卫星重力测量系统。目前已经实施的卫星重力测量任务有 CHAMP、GRACE 和 GOCE。根据近 10 a 的 CHAMP 卫星地球重力场实测数据可知,该卫星任务恢复地球重力场模型的有效阶次小于 70 阶,大地水准面精度约为 18 cm<sup>[1]</sup>,因此其不会对现有的重力场模型有较大贡献;欧空局研制的 GOCE 卫星原定于 2004 年 6 月发射,但由于重力梯度仪未能达到预期的精度指标等原因,该卫星任务推迟发射至少 5 次,在 2009 年 3 月才成功发射升空<sup>[2]</sup>;我国对于高精度加速度计的研制尚处于起步阶段,与 GOCE 卫星所需求的  $10^{-13}$  m/s<sup>2</sup> 的精度指标仍有较大的差距,因此,我国目前的技术水平离 SGG 技术模式还相差甚远;GRACE 卫

星任务恢复地球重力场的有效阶次约为 120 阶,大地水准面精度约为 18 cm<sup>[3]</sup>,并且该卫星任务不仅包含两组 SST-hl 技术模式,还以差分原理测定两个低轨卫星之间的相互运动,因此,它所获得的静态和动态地球重力场模型精度比 CHAMP 至少高一个量级,而且 SST-ll 技术模式对中低频静态及时变地球重力场的探测精度较高,技术含量相对较低,且容易实现,并且可以借鉴 GRACE 卫星整体系统的成功经验。因此,从我国的实际出发,应当首先发展具有中国特色的 SST-ll 技术,当然,它必须与 SST-hl 技术进行组合。

SST-ll 技术模式的星载核心载荷包括 KBR 系统、GPS 接收机、静电悬浮加速度计和恒星敏感器等<sup>[4]</sup>,文献[5]利用改进的能量守恒法开展了 GRACE 星体和星载加速度计检验质量的不同质心调整精度影响地球重力场精度的模拟研究论证;文献[6]从非保守力加速度测量的精度要求出发,对加速度计检验质量质心与卫星质心的偏离给非保守力测量带来的影响进行了分析,进而提供重力卫星质心修正的依据,并通过数值计算确定两个质心重合的精度要求,同时还确定了恒星

收稿日期:2012-03-15。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(40774031, 41104047, 41174017);中国科学院研究生院地球科学学院博士后基金资助项目(2010046);信息工程大学博士学位论文创优基金资助项目。

敏感器的姿态角测量精度和稳定度的指标设计。本文针对如何确定卫星重力测量系统的技术指标问题,以数值实验和结果分析为手段,主要对星载KBR系统的星间距离和星间距离变化率以及星载GPS接收机的卫星轨道位置的精度指标展开了综合研究论证。

## 1 星载 KBR 系统指标设计论证

KBR 系统是 SST-II 跟踪模式重力卫星最关键的测量设备,主要用于精密测定两颗自由飞行的卫星之间的距离和距离变化率,进而测定地球重力场的空间变化率。KBR 系统的精度指标设计包括星间距离和星间距离变化率等。

### 1.1 星间距离变化率精度设计指标

如图 1 所示,根据郑伟等人的研究成果,大地水准面高的阶方差和星间距离变化率阶方差之间的关系式为<sup>[7]</sup>:

$$\sigma_n^2(\delta N) = \frac{R^2}{2[1 - P_n(\cos\theta)]} \frac{R}{fM} \left( \frac{r}{R} \right)^{2n+1} \sigma_n^2(\dot{\rho}_{12}) \quad (1)$$

其中,  $R$  表示地球平均半径;  $r$  是卫星轨道上任意一点的地心向径;  $P_n(\cos\theta)$  表示 Legendre 函数;  $n$  表示阶数;  $f$  表示万有引力常数;  $M$  为地球总质量  $M$ 。

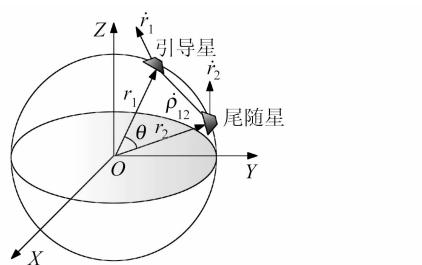


图 1 SST-II 模式双星在轨飞行示意图  
Fig. 1 In-orbit Flight Chart of the Satellites in SST-II Model

假设星间距离变化率的测量误差为白噪声,其方差为  $\sigma_{\dot{\rho}_{12}}^2$ , 根据宁津生、罗佳等人的研究成果, 星间距离变化率的阶方差为<sup>[8,9]</sup>:

$$\sigma_n^2(\dot{\rho}_{12}) = \sigma_{\dot{\rho}_{12}}^2 / N_{\max} \quad (2)$$

其中,  $N_{\max}$  为根据 Nyquist 频率准则获得的地球重力场模型的最高阶数, 其近似表达式为:

$$N_{\max} = \frac{\pi}{\delta t} \sqrt{\frac{a^3}{fM}} \quad (3)$$

其中,  $\delta t$  为 SST-II 系统的采样率;  $a$  为卫星轨道的长半轴。

将式(2)代入式(1), 可以得到累计大地水准

面误差与星间距离变化率误差之间的关系为<sup>[10]</sup>:

$$\delta N = R \cdot \sqrt{\sum_{n=2}^N \left( \frac{r}{R} \right)^{2n+1} \frac{R}{fM} \frac{1}{2N_{\max}[1 - P_n(\cos\theta)]} \dot{\rho}_{12}} \quad (4)$$

如果已知星间距离变化率的观测值误差  $\dot{\rho}_{12}$ , 就可以根据式(4)估计所恢复地球重力场模型的精度。

### 1.2 星间距离精度设计指标

在采样时间较短时, 星间距离与星间距离变化率有如下近似关系<sup>[11]</sup>:

$$\dot{\rho}_{12}(t) = (\rho_{12}(t + \delta t) - \rho_{12}(t)) / \delta t \quad (5)$$

假设 KBR 系统的测距精度与时间无关, 则根据式(5)可得星间距离变化率误差与星间距离误差之间的关系式为:

$$\delta \rho_{12} = \sqrt{2} \delta N / \delta t \quad (6)$$

将式(6)代入式(4), 可得累计大地水准面误差与星间距离误差之间的关系为:

$$\delta N = R \cdot \sqrt{\sum_{n=2}^N \left( \frac{r}{R} \right)^{2n+1} \frac{R}{fM} \frac{1}{N_{\max}[1 - P_n(\cos\theta)]} \frac{\delta \rho_{12}}{\delta t}} \quad (7)$$

如果已知星间距离观测值误差  $\delta \rho_{12}$ , 就可以根据式(7)估计所恢复地球重力场模型的精度。

假设我国卫星重力测量系统的轨道高度为 500 km, 卫星星间距离为 220 km, 采样率为 1 s, 当星间距离变化率误差分别取  $10^{-5}$  m/s、 $10^{-6}$  m/s、 $10^{-7}$  m/s、 $10^{-8}$  m/s 时, 或者当星间距离误差分别取  $10^{-5}$  m、 $10^{-6}$  m、 $10^{-7}$  m、 $10^{-8}$  m 时, 恢复的累计大地水准面精度及其结果统计分别如表 1 所示。可以看出, 随着星间距离变化率误差或星间距离误差的逐渐增大, 恢复的累计大地水准面精度逐渐下降。

因为 GRACE 卫星任务恢复 120 阶地球重力场模型时对应的累计大地水准面精度约为 18 cm, 因此, 根据式(4)可以得到星间距离变化率的精度指标应为  $0.8 \times 10^{-6}$  m/s 左右, 根据式(7)可以得到星间距离的精度指标应为  $0.64 \times 10^{-6}$  m 左右。GRACE 任务携带的 KBR 系统测量星间距离变化率、星间距离的精度分别为  $1.0 \times 10^{-6}$  m/s 和  $1.0 \times 10^{-6}$  m, 这也说明了本文分析的正确性。

## 2 星载 GPS 接收机指标设计论证

星载 GPS 接收机的精度指标设计包括卫星轨道位置和速度精度指标设计等, 由于星载 GPS 接收机的位置和速度精度是相关匹配的, 因此, 本文仅对星载 GPS 接收机的位置精度指标进行

分析。

如图1所示,卫星的向心加速度 $r$ 和瞬时速度 $\dot{r}$ 的关系式<sup>[12]</sup>为 $\ddot{r} = r^2/r$ ,由于 $\ddot{r} = \dot{\rho}_{12}/\sin(\theta/2)$ , $\dot{r} = \dot{\rho}_{12}/\cos(\theta/2)$ ( $\dot{\rho}_{12}$ 和 $\ddot{\rho}_{12}$ 分别表示 $\ddot{r}$ 和 $\dot{r}$ 在星间连线方向的投影),因此有:

$$\ddot{\rho}_{12} = (\dot{r}^2/r)\sin(\theta/2) \quad (8)$$

对式(8)两边同时取微分,可得:

$$d\ddot{\rho}_{12} = (2\dot{r}/r)\sin(\theta/2)dr \quad (9)$$

由于 $\dot{r} = \dot{r}_0 + \Delta\dot{r}$ ,且忽略二阶小量 $\Delta\dot{r}d\dot{r}$ (近似程度约为 $10^{-10}$ ),在式(9)两端同时乘以时间 $t$ ,可得:

$$d\dot{\rho}_{12} = \sin(\theta/2) \sqrt{4fM/r^3} dr \quad (10)$$

根据式(10),可以得到星间测速误差 $\delta\dot{\rho}_{12}$ 和卫星轨道位置误差 $\delta r$ 的关系式为:

表1 不同情况误差恢复的累计大地水准面精度统计结果/ $10^{-2}$  m

Tab. 1 Precision Statistics of the Cumulative Geoid Height Recovered by Different Errors/ $10^{-2}$  m

		模型阶数					
		20	40	60	80	100	120
星间距离变化率误差/m·s <sup>-1</sup>	$10^{-5}$	0.735 835	1.323 193	3.591 797	12.754 263	51.726 123	228.927 874
	$10^{-6}$	0.073 584	0.132 319	0.359 180	1.275 426	5.172 612	22.892 787
	$10^{-7}$	0.007 358	0.013 232	0.035 918	0.127 543	0.517 261	2.289 279
	$10^{-8}$	0.000 736	0.001 323	0.003 592	0.012 754	0.051 726	0.228 928
星间距离误差/m	$10^{-5}$	0.929 245	1.670 985	4.535 878	16.106 638	65.321 997	289.100 072
	$10^{-6}$	0.092 925	0.167 099	0.453 588	1.610 664	6.532 200	28.910 007
	$10^{-7}$	0.009 293	0.016 710	0.045 359	0.161 066	0.653 220	2.891 001
	$10^{-8}$	0.000 929	0.001 671	0.004 536	0.016 107	0.065 322	0.289 100
卫星轨道位置误差/m	100	2.842 684	5.111 768	13.875 859	49.272 365	199.828 746	884.395 879
	10	0.284 268	0.511 177	1.387 586	4.927 237	19.982 875	88.439 588
	1	0.028 427	0.051 118	0.138 759	0.492 724	1.998 288	8.843 959
	0.1	0.002 843	0.005 112	0.013 876	0.049 272	0.199 829	0.884 396

因为GRACE卫星任务恢复120阶地球重力场模型时对应的累计大地水准面精度约为18 cm,因此,根据式(12)可以得到卫星轨道位置的精度指标应为2.1 cm左右。GRACE卫星任务中,GPS接收机的轨道位置精度约为3 cm,这也说明了本文分析的正确性。

### 3 星载KBR系统和星载GPS接收机联合误差模型

联合式(4)和式(12)可得星载KBR系统的星间测速和星载GPS接收机的轨道位置误差联合影响累计大地水准面的误差模型为:

$$\delta N =$$

$$R \sqrt{\sum_{n=2}^N \left(\frac{r}{R}\right)^{2n+1} \frac{R}{fM} \frac{1}{N_{\max}[1 - P_n(\cos\theta)]}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} (\delta\dot{\rho}_{12})^2 + 2 \sin^2(\frac{\theta}{2}) \frac{fM}{r^3} (\delta r)^2} \quad (13)$$

$$\dot{\rho}_{12} = \sin(\theta/2) \sqrt{4fM/r^3} \delta r \quad (11)$$

将式(11)代入式(4),可得累计大地水准面误差和轨道位置误差之间的关系式为:

$$\delta N = \sin(\theta/2) \cdot$$

$$\sqrt{\sum_{n=2}^N \left(\frac{r}{R}\right)^{2n-2} \frac{2}{N_{\max}[1 - P_n(\cos\theta)]}} \delta r \quad (12)$$

如果已知轨道位置观测值的误差 $\delta r$ ,就可以根据式(12)估计所恢复地球重力场模型的精度。

假设我国卫星重力测量系统的轨道高度为500 km,卫星星间距离为220 km,当轨道位置误差分别取0.1 cm、1 cm、10 cm、100 cm时,恢复的累计大地水准面精度及其结果统计如表1所示。可以看出,随着卫星轨道位置误差的逐渐增大,恢复的累计大地水准面精度逐渐下降。

在式(13)中,分别引入本文确定的星载KBR系统的星间测速误差 $0.8 \times 10^{-6}$  m/s和星载GPS接收机的轨道位置误差2.1 cm,可以得到模型阶数 $n=20, 40, 60, 80, 100, 120$ 时的联合误差模型估计累计大地水准面的精度( $10^{-2}$  m)分别为0.083 839、0.150 761、0.409 239、1.453 183、5.893 521、26.083 363。可以看出,联合误差模型恢复120阶地球重力场模型时对应的累计大地水准面精度约为26 cm。

### 4 结语

本文推导了影响累计大地水准面精度的误差模型,确定了星载KBR系统的星间距离和星间距离变化率的精度指标,设计了星载GPS系统的卫星轨道位置的精度指标,建立了星间测速和轨道位置误差联合影响累计大地水准面的误差模

型。本研究将为我国卫星重力测量系统的总体指标和主要有效载荷技术指标的量化分析、论证提供理论和技术支持，并为发展我国独立自主的卫星重力测量系统的总体指标和有效载荷指标设计提供一些参考。

致谢：感谢武汉大学测绘学院罗志才教授为本文提出的宝贵意见。

## 参 考 文 献

- [1] Howe E, Stenseng L, Tscherning C C. Analysis of One Month of CHAMP State Vector and Accelerometer Data for the Recovery of the Gravity Potential[J]. Advances in Geosciences, 2003(1): 1-4
- [2] Kless R, Koop R, Visser P, et al. Efficient Gravity Field Recovery from GOCE Gravity Gradients Observations[J]. Journal of Geodesy, 2000, 74: 561-571
- [3] David A. Gravity Measurement: Amazing GRACE [J]. Nature, 2002, 416(6 876): 10-11
- [4] 姜卫平, 章传银, 李建成. 重力卫星主要有效载荷指标分析与确定[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2003, 28(增): 104-109
- [5] 郑伟, 许厚泽, 钟敏, 等. GRACE 星体和 Super-
- [6] 唐富荣. 重力卫星技术剖析及非重力测量技术研究[D]. 兰州: 中国空间技术研究院兰州物理研究所, 2003
- [7] 郑伟, 许厚泽, 钟敏, 等. 基于半解析法有效和快速顾及 GRACE 全球重力场的精度[J]. 地球物理学报, 2008, 51(6): 1 704-1 710
- [8] 宁津生, 钟波, 罗志才, 等. 基于能量守恒的星间距离变化率与地球重力场频谱关系的建立与分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(3): 221-225
- [9] 罗佳, 宁津生. 地球重力场与 KBR 系统频谱关系的建立与分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2004b, 29(11): 951-954
- [10] 刘晓刚. GOCE 卫星测量恢复地球重力场模型的理论与方法[D]. 郑州: 信息工程大学, 2011
- [11] 罗佳. 利用卫星跟踪卫星确定地球重力场的理论和方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2003
- [12] 刘林. 航天器轨道理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000

第一作者简介: 刘晓刚, 博士, 助理研究员, 从事卫星重力测量数据处理方面的研究。

E-mail: liuxiaogang\_1949@163.com

## Demonstration on the Indexes Design of Space-borne KBR and GPS Receiver in the Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking Mode

LIU Xiaogang<sup>1,2</sup> WU Xiaoping<sup>1</sup> JIANG Dong<sup>1</sup>

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University,  
66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

(2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** The error models of cumulative geoid height influenced by the errors of inter-satellite range, range rate of KBR system and the satellite position of GPS receiver are deduced respectively. The combined error model of cumulative geoid height influenced by range rate error and satellite position error is also constructed. The results show that the precision indexes of inter-satellite range, range rate of KBR system are about  $0.64 \times 10^{-6}$  m,  $0.8 \times 10^{-6}$  m/s, respectively. While the precision indexes of satellite position of GPS receiver is about 2.1 cm. The cumulative geoid height error of Earth's gravity field model in 120 degree, which is recovered by the combined error model, is 26 cm in the presence of these precision indexes.

**Key words:** satellite-to-satellite tracking(SST); KBR; GPS receiver; CHAMP; GRACE