

镜面投影法确定地球同步卫星精密轨道

欧吉坤¹ 刘吉华^{1,2} 孙保琪^{1,2} 彭碧波¹

(1 中国科学院测量与地球物理研究所动力大地测量重点实验室,武汉市徐东大街 340 号,430077)

(2 中国科学院研究生院,北京市玉泉路 19 号,100049)

摘要:针对地球同步卫星(GEO)轨道面变化缓慢且能知道较准确近似值的特点,提出了镜面投影法。它以轨道面作对称面(镜面),将原观测站投影生成虚拟观测站;利用原站星距构成虚拟观测值。原观测值与虚拟观测值联合用于轨道参数估计,可以大大地增强观测几何结构,改善法方程状态,提高参数估值的精度。仿真计算的结果表明,新方法的效果明显。

关键词:地球同步卫星(GEO);精密定轨;轨道参数估计;镜面投影法

中图分类号:P228

地球同步卫星(GEO)具有相对地球同步这一独特的轨道特征,使得 GEO 卫星广泛应用于通信、气象^[1]。随着地球同步卫星在导航定位、授时、跟踪与数据中继以及导弹预警、实时侦察等经济和军事领域作用的增强,对 GEO 卫星轨道确定精度的要求也越来越高。我国第一代卫星导航系统中,GEO 卫星的成功运行不仅在精密导航(定位)方面起到了重要作用,而且为研究 GEO 卫星定轨提供了难得的试验资源。我国正在建设的新一代卫星导航系统中,GEO 卫星也是重要的组成部分,且起着关键作用。此外,卫星中继系统、深空 VLBI 中继站等空间任务计划的逐步实施,需要更精确地获知 GEO 卫星的信息,因此,研究新的定轨技术格外迫切。

为了进一步提高 GEO 卫星的轨道确定精度,针对传统定轨手段的不足,美国、欧洲、日本以及我国的一些学者对 GEO 卫星轨道跟踪新技术展开了一系列理论研究和试验^[1-15]。这些新技术可以划分为三类:① 高分辨率角度观测,如甚长基线干涉测量(VLBI)、连线干涉测量(CEI)以及高精度 CCD 光学照相等技术^[1-5];② GPS 辅助 GEO 卫星精密定轨技术,主要包括 GEO 卫星星载 GPS 定轨和 GPS 增强跟踪(CET)两种方式,当前的几大 GPS 广域增强系统 WAAS、EGNOS 等的 GEO 卫星轨道确定即采取这样的方式,定

轨精度在几 m 量级^[6-10];③ 天地基联合定轨^[9,10,13]。

与其他轨道类型卫星相比,我国 GEO 卫星精密轨道确定存在较大的困难,主要表现在:① 由于 GEO 卫星轨道非常高(距地面 36 000 km),跟踪站布设范围相对较小(集中于国内),使得对 GEO 卫星的观测几何结构强度相当差;② GEO 卫星与地面跟踪站的位置相对静止,站星几何的变化很小,增加观测时间带来的信息量有限,使得一些系统误差(如钟差及测站偏差等)难以解算和分离;③ 为了保持位置相对地球同步,GEO 卫星需要频繁地实施机动控制,也给 GEO 卫星精密轨道的确定和预报带来较大麻烦。本文主要针对 GEO 卫星与地面跟踪网之间几何结构不好引起的法方程病态的问题^[9,16],用不同于常规方法的研究思路提出了镜面投影法,在地球南半球设立虚拟跟踪站,改善观测结构,进而提供一种提高 GEO 卫星定轨精度的有效途径。

1 卫星定轨方法简述

GEO 卫星定轨的原理与一般轨道卫星类似,先对卫星定轨的一般方法作简要回顾。对有较高精度要求的卫星定轨,通常不采用解析法,而是采用数值法(或统计法定轨)^[12,13]。一般选择卫星

位置向量 \bar{r} 和速度向量 \bar{v} 为轨道参数,也可以选择 6 个轨道根数。

通过解由轨道参数 X_c 和其他待估参数 X_d 表达的卫星运动学变分方程,得到相应的状态转移方程:

$$\bar{X}(t) = \Phi_c(t, t_0)\bar{X}_c(t_0) + \Phi_d(t, t_0)\bar{X}_d(t_0) \quad (1)$$

其中, Φ_c 、 Φ_d 是状态转移矩阵。

另一方面,基于不同的测轨手段(或技术)获得的对卫星的观测量一般是非线性的,表达成 $\bar{l}_i = G_i(\bar{X}_c, \bar{X}_d, t)$ ($i=1, \dots, n$),经线性化得观测方程:

$$\bar{H}_{nm} \bar{X}(t) = L + V \quad (2)$$

将式(1)代入式(2),得到关于 t_0 时刻卫星轨道参数的观测方程:

$$\bar{H}\bar{X}(t_0) = \bar{H}\Phi_c\bar{X}_c(t_0) + \bar{H}\Phi_d\bar{X}_d(t_0) = L + V \quad (3)$$

如果记观测值的权阵为 W ,利用最小二乘法可求出初始时刻的轨道及其他参数:

$$\hat{\bar{X}}(t_0) = \begin{pmatrix} \hat{X}_c(t_0) \\ \hat{X}_d(t_0) \end{pmatrix} = (H^TWH)^{-1}H^TWL \quad (4)$$

相应的协方差阵为:

$$\Sigma_{\hat{X}(t_0)} = \hat{\sigma}_0^2 (H^TWH)^{-1} \quad (5)$$

还可利用轨道参数和其他待估参数的先验信息来求解^[11,12]。

在获得相关参数的初值的基础上,积分运动学变分方程可得到所关心时段卫星的位置和速度,以上是所谓动力法确定轨道的过程。

另一种算法称为几何法,它是不顾及卫星的动力学信息,直接利用 t 时刻线性化的观测方程(2)解算出卫星 t 时刻的位置以及与观测值相关的参数,类似于 GPS 定位导航中的单点定位算法,只是把待定卫星当成了用户,跟踪站当成了导航卫星。

为了精确地确定卫星的轨道,往往需要将动力学算法与几何法结合,循环迭代。如用几何法的结果作为动力法的初值,然后又以动力法的结果为下一步几何法提供初值,经过几次迭代,卫星轨道得到精化。

2 GEO 卫星轨道精密确定的特殊性

由于 GEO 卫星在高于地面 36 000 km 的轨道上运行,相对地面跟踪站处于静止状态,站星之间的几何关系变化很小,加上地面跟踪站网大多集中在一个区域,如 EGNOS 卫星的跟踪站限于

西欧,我国的 GEO 卫星跟踪站限于国内,因此,观测网的几何结构强度相当差,导致轨道参数估计的法方程系数阵存在严重病态^[9],严重影响了轨道参数解算的稳定性和准确性。

针对 GEO 卫星轨道参数估计的病态问题,有两种可能的解决途径,一种是利用轨道的特点寻找有用的先验信息,对部分参数进行约束,改善原法方程的状态。笔者在文献[15]中提出的选权拟合法就是这种思路。另一种途径是设法改善站星间的观测几何强度。然而由于客观条件所限,要在区域外设站观测目前还有很大的难度。下面先分析 GEO 卫星轨道的特点。

1) GEO 卫星的倾角 i 都非常小,一般 i 值在 0.01° 左右,而且它的偏心率也很小,轨道形状非常接近圆形, e 取值在 0.01 左右。针对这两种情况,为了避免数值解出现奇点,一般将轨道参数改成非奇异轨道参数^[11,12],它们是 a (轨道半长轴)、 $h = e \cos(\omega + \Omega)$ 、 $k = e \sin(\omega + \Omega)$ 、 $p = \sin(i/2)$ 、 $q = \sin(i/2) \cos \Omega$ 、 $\lambda = \Omega + \omega + M$ (称平经度)。文献[14]给出了另一种稍有不同表达,称这些参数为无奇点根数。

2) 通过仿真和实测数据的计算可以发现,决定轨道平面的参数 p 、 q 的数值小,而且变化量也很小,一般在 $10^{-3} \sim 10^{-4}$; 1 d 之内的变化量也很小,短时间内如几 min 的变化更是缓慢,因此可以认为, GEO 卫星的轨道面短时间是相对稳定的,也是可以精确预报的。

3 镜面投影法

基于以上分析,本文提出了一种新方法——镜面投影法。其思路是:将 GEO 卫星的轨道面作为对称面(镜面),将集中在一个区域内的跟踪站(称为原像点)投影到它的对面,获得它们的影像点,于是在域外有了虚拟的观测站。可以设想,将经过质量控制、削弱了粗差和一般观测系统误差影响的原始观测值当成从 GEO 卫星到观测站的距离,因而虚拟观测站也可以将此距离值作为它们的观测值。经过镜面投影过程,获得一批相对独立的新观测值。将原观测值与新观测值联合,构成轨道参数估计的新观测方程组,既可以用几何法,也可以用动力法求解待定的参数。

镜面投影法的实施过程如下:① 将原跟踪站在地固坐标系下的坐标 $\bar{X}_{地}$ 转换到惯性坐标系 $\bar{X}_{惯}$, $\bar{X}_{惯} = T_1 \bar{X}_{地}$, T_1 是转换矩阵^[10,12]; ② 利用预报的 GEO 卫星轨道参数 p 、 q 建立轨道坐标

系^[10,11];③ 将 $\bar{X}_{\text{惯}}$ 转换到轨道坐标系, 得到 $\bar{X}_{\text{轨}}$, $\bar{X}_{\text{轨}} = T_2 \bar{X}_{\text{惯}}$, T_2 是仅与 p, q 有关的转换矩阵^[10,11];④ 将轨道平面当成“镜面”, 将原跟踪站投影到它们的对称站, 这时仅是改变 $\bar{X}_{\text{轨}}$ 的 Z 坐标的符号, 获得 $\bar{X}'_{\text{轨}}$;⑤ 将虚拟跟踪站的坐标 $\bar{X}'_{\text{轨}}$ 转换到地固坐标系得 $\bar{X}'_{\text{地}}$, $\bar{X}'_{\text{地}} = T_1^{-1} T_2^{-1} \bar{X}'_{\text{轨}}$;⑥ 利用原像点和影像点到 GEO 卫星距离不变的假设, 获得虚拟观测值; 将原观测值与虚拟观测值联合(利用式(3)), 进入参数估计程序, 进而获得轨道参数和其他待估参数的估值(式(4)、式(5))。

镜面投影法是基于 GEO 卫星轨道面变化缓慢且能精确预报的特点而设计的。由于虚拟站的加入, 形式上扩大了观测范围, 大大加强了观测结构, 从而改善了参数估计方程系数阵的状态, 条件数降低了一个数量级; 同时也改善了精度因子 PDOP 与 GDOP 的值。当然, 另一方面还能起到节省经费的作用。

表 1 镜面投影法与常规几何法求解的 X、Y、Z 方向与真值的差的平均值、最大值及 RMS/m
Tab. 1 Mean, Maximum Values and RMS of the Deviations Between the Estimated X, Y, Z and Their True Values by the Two Methods

| | | X | Y | Z |
|----------|-------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| RMS | 镜面投影法 | $2.442\ 73 \times 10^2$ | $1.898\ 34 \times 10^2$ | 1.974 72 |
| | 常规几何法 | $1.241\ 67 \times 10^3$ | $9.091\ 08 \times 10^2$ | $1.558\ 49 \times 10^2$ |
| 平均值(绝对值) | 镜面投影法 | $1.955\ 34 \times 10^2$ | $1.518\ 40 \times 10^2$ | 1.714 25 |
| | 常规几何法 | $9.949\ 80 \times 10^2$ | $7.287\ 23 \times 10^2$ | $1.239\ 18 \times 10^2$ |
| 最大值(绝对值) | 镜面投影法 | $1.013\ 28 \times 10^3$ | $8.102\ 36 \times 10^2$ | 4.926 74 |
| | 常规几何法 | $4.070\ 96 \times 10^3$ | $2.983\ 01 \times 10^3$ | $5.067\ 55 \times 10^2$ |

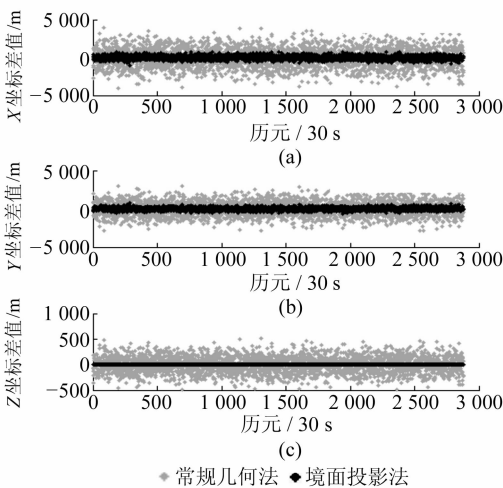


图 1 镜面投影法与常规几何法求解的坐标分量与真值之差的比较

Fig. 1 Comparison of the Coordinate Component Estimators and Their True Values by the Two Methods

从图 1(c) 可以看出, 镜面投影法明显地改善了 Z 方向的精度, ΔZ 密集在 O 轴的附近; 而采用常规几何法求解, 则 Z 方向的差值分布较散, 最大值超过 500 m, RMS 值达到 156 m。X、Y 方向的情

4 仿真计算与分析

利用卫星的标准轨道仿真了 5 个地面监测站对 GEO 卫星多天的观测数据。为处理问题的方便, 观测误差项暂时只考虑观测噪声(服从正态分布 $N(0,1)$)和卫星钟差(10 m)。

利用仿真数据对比分析了采用与不采用镜面投影法两种方案的效果。采用伪距观测量, 单历元几何法解 4 个参数, 包括 GEO 卫星地固系的三维坐标及卫星钟差改正数。分析的项目有法方程的条件数、PDOP、GDOP、GEO 卫星的坐标分量(估值与真值之差)的外符合精度。

图 1 给出了镜面投影法与常规几何法求解的坐标分量与相应真值之差的散点分布, 表 1 是这些差值的统计结果。

况类似。可见, 镜面投影法的结果明显好于不投影的结果。投影后, X 方向的 RMS 由 1 242 m 降至 244 m, Y 方向的 RMS 由 909 m 降至 189 m。

图 2 显示的是镜面投影法与常规几何法求解的 PDOP、GDOP 以及法方程条件数随时间的变化, 表 2 是其中第 1500 历元时它们的具体值。

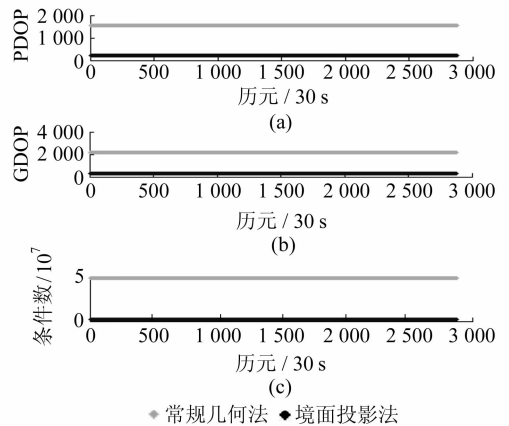


图 2 镜面投影法与常规几何法求解的 PDOP、GDOP 及法方程条件数的变化

Fig. 2 Variety vs Time of PDOP, GDOP and the Condition Number of the Two Methods

从图2可看到这些值都比较稳定,投影后的值明显小于不投影的值。由表2可以看出,投影后,观测几何结构得到较大的改善;由GDOP值和PDOP值可见,镜面投影法的参数估值的精度比常规几何法要高得多。

表2 镜面投影法与常规几何法第1500历元的PDOP、GDOP和条件数

Tab.2 PDOP, GDOP and the Condition Number Correspond to the Two Methods Respectively in the Epoch 1500

| | PDOP | GDOP | 条件数 |
|-------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 常规几何法 | 1.55470×10^3 | 2.19791×10^3 | 4.82740×10^7 |
| 镜面投影法 | 2.14320×10^2 | 3.01967×10^2 | 1.81088×10^6 |

5 讨论

镜面投影法是基于决定GEO轨道平面的参数 p 、 q 数值变化缓慢、稳定的特点提出来的,因此,还要讨论上述前提是否存在,以及 p 、 q 值随时间的变化对定轨结果的影响。

利用仿真数据画出 p 、 q 参数1d的变化曲线如图3所示;利用实测的GEO卫星数据画出 p 、 q 参数1d的变化曲线如图4所示。从这两幅图可以看到,在长时间段,尽管 p 、 q 值有波动,但是它们变化范围的值域很小, p 值变化在 10^{-5} 尺度内, q 值变化在 10^{-6} 尺度内。图5给出了 p 、 q 在10min之内的变化范围, p 、 q 值都在 10^{-7} 尺度内变化。表3给出了采用不同 p 、 q 值建立投影面对定轨结果的影响。可以看到, p 、 q 的数值量级很小,随时间变化缓慢,呈现线性变化的趋势。如能进一步分析这些曲线,可以建立较高精度的模型。这些特点的掌握对 p 、 q 值的预报是非常有利的。

第二个问题是选择多少个跟踪站作投影合适。从仿真数据看,采用一个原像点作镜面投影就能起到改善观测几何结构的作用,本文的结果利用了全部跟踪站作投影,从优化角度还需要作更多的研究。

第三个问题是能否采用GEO轨道面以外的投影面。作投影的目的是希望在南半球也有跟踪

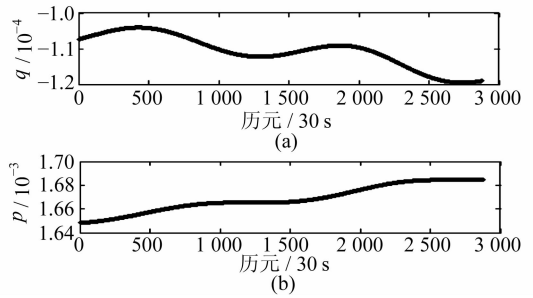


图3 轨道根数 p 、 q 参数24h变化曲线
Fig.3 Variety Curves During 24 h for p and q

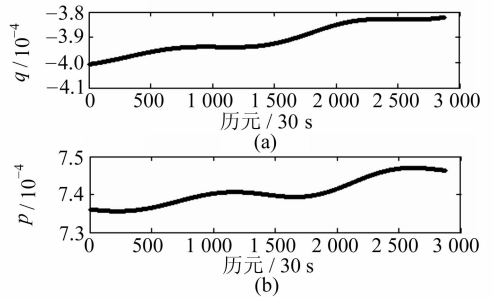


图4 2007年某月某日实测某GEO卫星的 p 、 q 值变化曲线图
Fig.4 Variety Curves of p and q for a Certain GEO Satellite in Some Day, 2007

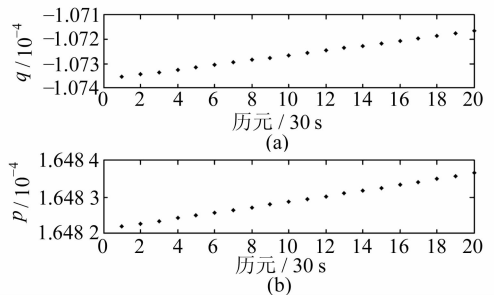


图5 轨道根数 p 、 q 参数10min的变化曲线图
Fig.5 Variety Curves in 10 min's for p and q

站,这样能有效地改善观测结构,因此可用GEO的轨道面作投影镜面。如果用其他投影面,镜像点所起的作用小,而且虚拟观测值难以构建,很难达到上述效果。因此,本文提出的镜面投影法有其自身的特征,如果利用好,收益会很大。

表3 采用动力法解算的几min前的 p 、 q 值与当前历元的 p 、 q 值对定轨结果的影响/m

Tab.3 Influence of the Estimated Orbits Due to Using the Different Values of p and q

| p 、 q 值的选取方法 | 卫星坐标差(绝对值) | | |
|------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | X坐标 | Y坐标 | Z坐标 |
| 采用1min前的与当前历元的值 | 1.6841989×10^{-2} | 1.2005668×10^{-2} | 2.6716384×10^{-3} |
| 采用2min前的与当前历元的值 | 1.5248258×10^{-1} | 1.1140553×10^{-1} | 1.9821576×10^{-2} |
| 采用3min前的与当前历元的值 | 3.0409794×10^{-1} | 2.2247203×10^{-1} | 3.7807028×10^{-2} |
| 采用4min前的与当前历元的值 | 5.8058476×10^{-1} | 4.2409415×10^{-1} | 7.2604635×10^{-2} |
| 采用5min前的与当前历元的值 | 8.8411233×10^{-1} | 6.4684355×10^{-1} | 1.1061184×10^{-1} |

6 结 语

本文在分析 GEO 卫星轨道特点的基础上, 提出了可以明显改善区域性跟踪站网观测几何结构的镜面投影法, 介绍了该方法的原理和实施算法, 并用仿真数据的计算结果对该方法的效果进行了对比分析。限于篇幅, 本文只简单比较了镜面投影法与常规几何法的效果, 基于动力法的效果分析将另文讨论。镜面投影法的研究还可以引申出一系列值得更深入探讨的问题, 不仅有明显的学术意义, 而且有较广泛的应用前景, 特别是有益于我国新一代导航卫星系统的建设。

参 考 文 献

- [1] Soop E M. 地球同步轨道手册[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999
- [2] Wang T H. Meter-Level Orbit Determination of Geosynchronous Satellites by an Economical Tracking System [D]. Boulder: Colorado University, 1985
- [3] Ellis J. Performance of a Dedicated VLBI System for TDRSS Navigation [J]. *Adv Astronaut Sci*, 1983, 54(1):111-126
- [4] Shiomi T K, Nobuyuki. Precise Orbit Determination of a Geosynchronous Satellite by VLBI[J]. *Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, 1987, 35:425-432
- [5] Lichtent S W, Wu S C, Young L E, et al. New Techniques for Orbit Determination of Geosynchronous, Geosynchronous-transfer, and Other High-Altitude Earth Orbits[C]. AAS 97-676, Sun Valley, ID, USA, 1997
- [6] Chao C C M, Wong M D, Johns J L, et al. Challenges and Options for GEO Use of GPS[C]. The 1997 AAS/AIAA Astrodynamics Conference, Sun Valley, ID, USA, 1997

- [7] Altmayer C, Martin S, Theil S. Autonomous On-board orbit and Attitude Control of Geostationary Satellites Using Pseudolites[C]. The 11th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Nashville, TN, USA, 1998
- [8] Fuller R A. Aviation Utilization of Geostationary Satellites for the Augmentation to GPS: Ranging and Data Link[D]. California: Stanford University, 2000
- [9] Beutler G U H, Ploner M, Meindl M, et al. Determining the Orbits of EGNOS Satellites Based on Optical or Microwave Observations[J]. *Advances in Space Research*, 2005, 36:392-401
- [10] Lyon R H. Geosynchronous Orbit Determination Using Space Surveillance Network Observations and Improved Radiative Force Modeling[D]. Massachusetts: MIT, 2004
- [11] Eddy F W, McCarthy J J, Pavlis D E, et al. Systems Description[R]. Geodyn II Program, NASA, 1990
- [12] Tapley B D, Schutz B E, Born G H. Statistical Orbit Determination[M]. New York: Elsevier Academic Press, 2004
- [13] 刘林, 刘迎春. 地球同步卫星定轨中的两个问题[J]. *飞行器测控技术*, 1998, 17(4): 1-5
- [14] 刘林, 王海红, 胡松杰. 卫星定轨综述[J]. *飞行器测控学报*, 2005, 24(2): 28-34
- [15] 杜兰, 郑勇, 王宏, 等. 地球同步卫星精密测定轨技术的现状及发展[J]. *飞行器测控学报*, 2005, 24: 14-18
- [16] 欧吉坤. 测量平差中不适定问题解的统一表达式与选权拟合法[J]. *测绘学报*, 2004, 33(4): 283-288

第一作者简介: 欧吉坤, 教授, 博士生导师。现主要从事测量误差理论、GPS 快速精密定位以及卫星精密定轨的研究。
E-mail: ojk@asch. whigg. ac. cn

Precision Orbit Determination of a Geostationary Satellite GEO with Mirror Surface Projection Method

OU Jikun¹ LIU Jihua^{1,2} SUN Baoqi^{1,2} PENG Bibo¹

(1 Key Laboratory of Dynamical Geodesy, Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 340 Xudong Street, Wuhan 430077, China)

(2 Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, 19 Yuquan Road, Beijing 100049, China)

Abstract: A new approach named the mirror surface projection method is proposed, may be utilized to determinate the orbit of a GEO satellite precisely. It sets the orbital plane of the GEO satellite as the symmetry plane (or the mirror surface), the original observation stations

(下转第 997 页)

- International Hydrographic Review, 2002,3(2):12-26
- [2] Smith S. The Navigation Surface; a Multipurpose Bathymetric Database [D]. Durham, New Hampshire; University of New Hampshire, 2003
- [3] Barry C, Legeer S, Parker G, et al. US Office of Coast Survey's Re-Engineered Process for Application of Hydrographic Survey Data to NOAA Charts [C]. The 10th International User Group Conference and Educational Sessions, Nova Scotia, Canada, 2005
- [4] Forfinski N, Smith S, Nicholson J. BASE Surfaces to S-57: The Challenge of Automated Cartography [C]. Canadian Hydrographic Conference, Halifax, Canada, 2006

作者简介:翟京生,高级工程师,博士生导师。现主要从事电子海图与海洋地理信息技术研究。
E-mail:jjajuntao@sina.com

A More Streamlined Hydrographic Workflow from High-Density Surveys

ZHAI Jingsheng¹

(1 Naval Institute of Hydrographic Surveying and Charting, 40 Youyi Road, Tianjin 300061, China)

Abstract: The historical context of the H-Cell concept is examined, and the current workflow is used in China. A set of hydrographic procedures will be designed to replace the traditional hydrographic deliverable with the bathymetric H-Cell and the photogrammetric H-Cell. One such initiative is the H-Cell. The H-Cell is used to not only update the DNC in a timely manner, but also produce multiple products.

Key words: multi-beam; hydrography; photogrammetry; ENC database; navigation surface; H-Cell; workflow

About the author: ZHAI Jingsheng, senior engineer, Ph.D supervisor, majors in ENC and marine GIS.
E-mail: jjajuntao@sina.com

(上接第 979 页)

as the virtual observation stations by projection; the distances from the original stations to the GEO satellite are used to constitute the virtual observation values. The simulating computations indicate that the effect of the new method obviously excel that of the existing method in the precision of the orbit determination.

Key words: geostationary satellite; precision orbit determination; estimate of the trajectory parameters; mirror surface projection method(MPM)

About the first author: OU Jikun, professor, Ph.D supervisor, majors in the error theory in geodesy and surveying, GPS fast and precise positioning, and precision orbit determination of different type satellites.
E-mail: ojk@asch.whigg.ac.cn