

文章编号:1671-8860(2007)05-0394-04

文献标志码:A

# 基于LCD平面格网和有限元内插模型的相机标定

詹总谦<sup>1</sup> 张祖勋<sup>1</sup> 张剑清<sup>1</sup>

(1 武汉大学遥感信息工程学院,武汉市珞喻路129号,430079)

**摘要:**提出了一种全自动、基于纯平液晶显示器(LCD)平面格网、非参数畸变差和有限元内插模型的相机标定方法。由于相机内参数自身,以及内参数与绕LCD屏幕垂轴旋转的旋转角之间严重相关,特别引入了另外两类条件方程,使得参数之间的相关性得到削弱。实验证明了该方法的可行性,并且其精度高于一般的基于参数畸变差的标定方法。

**关键词:**LCD平面格网;有限元内插;非参数畸变差;相机标定

**中图法分类号:**P231.5; TP391

相机标定方法主要包括传统标定方法<sup>[1,2]</sup>、自标定方法<sup>[3]</sup>以及基于灭点的标定方法<sup>[4]</sup>。由于传统方法对参考对象的自身精度要求较高,其相应的标定精度也较高,其中以 Tsai<sup>[5]</sup> 和 Zhang<sup>[6]</sup> 提出的两种方法最为经典。相机标定根据畸变差模型的不同,又可分为参数畸变差标定模型和非参数畸变差标定模型。目前的研究主要集中在前者,例如 Qiu<sup>[7]</sup> 和 Stevenson<sup>[8]</sup> 提出的方法。本文提出的标定方法属于传统标定方法和非参数畸变差标定模型方法。它以常见的纯平液晶显示器(LCD)和精确的格网圆点绘制程序代替一般的高精度平面装置。标定时,将 CCD 传感器阵列分成若干大小一致的有限元格网单元,并且假设每个格网角点都具备两个不同的畸变差,而图像中每个像点的畸变差则由格网角点畸变差通过有限元法内插得到。与此类似的方法曾由 Munji<sup>[9,10]</sup> 和 Hastedt<sup>[11]</sup> 提出,前者使用的数学模型不涉及任何畸变差参数,而是认为每个像点都具备一个不同的主距;后者则属于包含参数和非参数畸变差的混合畸变差模型。它们的共同点是都采用人造三维控制场,因此不方便标定,也不能随意生成足够密集的控制点,从而影响有限元内插格网的精细划分。

## 1 DEM 有限元内插模型

基于有限元的 DEM 内插模型已经被应用于

各种软件包<sup>[12]</sup>。

如图 1 所示, A 是一个已知参考点, 其高程为  $Z_A$ ;  $Z_{i,j}$  代表需要计算的 DEM 格网点  $(i,j)$  的高程值, 那么描述它们关系的误差方程可以表示为:

$$v_A = (1 - dx_A)(1 - dy_A)Z_{i,j} + dx_A(1 - dy_A)Z_{i,j+1} + (1 - dx_A)dy_AZ_{i+1,j} + dx_Ady_AZ_{i+1,j+1} - Z_A \quad (1)$$

式中,  $dx_A = (x_A - x_j)/L$ ,  $0 \leq dx_A < 1$ ;  $dy_A = (y_A - y_i)/L$ ,  $0 \leq dy_A < 1$ ;  $L = (x_{j+1} - x_j) = (y_{j+1} - y_i)$ ;  $x$  和  $y$  是地面点的平面坐标。

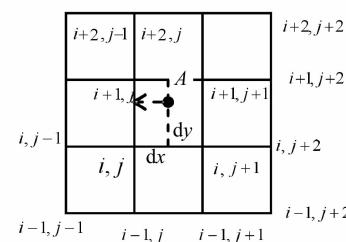


图 1 DEM 有限元区域

Fig. 1 Finite Area Elements of DEM

假设有限元格网角点的个数为  $m$  行  $n$  列, 则地形光滑和连续性可以描述为:

$$\begin{aligned} v_{i,j}^x &= (Z_{i,j+1} - Z_{i,j}) - (Z_{i,j} - Z_{i,j-1}) = \\ &\quad Z_{i,j+1} - 2Z_{i,j} - Z_{i,j-1} = 0, \\ &\quad (i = 1, \dots, m; j = 2, \dots, n-1) \\ v_{i,j}^y &= (Z_{i+1,j} - Z_{i,j}) - (Z_{i,j} - Z_{i-1,j}) = \\ &\quad Z_{i+1,j} - 2Z_{i,j} - Z_{i-1,j} = 0, \end{aligned}$$

$$(i = 2, \dots, m-1; j = 1, \dots, n) \quad (2)$$

假设  $P_k$  是每个已知参考点  $k$  的特殊权值, 则有限元内插模型平差原理可以描述为:

$$\sum_{k=1}^n v_k^2 P_k + \sum_{i=1}^m \sum_{j=2}^{n-1} (v_{i,j}^x)^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=2}^{m-1} (v_{i,j}^y)^2 = \min \quad (3)$$

## 2 有限元相机标定原理

有限元相机标定原理可以描述如下: 首先将 CCD 传感器划分成大小适当的格网区域单元, 而每个格网角点具有两个不同的畸变差  $\Delta x_{i,j}$  和  $\Delta y_{i,j}$ ; 然后, 在进行光束法平差时, 将所有像点的畸变差均表示成对应格网 4 个角点的畸变差的简单函数, 进而通过整体平差得到相机内参数以及相片外方位元素。显然, 对于格网点个数为  $m \times n$  的有限元区域来说, 对应畸变差的未知参数个数为  $2 \times m \times n$ 。简单地, 相机的其他内参数仅考虑主距  $f$  和像主点坐标  $(x_0, y_0)$ 。除此之外, 平差中的未知数还涉及每张像片的 6 个外方位元素以及非控制点对应的空间坐标改正数等。

根据摄影测量知识, 像点、畸变差和空间点的关系可以描述成以下共线方程<sup>[2]</sup>:

$$\begin{aligned} x - x_0 - \Delta x &= -f \frac{\bar{X}}{\bar{Z}} \\ y - y_0 - \Delta y &= -f \frac{\bar{Y}}{\bar{Z}} \end{aligned} \quad (4)$$

由于式(4)是非线性系统, 因此必须利用泰勒展开式进行线性化处理, 进而通过光束法平差进行优化计算<sup>[2]</sup>。由于参加平差的像点不落在有限元格网角点上, 因此可以采用一次样条函数和 4 个格网角点畸变差内插出它的畸变差数值, 具体表示为:

$$\begin{aligned} \Delta x &= (1 - dx)(1 - dy)\Delta x_{i,j} + dx(1 - dy) \\ &\quad \Delta x_{i,j+1} + (1 - dx)dy\Delta x_{i+1,j} + dxdy\Delta x_{i+1,j+1} \\ \Delta y &= (1 - dx)(1 - dy)\Delta y_{i,j} + dx(1 - dy) \\ &\quad \Delta y_{i,j+1} + (1 - dx)dy\Delta y_{i+1,j} + dxdy\Delta y_{i+1,j+1} \end{aligned} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4), 并且随式(4)一起线性化, 从而得到有限元标定模型的第一类误差方程式。为了保证畸变差的连续性, 同 DEM 有限元内插一样, 必须引入光滑和连续性约束条件, 构成有限元标定模型的第二类误差方程式。其中,  $x$  方向的二阶差分用于描述畸变差分量  $\Delta x$  的连续性, 而  $y$  方向的二阶差分用于描述畸变差分量  $\Delta y$

的连续性:

$$\begin{aligned} v_{i,j}^x &= \Delta x_{i,j-1} - 2 \cdot \Delta x_{i,j} + \Delta x_{i,j+1} = 0 \\ v_{i,j}^y &= \Delta y_{i-1,j} - 2 \cdot \Delta y_{i,j} + \Delta y_{i+1,j} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

利用上述模型进行标定的实验表明, 参数  $x_0, y_0, f, \Delta x_{i,j}, \Delta y_{i,j}$  和外方位元素角元素  $\kappa$  (绕 LCD 屏幕垂轴旋转的旋转角) 之间严重相关。这种相关性主要表现在: ① 像主点偏移, 这种偏移被畸变吸收, 最终导致畸变差为零的点严重偏离图像中心; ② 主距变长或者变短, 这种误差最终导致畸变差出现一致性收缩或者伸展的系统误差; ③ 角元素  $\kappa$  出现严重的旋转误差, 这种误差造成畸变差呈螺旋状, 最终导致参考点点位误差也呈螺旋状(图 2)。为此可以引入另外两类条件方程, 构成有限元标定模型的第三、四类误差方程。

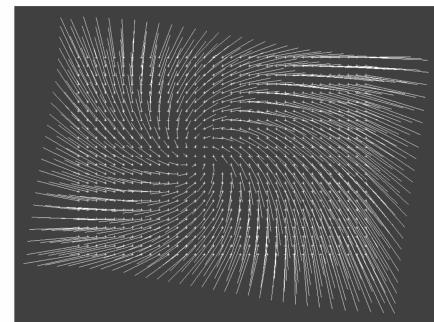


图 2 参数严重相关引起的螺旋状现象  
Fig. 2 Turbinate Phenomenon Caused by Serious Correlativity

第三类误差方程是将主距和像主点坐标当作带权观测值处理<sup>[13]</sup>, 权值分别为  $P_{x_0}, P_{y_0}$  和  $P_f$ :

$$\begin{aligned} v_{x_0} + x_0 &= \hat{x}_0 \\ v_{y_0} + y_0 &= \hat{y}_0 \\ v_f + f_0 &= \hat{f} \end{aligned} \quad (7)$$

第四类误差方程由参数畸变差标定模型派生而来。由参数畸变差标定模型可知, 若一个像点的  $x$  坐标接近于像主点坐标分量  $x_0$  时, 其对应的畸变差分量  $\Delta x$  就会趋近于 0; 同理, 当  $y$  坐标趋近于  $y_0$  时,  $\Delta y$  也趋近于 0。因此第四类误差方程为:

$$\begin{aligned} \Delta x_{x_0} &= (1 - dx_{x_0})(1 - dy_p)\Delta x_{i,j} + dx_{x_0}(1 - dy_p)\Delta x_{i,j+1} + (1 - dx_{x_0})dy_p\Delta x_{i+1,j} + \\ &\quad dx_{x_0}dy_p\Delta x_{i+1,j+1} = 0 \\ \Delta y_{y_0} &= (1 - dx_q)(1 - dy_{y_0})\Delta y_{i,j} + dx_q(1 - dy_{y_0})\Delta y_{i,j+1} + (1 - dx_q)dy_{y_0}\Delta y_{i+1,j} + \\ &\quad dx_qdy_{y_0}\Delta y_{i+1,j+1} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

由于满足上述条件的点有无穷多个, 实际上,

只需从每个有限元格网中抽取出一个点参加平差。

### 3 标定

日本的 Noma 指出,可以利用 LCD 进行标定,但并未进行实验研究<sup>[14]</sup>。本文实验完全基于 LCD,通过 VC 编程绘制黑色圆形标记点,圆半径为 1 mm,相邻圆心间距为 10 mm,共  $23 \times 33$  个圆。为了实现自动提取,格网中心绘制 3 个不同颜色的关键圆,确定整个坐标系。

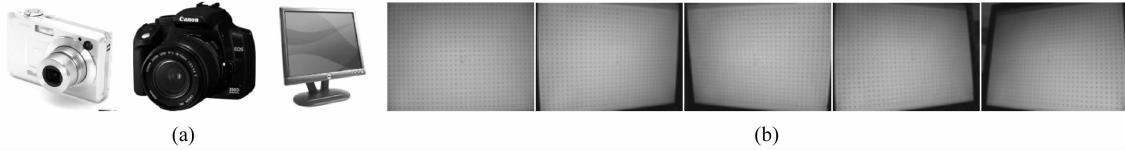


图 3 标定装置和像片

Fig. 3 Equipments and Five Photos for Calibration

### 4 实验结果和分析

为了说明有限元相机标定模型的有效性,将实验结果与用同样数据进行参数畸变差模型标定的结果进行比较,后者包含  $k_1, k_2, p_1, p_2$  四个畸变差参数。

图 4(a) 显示了使用 CASIO 相机并采用有限元标定模型得到相机畸变差模型,不再存在螺旋状现象;图 4(b) 显示了 LCD 格网圆点的空间点位误差分布;图 4(c) 显示了标定之后 LCD 格网圆点在影像上的投影残差,不存在螺旋状现象和其他系统误差。结果说明文中提

标定设备包括 CASIO EX-Z750(720 万像素)和 CANON 350D(820 万像素)两款数码相机,以及 DELL 公司的 E173FP 的 17 in LCD,如图 3(a)所示。

像片的具体拍摄方法类似于 Noma 提出的方法,共拍摄 5 张像片(图 3(b)),即分别从 LCD 的 4 个角点和中心点的前上方向 LCD 中心拍摄,LCD 尽量占满像幅。

具体的标定流程为:像片拍摄→圆点自动提取→利用二维 DLT 计算像机和像片参数初始值<sup>[15]</sup>→有限元相机标定。

得出的标定模型是非常有效的,其耗时见表 1。

表 1 是对应的标定精度,其中 PM1 和 PM2 分别代表使用 CASIO 和 CANON 相机并利用一般的参数畸变差标定模型得到的结果;FE1 和 FE2 分别代表使用 CASIO 和 CANON 相机并利用有限元标定模型得到的结果。为了更能说明精度,从平面格网点中均匀取出部分点作为检查点,用于检查标定的精度。表中,  $m$  代表检查点点位误差的均方根;  $D$  代表 LCD 到每张像片的平均深度。由光束法平差结果可知,两组数据分别为 375 mm 和 340 mm 左右;  $t$  为平差耗时(s)。从结果中看出,基于有限元标定模型的结果要好于参数畸变差标定模型的结果。

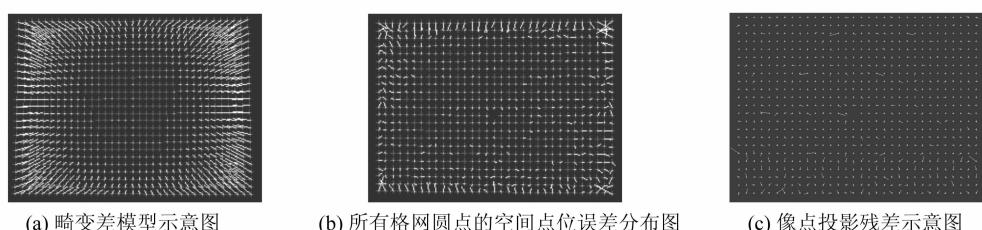


图 4 利用 CASIO 相机和有限元标定模型进行标定的部分结果

Fig. 4 Results of New Proposed Approach with CASIO

表 1 基于参数畸变差模型和有限元模型的两款相机标定精度比较/mm

Tab. 1 Accuracy Comparison Between Parametric Distortion Model and Finite Elements Model with Cameras of CASIO EX-Z750 and CANON 350D

	$m_x$	$m_y$	$m_z$	$m_{XYZ}$	$m_x/D$	$m_y/D$	$m_z/D$	$t/s$
PM1	0.015 2	0.014 2	0.047 2	0.051 5	1/246 71	1/264 08	1/794 5	0.375
FE1	0.014 3	0.014 1	0.042 7	0.047 2	1/262 24	1/265 96	1/878 2	52
PM2	0.016 9	0.013 7	0.038 6	0.044 3	1/201 18	1/248 18	1/880 8	0.48
FE2	0.013 2	0.008 9	0.035 0	0.038 5	1/257 58	1/382 02	1/971 4	59

由于该方法属于一种非参数畸变差标定模型,因此它同样可以适用于各种不同类型的相机,尤其是广角或者“鱼眼”镜头相机等<sup>[8]</sup>,这将需进一步进行大量测试。

## 参 考 文 献

- [1] Sonka M, Hlavac V, Boyle R. Image Processing, Analysis, and Machine Vision (2nd ed)[M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2003
- [2] Wang Zhizhuo. Principles of Photogrammetry (with Remove Sensing)[M]. Wuhan: Press of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping, 1990
- [3] 孟晓桥,胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. 自动化学报,2003,29(1):110-124
- [4] 谢文寒. 基于多像灭点进行相机标定的方法研究[D]. 武汉:武汉大学, 2005
- [5] Tsai R Y. A Versatile Camera Calibration Technique for High Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf TV Cameras and Lenses [J]. IEEE J Robotics and Automation, 1987,3(4): 323-344
- [6] Zhang Z. A Flexible New Technique for Camera Calibration[J]. IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1 330-1 334
- [7] Qiu Maolin, Ma Songde. The Nonparametric Approach for Camera Calibration[C]. IEEE ECCV, Cambridge, MA, 1995
- [8] Stevenson D E, Fleck M M. Applications of Computer Vision[C]. WACV '96, Sarasota, 1996
- [9] Munji R A H. Self-calibration Using the Finite Element Approach[J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 1986, 52(3): 411-418
- [10] Munji R A H. Calibration of Non-metric Cameras Using the Finite Element Method[J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 1986, 52(8): 1 201-1 205
- [11] Hastedt H, Luhmann T, Tecklenburg W. Image-invariant Interior Orientation and Sensor Modelling of High-Quality Digital Cameras[C]. ISPRS Congress C V, Corfu, 2002
- [12] Ebner H, Hoffmann-Wellenhof B, Reiß P, et al. HIFI: a Minicomputer Program Package for Height Interpolation by Finite Elements[J]. IntArchPhRS, 1980(23): 202-215
- [13] 李德仁,袁修孝. 误差处理与可靠性理论[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2002
- [14] Noma T, Otani H, Ito T, et al. New System of Digital Camera Calibration, DC-1000 [C]. ISPRS Symposium, Corfu, 2002
- [15] 张永军,张祖勋,张剑清. 利用二维DLT及光束法平差进行数字摄像机标定[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2002,27(6): 576-571

**第一作者简介:**詹总谦,博士生,主要研究方向为摄影测量与计算机视觉。

E-mail: zzq09@263.net

## Camera Calibration Based on LCD Planar Grid and Interpolation by Finite Elements

ZHAN Zongqian<sup>1</sup> ZHANG Zuxun<sup>1</sup> ZHANG Jianqian<sup>1</sup>

(1 School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** A new camera calibration method is presented based on completely flat liquid crystal display (LCD) and the interpolation model of digital elevation model (DEM) by finite elements, which belongs to non-parametric distortion calibration model. Firstly, the proposed calibration method is presented detailedly. And then, two other kinds of conditional equations are imported after correlativity analysis. A simple and automatic calibration algorithm is designed. Good results and comparisons with the method of normal parametric distortion model show that its accuracy is better than that of the latter.

**Key words:** planar grid; interpolation by finite elements; non-parametric distortion; camera calibration