

基于图像表面积的分形布朗运动分数维算法研究

于子凡¹ 林宗坚²

(1 武汉大学遥感信息工程学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 中国测绘科学研究院,北京市海淀区北太平路 16 号,100039)

摘 要:针对数字图像的特点,提出了一种计算图像表面积的简单方法。在此基础上,根据分形布朗运动理论,提出基于图像表面积的分数维计算方法。用遥感图像上几种典型地物的图像窗对该方法进行了实验,并与其他几种常用的分数维计算方法进行了比较。实验表明,本文提出的方法与理论预期相符合的程度高于其他分数维计算方法。

关键词:分形布朗运动;纹理特征;遥感分类

中图法分类号:TP751.1

纹理分类是影像分类的重要手段,基于分形几何的影像纹理分类以影像纹理的分维值为最基本的分类依据,反映了图像表面的“锯齿”程度。影像纹理的分维值不同,则其分属的纹理类型不同。分维值的计算方法有很多,其中盒子维由于其相对简单的计算和目视估计,在图像处理领域应用较早,也较为广泛。但盒子维也有计算结果与理论预期不符的问题。最近几年,出现了对盒子维计算模型进行改造的研究^[1,2]。与此同时,基于分形布朗运动(fractional Brownian motion, FBM)的分维值的应用日益广泛。

分形布朗运动是 Mandelbrot 等人提出的描述自然界中随机分形的一种最典型的数学模型,人们认为这种模型较好地反映了地物,因而希望根据这种模型提取出能够正确反映地物的特征。分数维的求解有三种基本方法:灰度统计法、频谱法、表面积法。灰度统计法直接应用图像的灰度值,是 FBM 常用的分数维求解方法^[3,4]。频谱法应用频率特性求解图像分数维,这需要将灰度图像变换到频率域并求出图像的频谱密度函数,计算量很大。表面积法是将灰度图像表面看成是一个空间曲面,通过不同尺度下空间曲面面积的数值来求解分数维。和灰度统计法相比,运用后两种方法求解分数维的研究要少得多。表面积求解方法较麻烦,得出的结果不一定很精确。空间

曲面面积的计算,要么计算方法简单但计算精度不高,要么计算精度高但计算方法麻烦。这成为限制表面积法应用的一个原因。根据遥感数字图像的特点,可以用较简单的方法精确地求解灰度图像的表面积。本文在此基础上提出了一种分数维测量方法。

1 基于灰度图像表面积的分形布朗运动分数维算法

1.1 分形布朗运动理论

设 $X \in E^n$ (E^n 是 n 维欧氏空间), $B(X)$ 是关于点 X 的实值随机函数,若存在常数 $H(0 < H < 1)$,使得函数

$$F(t) = P_r \left(\frac{B(X + \Delta X) - B(X)}{|\Delta X|^H} < t \right) \quad (1)$$

是一个与 X 及 ΔX 无关的分布函数, $B(X)$ 称为分形布朗函数。式中, H 为自相似参数,有了 H ,就可得到分维值:

$$D = n + 1 - H$$

对于影像,考虑 $X \in (x, y) \in E^2, Z = B(X)$,在灰度影像中, $B(X)$ 就是像素点 X 的灰度等级。

从分形布朗运动可以推导出三个最基本的性质^[5],其中与表面积有关的一个性质为:

$$A(r) = Fr^{(2-D)} \quad (2)$$

式中, $A(r)$ 为 $B(X)$ 图形在尺度 r 下所测得的空间曲面表面积; D 为分数维; F 为空间曲面实际的表面积, 它为一常数。对式(2)两边同时取对数, 有:

$$\lg A(r) = (2 - D) \lg r + \lg F \tag{3}$$

在尺度 r 下, 求取表面积 $A(r)$; 变换尺度 r , 可以求出若干个相应的 $A(r)$, 再用线性回归方法求出 $\lg A(r)$ 相对于 $\lg r$ 的斜率, 就可以得到该图像区域的分数维 D 。

1.2 灰度图像表面积

设灰度图像 (x, y) 处的像素灰度值为 $z(x, y)$, 将 $z(x, y)$ 作为 z 坐标值, 则 $(x, y, z(x, y))$ 成为三维空间的一个空间点。将灰度图像所有的像素都处理成这样的空间点, 用最小二乘法可以利用所有这些空间点拟合出一个空间曲面, 这个空间曲面的表面积就是灰度图像表面积。

由式(3)知, 要计算分数维就要计算出若干个不同尺度下的图像表面积。Serra 和 Matheron 在创立的数学形态学中提出了一种不同尺度下图像的表面积测量方法。直观上说, 它是用一个半径为 r 的小球在图像表面上滚动到所有位置, 球的上顶点的移动将构成一个表面, 该表面与原图像表面之间的空间就是膨胀后增加的体积。计算膨胀后的体积, 然后用该体积除以 $2r$, 就得到了尺度 r 下图像的灰度表面积^[5]。可以想象, 这个增加的空间基本上是厚度为 $2r$ 的不规则层, 上表面和原图像表面大致类似, 只是原图像表面小于 r 的细节无法反映在上表面而被忽略。显然, r 越精细, 反映的图像细节越多。

这种方法虽然理解起来容易, 但编程实现较麻烦。根据数字图像的特点, 可以用更简单的方法求取图像表面积。

1.3 陆地表面探测卫星遥感数字图像特点

遥感图像包括全色卫星遥感图像、多光谱遥感图像、高光谱遥感图像以及微波遥感图像等。不同类型的遥感图像的成像机理差别很大, 探测的目的和对象也有很大不同。本文涉及到的遥感图像是以探测陆地表面特征为目的的全色光学遥感图像, 这类图像是对实际地物的影像在空间尺度和辐射强度进行量化的结果。空间尺度量化就是把地面划分成一个个排列整齐的矩形, 每个像素对应一个矩形, 像素灰度值为该矩形内地物辐射强度的平均值。空间尺度量化的尺寸大小(即矩形的大小)取决于遥感图像的空间分辨率。目前, 常见的陆地表面特征探测卫星遥感图像的分辨率有 $30\text{ m} \times 30\text{ m}$ 、 $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 、 $5\text{ m} \times 5\text{ m}$ 、 1 m

$\times 1\text{ m}$ 。辐射强度量化就是把像素灰度值量化为一定范围内的整数, 为了节省存储空间, 像素灰度值一般量化为 0 至 255 之间的整数, 即可以用 1 个字节存储。毫无疑问, 这种量化处理带来了地物信息的损失, 如辐射强度量化使像素灰度值与实际情况有一些出入, 造成了截尾误差。而空间尺度量化忽略了矩形内部地物之间的差异, 使图像失去了小于尺度的地物信息。虽然缩小矩形大小、提高分辨率能够改善这一状况, 但小于图像尺度的地物信息还是会被忽略。由上述分析可知, 遥感图像是用一系列排列整齐的像素来表示实际地物上的辐射强度; 每个像素有形状、面积、位置信息(像素坐标)和幅度信息(灰度值)。如果把像素用一个中心位于坐标 (i, j) 、高度等于灰度值的立柱来表示, 整个图像表面就是一些排列整齐、高低不一的台阶面(如图 1)。由于有一定的面积, 像素用一个台阶面来表示比用一个空间点来表示更合理。

同样的地物在不同分辨率的遥感影像中, 纹理特性可能会发生很大变化。如在低分辨率遥感影像上的点状、线状地物, 在高分辨率的遥感影像上可能变成了形状清晰的面状地物, 它们的分形特性发生了完全的改变, 不可能还具有相同的分数维。此外, 数字图像还不可避免地忽略了实际地物的很多细节。尽管如此, 根据 Pentland 的假设, 只要把分辨率变化限制在一定的范围内, 自然界中地物的分形与图像的灰度表示之间仍然有着一定的对应关系。在这个限制范围内, 分数维是不依图像分辨率变化、独立于观察视角、稳定存在的地物特征量^[5]。

1.4 表面积 $A(r)$ 计算

数字图像由排列整齐的像素组成, 可看作一个台阶面, 每个像素构成一个立方体台阶, 台阶的高度为像素灰度值。假如图像的空间量化尺度为 r , 则每个像素对表面积 $A(r)$ 的贡献为立柱顶部的水平面面积 A_H 与侧面垂直面面积 A_{V_1} 、 A_{V_2} 之和。一个像素共有 4 个侧面垂直面, 但每个垂直面都是与相邻像素共有的。为了避免重复计算, 对每个像素只计算前面和左面的垂直面(如图 2 所示)。图 2 中, $A_H = r \times r$, A_{V_1} 、 A_{V_2} 为相邻像素灰度值之差与尺度 r 的乘积。设图像的像素为 $M \times N$, 数字图像曲面的表面积 $A(r)$ 可计算如下:

$$A(r) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_H(i, j) + \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N A_{V_1}(i, j) + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} A_{V_2}(i, j) = M \times N \times r \times r +$$

$$r \times \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N |f(i,j) - f(i+1,j)| +$$
$$r \times \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^{N-1} |f(i,j) - f(i,j+1)| \quad (4)$$

式中, $f(i,j)$ 表示某数字图像在尺度 r 下的灰度值($i=1,2,\cdots,M; j=1,2,\cdots,N$)。

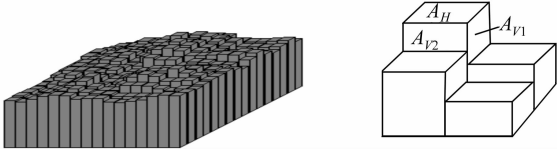


图 1 数字图像的立柱表示

图 2 表面积计算

Fig. 1 Digital Image

Fig. 2 Face Area

1.5 不同尺度下表面积的计算

现在对图像进行尺度变换, 设尺度由 r 变为 r' 。变换尺度的实质就是对整个图像覆盖的同一区域采用另一种尺度重新进行观测, 也就是像素矩形区域由 $r \times r$ 变成了 $r' \times r'$ 。在原始图像上改变矩形区域的大小, 依据原始图像灰度值重新计算新的矩形区域中辐射能量的平均值, 就可以确定变换尺度后新图像的灰度值。如图 3 所示, 原始图像大小为 $M \times N$, 尺度为 r , 变换后的图像尺度为 r' , 每个原始像素对新像素辐射能量的贡献取决于原始像素的灰度值和其在新的矩形区域中面积的大小。

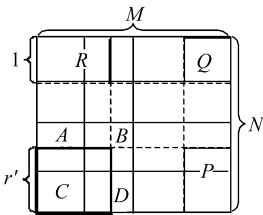
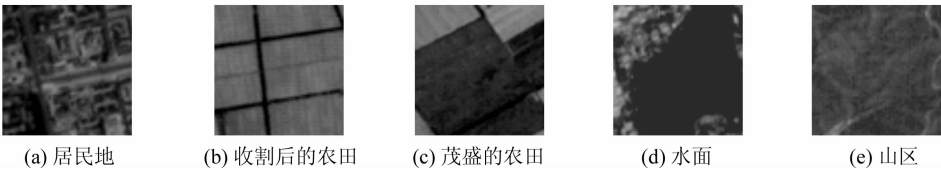


图 3 根据变换的尺度计算像素灰度值

Fig. 3 Calculating New Pixel Value After Changing Ruler

变换后的像素灰度值用计算式表示如下:



(a) 居民地

(b) 收割后的农田

(c) 茂盛的农田

(d) 水面

(e) 山区

图 4 遥感图像上典型地物的纹理特征

Fig. 4 Several Texture Features in Remote Sensing Images

2.2 实验方法

在一幅遥感图像上, 以 16×16 大小的方框分别选取各类地物, 每一类地物采样 20 组。在每一组采样中, 以 9 种尺度变化计算分数维, 对变化的

$$I' = (r/r')^2 \sum_{i=1}^n I_i \cdot p(i) \quad (5)$$

式中, $I_i (i = 1, 2, \cdots, n)$ 表示包含在面积 $r' \times r'$ 内 n 个原始像素灰度值的大小; $p(i)$ 为第 i 个原始像素被围在 $r' \times r'$ 范围内面积的百分比。如图 3 中, 若 $r=1, r'=1.5$, 则 $A、B、C、D$ 四个像素的 $p(i)$ 分别为 50%、25%、100%、50%。为了保证尺度变换后图像表面积的计算精度, 要注意以下两点: ① 像素灰度值 I' 不再用整数表示, 这样可以避免灰度值取整带来的截尾误差; ② 计算图像表面积的范围严格限制在 $M \times N$ 范围内, 这样在变换后的图像中, 最后一排像素的覆盖面积可能小于 $r' \times r'$, 如图 3 中 $P、Q、R$ 等像素。这些像素和其他像素相比, 其宽度有所减少, 因此像素对应的 $A_H、A_{V1}、A_{V2}$ 要小一些。

2 实 验

2.1 地物特征分析

图 4 中的影像取自 SPOT 全色遥感卫星影像(分辨率为 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$, 256 色灰度图像)。图 4(a) 为居民地, 内有道路、房屋、广场、树木等, 相邻像素之间灰度变化较大。图 4(b) 中较黑的部分为沟渠或道路, 较亮的部分才是收割后的农田, 其中有不明显且有规律的纹理, 总体表现灰度变化平滑。图 4(c) 中较暗的部分为长势茂盛的农田, 不同区域作物的茂盛程度、灰度有少许变化。图 4(d) 中较暗的部分为水体, 灰度变化很小, 表现得最为平滑, 破碎程度最小。图 4(e) 影像取自山区, 坡度的变化、山包的大小、植物的生长状况等因素都对影像的灰度有影响。根据分形理论, 可以预测居民地的分数维应该最大, 山区次之, 水面的分数维应该最小, 两种农田与山区的分数维差别难以预料。

尺度和对应的图像表面积取对数, 并回归出直线的斜率。为了进行比较, 计算表面积分数维的同时, 将同一样本的盒维数与基于灰度值的分维数同时求出, 其中盒维数的计算方法见文献[5], 基

于灰度值的分维数计算方法见文献[3]。图 5 为三种求解分数维的过程中每一类地物 20 组采样均值直线斜率回归图。表 1 为求得的表面积分数维、基于灰度值的分维数与盒维数。

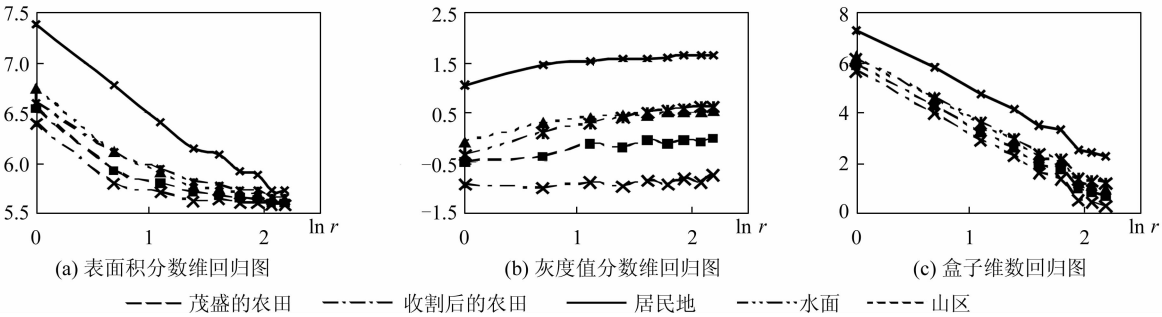


图 5 三种分数维采样均值直线斜率回归图
Fig. 5 Regress to Calculate Slope by 3 Algorithms

表 1 三种分数维均值以及标准差

Tab. 1 Fractal Dimensions and Standard Deviations by Three Algorithms

地物	表面积分数维		基于灰度值的分维数		盒维数	
	分数维	标准差	分数维	标准差	分数维	标准差
茂盛的农田	2.383 065	0.040 001	2.783 049 9	0.140 760	2.397 992	0.050 649 0
收割后的农田	2.473 867	0.068 622	2.743 459 3	0.0797 98	2.426 178	0.057 507 9
居民地	2.761 231	0.097 616	2.760 207 7	0.062 463	2.339 949	0.078 686 6
水面	2.325 397	0.034 858	2.919 942 0	0.123 664	2.344 592	0.038 186 8
山区	2.408 065	0.060 097	2.561 715 8	0.123 438	2.323 497	0.072 934 0

2.3 实验分析

理论上,分数维回归曲线应随尺度由小到大的变化而单调变化。从图 5 看出,只有图 5(a)中所有地物的曲线严格单调递减;图 5(b)中,“水面”和“茂盛的农田”两种地物对应的曲线不是严格递增的;图 5(c)中,“水面”对应的曲线在尺度 r 值较大时,小部分曲线由递减变成递增。考虑到数据来自于多次测量的均值,基本上消除了偶然误差的影响,因此,图 5(b)、5(c)中的误差是系统误差。这说明本文提出的数字图像表面积计算方法与盒子维和灰度分数维相比,能够较为准确地表现尺度变化对图像表面积细节的影响。

从表 1 看,由表面积方法测量的分数维数中,“居民地”最大,“水面”最小,与本文前面的分析相符合。而其他两种方法中,“居民地”的分数维数都小于“水面”的分数维数,与分析不符。虽然这并不能说明表面积分数维特征好于其他两种分数维特征,因为每一个数学模型都有自己的适用范围,但由于实验选取的地物直接取自遥感图像,且在遥感分类中具有典型性,因此可以说,在遥感分类这一领域,表面积分数维特征比另外两种分数维特征的适用范围更广。

从表 1 还可以看到,三种方法对有些同种地物所测得的分数维差距较大。根据 Pentland 的假设,图像表示的分数维是稳定存在的物质表示

量,也就是说,同一类地物的分数维应该是一致的。文献[6]指出,显然相似的维数定义可能有十分不同的性质,即使对“好的”集合,不能假定不同的维数定义能够得到相同的维数值。谢和平进一步指出,过去用不同维数定义测量同种分形对象,由于期待获得相同或相近的分数维结果已导致大量错误设想,因此,在上述实验中,三种方法对同种地物所测得的分数维有差距是不足为奇的。它们的定义方法不同,在性质上就可能存在很大差距。Pentland 通过实验测得^[5],在遥感图像中的各种地物中,有 10% 以上的地物不具有分形性,具有分形性的地物,其分形特性的强度也不同。如果被测地物不具有分形性或者分形特性很弱,测量的结果就不准确。不同的测量手段有不同的适用范围,如果被测对象超出了这个范围,也不能得到理想的量测结果。

从表 1 还可以看到,在各类地物表面积分数维特征值中,有些地物之间差别很小。考虑到误差的因素,根据实验结果,实际上只有破碎度较大的居民地能够较容易地与其他地物区分开来;水面作为一种破碎度极小的地物,也可以大致识别出来;其他三类地物相近,难以相互区分。由于大部分实际地物的破碎程度介于居民地和水面之间,在实际应用中,单纯依靠该特征难以正确识别这类地物,还需要结合其他特征信息。

3 结 语

基于本文方法计算出的表面积分数维,在利用破碎程度来识别地物方面能够得到与理论预期相一致的结果。与目前常用的分数维计算方法相比,表面积分数维在识别遥感典型地物方面有更好的效果;对破碎程度差别明显的地物,可用表面积分数维特征直接识别出来,对于差别不明显的地物,识别效果不好。因此,基于表面积的分数维特征还无法对多数地物进行分类或识别。

参 考 文 献

1 梁东方,李玉梁,江春波. 测量分维的“数盒子”算法研究. 中国图像图形学报,2002,7A(3):246~250

2 李厚强,刘政凯,林 峰. 基于分形理论的航空图像分类方法. 遥感学报,2001,5(5):353~357
3 黄桂兰,郑肇葆. 分形几何在影像纹理分类中的应用. 测绘学报,1995,24(4):283~292
4 李旭涛,曹汉强,赵鸿燕. 分形布朗运动模型及其在地形分析中的应用. 华中科技大学学报·自然科学版,2003,31(5):50~52
5 王东生,曹 磊. 混沌、分形及其应用. 合肥:中国科学技术大学出版社,1995. 146~155
6 谢和平,张永年,宋晓秋,等. 分形几何——数学基础与应用. 重庆:重庆大学出版社,1991. 24~36

第一作者简介:于子凡,副教授,博士生。现主要从事遥感图像分类和三维城市建模等方面的研究。代表成果:图纸读取系统,遥感土地动态监测系统。
E-mail:yuzifan@hotmail.com

Arithmetic Research of Fractal Dimension with Image Face
Based on Fractional Brownian Motion

YU Zifan¹ LIN Zongjian²

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)
(2 Chinese Academy of Surveying and Mapping, 16 Beitaping Road, Beijing 100039, China)

Abstract: If every pixel in an image is regarded as column and the image can be a columniation, then the image face can be calculated by a simple, accurate method. On the basis of this method, a new arithmetic for calculating fractal dimension is proposed with the theory of FBM. Experiment results show that the arithmetic is better than several current arithmetics of fractal dimension.
Key words: fractional Brownian motion; texture feature; classification of remote sensing

About the first author: YU Zifan, associate professor, Ph.D candidate. His major research orientation is classification of remote sensing image, 3D urban model. His typical achievements include blueprint reading system, dynamic inspecting system of land with remote sensing.
E-mail: yuzifan@hotmail.com

(责任编辑: 涓涓)

欢迎订阅 2005 年《武汉大学学报·信息科学版》

《武汉大学学报·信息科学版》即原《武汉测绘科技大学学报》,是以测绘为主的专业学术期刊。其办刊宗旨是:立足测绘科学前沿,面向国际测量界,通过发表具有创新性和重大研究价值的测绘理论成果,展示中国测绘研究的最高水平,引导测绘学术研究的方向。本刊为中国中文核心期刊, EI 刊源期刊。为国家优秀科技期刊,并获中国国家期刊奖,入选中国期刊方阵。

本刊主要栏目有院士论坛、学术论文、科技新闻等,内容涉及摄影测量与遥感、大地测量与物理大地测量、工程测量、地图学、图形影像学、地球动力学、地理信息系统、全球定位系统等。收录本刊论文的著名国际检索机构包括 EI、CAS、P&K 等,其中 EI 收录率达 80%,其影响因子长期名列中国高校学报前列。本刊读者对象为测绘及相关专业的科研人员、教师、研究生等。

本刊为月刊,国内外公开发行,邮发代号 38-317,国外代号:MO1555。A4 开本,96 面,定价 8 元/册,每月 5 日出版。漏订的读者可以与编辑部联系补订。