

文章编号:1671-8860(2007)10-0902-04

文献标志码:A

# 一种加速精客单点定位收敛的新方法

郝 明<sup>1,2</sup> 欧吉坤<sup>1</sup> 郭建锋<sup>1,2</sup> 袁运斌<sup>1</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所,武汉市徐东大街340号,430077)

(2 中国科学院研究生院,北京市玉泉路甲19号,100039)

**摘要:**将自适应选权滤波应用到参数估计中,对于合理地选取未知参数及其方差-协方差阵的初值,提出了利用选权拟合的方法。算例结果表明,采用新方法单点定位可以在较短的时间内达到dm甚至cm级的精度。

**关键词:**精客单点定位;卡尔曼滤波;选权拟合法

**中图法分类号:**P228.41

传统的GPS单点定位是利用测码伪距观测值以及由广播星历所提供的卫星轨道参数和卫星钟改正数进行的<sup>[1]</sup>,由于存在各种误差的影响, GPS单点定位的精度受到限制<sup>[2]</sup>。美国JPL的Zumberge<sup>[3]</sup>等人提出利用精密星历和精密卫星钟差,以及双频载波相位观测值,采用非差模型进行精客单点定位(简称PPP),经较长时间可达到cm级的定位水平。国内外的众多学者<sup>[4-8]</sup>也对PPP方法进行了研究。利用PPP除能解算出测站的三维坐标外,还可同时解算出接收机钟差和对流层延迟改正信息等参数,可满足不同层次用户的需求<sup>[2]</sup>。如果初始状态参数及其方差-协方差选取不准,以及在卡尔曼滤波过程中某些状态参数的预报发生异常<sup>[9,10]</sup>,PPP一般需较多历元的观测数据才能达到dm甚至cm级精度<sup>[5,11]</sup>,而且收敛时间比较长。本文在对PPP算法的研究基础上,将选权拟合法<sup>[12]</sup>应用到初始状态参数及其方差-协方差选取上,并将自适应选权滤波<sup>[9]</sup>应用到卡尔曼滤波参数估计中。

## 1 精客单点定位数学模型

### 1.1 用于PPP中卡尔曼滤波的另一种表达形式

对于PPP中的未知参数估计,本文采用卡尔曼滤波的方法。卡尔曼滤波的模型为:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \phi_{k+1,k} \mathbf{X}_k + \mathbf{w}_{k+1}, \mathbf{w}_{k+1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{k+1}) \quad (1)$$

$$\mathbf{L}_{k+1} = \mathbf{A}_{k+1} \mathbf{X}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1}, \mathbf{v}_{k+1} \sim N(0, \mathbf{R}_{k+1}) \quad (2)$$

式中,  $\phi$  是状态转移矩阵;  $\mathbf{w}$  是动态噪声;  $\mathbf{A}$  是设计阵;  $\mathbf{v}$  是观测噪声;  $\mathbf{Q}_{k+1}$ 、 $\mathbf{R}_{k+1}$  分别为系统动态噪声和观测噪声的方差矩阵。若记  $\hat{\mathbf{X}} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1} - \hat{\mathbf{X}}_{k+1,k}$ ,  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_{k+1} - \mathbf{A}_{k+1} \hat{\mathbf{X}}_{k+1,k}$ , 这里  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1,k}$  是最优秀一步预报估计<sup>[12]</sup>, 记  $\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{R}_{k+1}^{-1}$ , 则滤波解可以表达成为:

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} + \mathbf{P}_{\bar{X}})^{-1} \mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{L} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{P}_{\bar{X}} = \Sigma_{k+1,k}^{-1}$ , 即预报误差方差阵的逆阵。

### 1.2 初始状态参数及其方差-协方差阵选取方法

卡尔曼滤波过程状态参数及其方差-协方差阵的初值选取,关系到滤波的成败,现有文献讨论较少。选权拟合法倡导对具体问题进行具体分析,如果对于部分状态参数有较可靠的先验信息,则对这部分参数附加适当的约束,可以改善解的结果<sup>[12]</sup>。因此,本文提出用选权拟合法确定状态参数及其方差-协方差阵的初值。通过分析PPP状态参数的特征,坐标分量及模糊度参数随时间的变化量很小,因此,可建立如下约束:

$$\begin{cases} \delta x_{i+1} - \delta x_i = 0 \\ \delta y_{i+1} - \delta y_i = 0 \\ \delta z_{i+1} - \delta z_i = 0 \\ \delta N_{i+1}^j - \delta N_i^j = 0 \end{cases} \Leftrightarrow G \delta \mathbf{X}_0 = 0 \quad (4)$$

收稿日期:2007-07-25。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(40474009,40674012);国家杰出青年科学基金资助项目(40625013);中国科学院海外杰出学者基金资助项目(2005-1-15)。

式中,  $i$  代表第  $i$  个历元;  $j$  代表第  $j$  颗卫星。因此, 若  $k$  个历元观测到  $n$  颗卫星, 则共有  $4k+nk$  个未知参数,  $2nk$  个观测方程,  $(3+n)(k-1)$  个约束方程。用  $k$  个历元的双频数据组成观测方程, 即

$$\mathbf{A} \delta \mathbf{X}_0 = \mathbf{L} + \mathbf{V} \quad (5)$$

式中,

$$\mathbf{A} = \text{blkdiag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_k) \quad (6)$$

$\mathbf{A}_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) 代表第  $i$  个历元观测方程线性化的设计阵;

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{X}_0 = & \{\delta x_1, \delta y_1, \delta z_1, \lambda \delta N_1^1, \dots, \lambda \delta N_1^n, c \delta dT_1, \\ & \delta x_k, \delta y_k, \delta z_k, \lambda \delta N_k^1, \dots, \lambda \delta N_k^n, c \delta dT_k\}^T \end{aligned} \quad (7)$$

$\mathbf{L}$  和  $\mathbf{V}$  分别为观测值和残差向量。联合式(7)和式(8)可得:

$$\delta \hat{\mathbf{X}}_0 = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \quad (8)$$

估值的误差方差阵为:

$$\boldsymbol{\Sigma}_0 = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \sigma_0^2 \quad (9)$$

对求出的参数  $\delta \hat{\mathbf{X}}_0$  及其方差-协方差阵  $\boldsymbol{\Sigma}_0$  取平均, 作为参数及其方差-协方差阵的初值, 然后再从第一个历元用 § 1.1 公式逐历元估计状态参数。

## 2 自适应选权滤波

在卡尔曼滤波过程中, 如果有些状态参数的方差比较大, 不对它们采取措施, 则滤波结果的可靠性和精度被削弱。针对这些不足, 文献[9]提出自适应选权滤波。该方法将参数按一定的指标分成正常参数和异常参数两类。正常参数指的是状态参数与实际信息吻合较好, 异常参数指的是状态参数与实际信息有较大差异。针对每个预报参数给定一自适应因子  $\omega_i$  ( $0 \leq \omega_i \leq 1$ ), 对全部的状态参数, 构成等价权因子阵  $\mathbf{W}$ :

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\omega_i), i = 1, \dots, n \quad (10)$$

将  $\mathbf{W}$  作用于状态参数的权阵两边, 可得到状态参数的等价权阵:

$$\bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}} = \mathbf{W} \mathbf{P}_{\bar{\mathbf{X}}} \mathbf{W} \quad (11)$$

利用这种方法可以对那些方差较大的状态参数降权, 减弱了状态参数的异常影响。

由 § 1.2 可知, 对部分参数附加约束后求出

的模糊度相对来说是比较可靠的, 因此对模糊度参数取  $\omega_{N_i} = 1$ 。相对而言, 接收机钟差是最不可靠的, 因此赋予接收机钟差参数  $\omega_{dk} = 0$ 。对于坐标分量, 采取以下步骤来构造自适应因子。

令  $\sigma = \sqrt{(\sigma_{\delta x}^2 + \sigma_{\delta y}^2 + \sigma_{\delta z}^2)/3}$ 。如果  $\sigma_i > k \cdot \sigma$  ( $\sigma_i = \sigma_{\delta x}, \sigma_{\delta y}, \sigma_{\delta z}$ ),  $k$  一般取  $1.5 \sim 2.5$ , 则  $\omega_i = \sigma/\sigma_i$ ; 否则,  $\omega_i = 1$ 。

最后给出自适应滤波解  $\bar{\mathbf{X}} = (\mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} + \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}})^{-1} \mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{L}$ ,  $\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \hat{\mathbf{X}}_{k+1,k} + \bar{\mathbf{X}}$ , 估值的误差方差阵为  $\boldsymbol{\Sigma}_{\bar{\mathbf{X}}_{k+1}} = (\mathbf{A}_{k+1}^T \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{A}_{k+1} + \bar{\mathbf{P}}_{\bar{\mathbf{X}}})^{-1}$ 。

## 3 算 例

算例 1 应用 2005 年 3 月 3 日拉萨 IGS 站从 8 h 0 min 0.0 s 至 9 h 0 min 30.0 s 的数据进行实验, 采样间隔 30 s, 高度截止角 15°, 观测到 6 颗卫星。精密星历和卫星钟差使用 IGS 的 15 min 间隔的数据, 分别采用 9 阶和 5 阶拉格朗日内插得到<sup>[5]</sup>。以 IGS 提供的当天坐标作为拉萨站的“真值”。

取前 5 个历元的数据, 采用上述方法计算状态参数的初值及方差-协方差阵的初值, 计算结果如图 1 所示。图 1 表示计算的初值与真值在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  方向之差。从图中可以看出, 采用选权拟合法计算的初值,  $X$ 、 $Z$  方向比较好, 分别优于 0.5 m 和 1.5 m,  $Y$  方向相对差些但优于 3 m。表 1 列出了状态参数各自的方差, 其中  $Y$  的方差明显大于  $X$  和  $Z$  的, 因此, 需对  $Y$  进行降权。

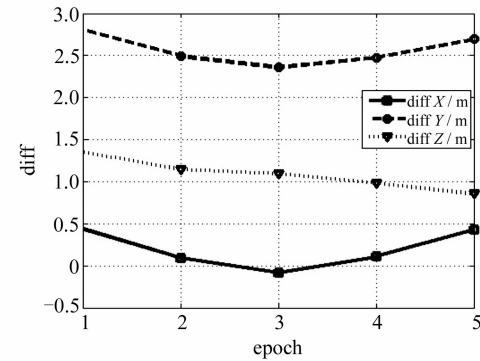


图 1 选权拟合法计算的坐标与真值之差  
Fig. 1 Differences Between Coordinates Computed by Selecting Weight Fitting and True Values

表 1 初始状态参数的方差/ $\text{m}^2$

Tab. 1 Variances of Initial Parameters

	$\delta x$	$\delta y$	$\delta z$	$\lambda \delta N_1$	$\lambda \delta N_2$	$\lambda \delta N_3$	$\lambda \delta N_4$	$\lambda \delta N_5$	$\lambda \delta N_6$	$c \delta dT$
$\sigma_i^2$	0.131 3	1.831 2	0.411 6	0.163 5	0.126 1	0.113 0	0.118 5	0.112 2	0.158 6	0.921 6

图2表示未使用和使用自适应选权滤波得到的三维坐标与真值之差,其中虚线表示未使用自适应选权滤波的结果,实线表示使用自适应选权滤波的结果。表2列出了采用自适应选权滤波前后坐标分量的RMS。从图2和表2可看到,自适应选权滤波的结果有明显改进,在50个历元之后X方向就达到cm级水平,Y方向则在60个历元达到cm级水平,而Z方向在40个历元之后就保持在几个cm的水平。图3反映出模糊度变化趋势很小,从而证明了模糊度的自适应因子取为1是比较合理的。

表2 采用与不采用自适应选权滤波得到的三维坐标 RMS 的比较

Tab. 2 Comparison of RMS Obtained by the New Method and that by Previous Method

		X/m	Y/m	Z/m
改进前	1-40 历元	0.216	0.518	0.132
改进后	1-40 历元	0.139	0.486	0.112
改进前	41-120 历元	0.168	0.165	0.194
改进后	41-120 历元	0.027	0.086	0.041

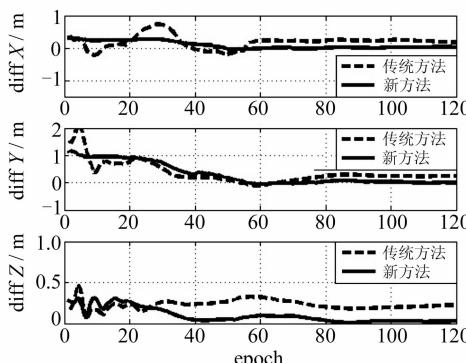


图2 采用和不采用自适应选权滤波得到的坐标与真值之差

Fig. 2 Differences of Computed Coordinates

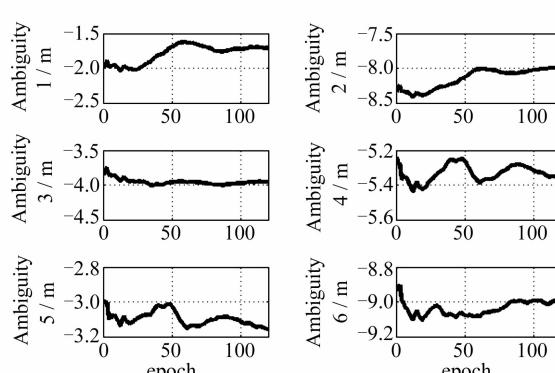


图3 采用自适应选权滤波计算的实数模糊度( $\lambda N$ )的变化范围

Fig. 3 Variety of Ambiguities Obtained by Adaptive Filtering and Selection of Parameter Weights

算例2 应用2005年3月3日美国IGS站FAIR从18 h40 min0.0 s至19 h40 min30.0 s的数据,采样间隔30 s,高度截止角15°,观测到5颗卫星。以IGS提供的当天坐标作为“真值”。

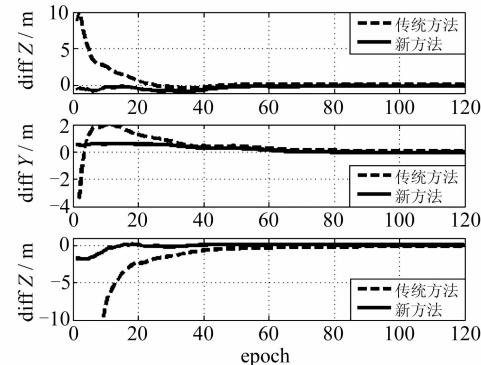


图4 采用和不采用自适应选权滤波得到的坐标与真值之差

Fig. 4 Differences of Computed Coordinates

从图4中可看出,开始的几个历元内,使用自适应选权滤波得到的坐标波动范围很小,计算结果与真值之差在50个历元左右就达到1个dm,60个历元就达到cm水平。用以前的方法得到的Z方向在前10个历元超出-10 m,图中未画出。各坐标分量的RMS如表3所示。

表3 采用与不采用自适应选权滤波得到的三维坐标 RMS 的比较

Tab. 3 Comparison of RMS Obtained by the New Method with that by Previous Method

		X/m	Y/m	Z/m
改进前	1-40 历元	1.734	0.834	19.291
改进后	1-40 历元	0.319	0.300	0.436
改进前	41-120 历元	0.124	0.168	0.208
改进后	41-120 历元	0.085	0.074	0.068

## 4 结束语

1) 研究结果表明,采用上述方法之后,在较少的历元情况下定位结果迅速趋于稳定。稳定后的精度达到dm甚至cm级水平,本文的结果明显优于一般PPP算法的结果。

2) 本文是将对流层延迟采用模型改正的,如果将其作为一个状态参数,采用随机游走的方法进行估计,那么定位结果可能还会有所改进。

另外,相对于静态定位,动态定位的观测模型及随机模型更复杂,而动态的精密单点定位技术也更具有应用价值(例如低轨卫星的定轨),因此,将这种新方法应用于动态精密单点定位技术将是以后研究的主要内容。

## 参 考 文 献

- [1] 李征航,吴秀娟.全球定位系统(GPS)技术的最新进展·第四讲 精密单点定位(上)[J].测绘信息与工程,2002,27(5):34-37
- [2] 韩保民,欧吉坤.基于GPS非差观测值进行精密单点定位研究[J].武汉大学学报·信息科学版,2003,28(4):409-412
- [3] Zumberge J, Heflin. Precise Point Positioning for the Efficient and Robust Analysis of GPS Data from Large Networks [J]. J Geophys Res, 1997, 102: 5 005-5 017
- [4] Kouba J, Héroux P. Precise Point Positioning Using IGS Orbit and Clock Products [J]. GPS Solutions, 2001, 5(2):12-28
- [5] Satirapod C, Homniam P. GPS Precise Point Positioning Software for Ground Control Point Establishment in Remote Sensing [J]. Journal of Surveying Engineering, 2006, 132(1):11-14
- [6] Gao Yang, Shen Xiaobing. Improving Ambiguity Convergence in Carrier-based Precise Point Positioning [C]. ION GPS 2001, Salt Lake City, Utah, USA, 2001
- [7] 张小红,鄂栋臣.用PPP技术确定南极Amery冰架的三维运动速度[J].武汉大学学报·信息科学版,2005,30(10):909-912
- [8] 叶世榕. GPS非差相位精密单点定位理论与实现[D].武汉:武汉大学,2002
- [9] 欧吉坤,柴艳菊,袁运斌.自适应选权滤波[C].大地测量与地球动力学进展会议,武汉,2004
- [10] 杨元喜. Kalman滤波异常误差检测[J].测绘科学与工程,2005,25(4):1-4
- [11] Abdel-Salam M. Precise Point Positioning Using Un-Differenced Code and Carrier Phase Observation [D]. Calgary: Univ. Calgary, 2005
- [12] 欧吉坤.测量平差中不适定问题解的统一表达与选权拟合法[J].测绘学报,2004,33(4):283-288
- [13] 任超,欧吉坤,袁运斌.自适应滤波在GPS高精度动态定位中的应用[J].自然科学进展,2005,15(7):876-881
- [14] 周忠漠,易杰军. GPS卫星测量原理与应用[M].北京:测绘出版社,2004

**第一作者简介:**郝明,硕士生。主要从事GPS精密单点定位理论等方面的研究。

E-mail: ha\_mg@163.com

## A New Method for Improvement of Convergence in Precise Point Positioning

HAO Ming<sup>1,2</sup> OU Jikun<sup>1</sup> GUO Jianfeng<sup>1,2</sup> YUAN Yunbin<sup>1</sup>

(1) Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 340 Xudong Street, Wuhan 430077, China)

(2) Graduate School of Chinese Academy of Sciences, A 19 Yuquan Road, Beijing 100049, China)

**Abstract:** The current mathematical model and parameter estimation method in precise point positioning (PPP) are introduced, then the adaptive filtering by selection of the parameter weights in the parameter estimation is applied. The selecting weight fitting method is employed to determine the initial parameters and the corresponding variance-covariance components. Two numerical experiments demonstrate that the position precision can achieve decimeter to centimeter in a short time, and that the feasibility and validity of the new method can be ensured.

**Key words:** precise point positioning; Kalman filtering; selecting weight fitting

**About the first author:** HAO Ming, postgraduate, majors in the theory of GPS precise point positioning technology.

E-mail: ha\_mg@163.com