

一种基于 Bancroft 算法的 GPS 动态抗差自适应滤波

张双成¹ 杨元喜² 张 勤³ 高为广⁴

- (1 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 西安测绘研究所,西安市雁塔路中段 1 号,710054)
(3 长安大学地测学院,西安市雁塔路 126 号,710054)
(4 信息工程大学测绘学院,郑州市陇海中路 66 号,450052)

摘 要:基于抗差自适应滤波的思想,结合非线性 Bancroft 算法的特点,提出了一种基于 Bancroft 算法的 GPS 动态抗差自适应滤波。计算表明,该算法不仅在一定程度上减弱了由于线性化忽略高次项对导航解的影响,而且再次证实抗差自适应滤波在控制扰动异常的有效性和合理性。

关键词:GPS 动态导航;Bancroft 算法;非线性最小二乘;自适应滤波

中图法分类号:P228.41

Kalman 滤波器的最优估计是在线性无偏最小方差估计准则下推得的一种递推滤波方法^[1],但在 GPS 动态导航数据处理过程中,伪距观测值与状态参数的函数关系是呈非线性的,因此,GPS 动态导航常采用扩展 Kalman 滤波器(EKF)^[2]。事实上,扩展 Kalman 滤波器并不是真正的 Kalman 滤波,它存在发散倾向,且估计量有偏。为此,一些学者提出采用基于泰勒级数展开至二阶的非线性 Kalman 滤波,但统计验证及实际计算表明,二阶非线性 Kalman 滤波不仅没有改善估计量的偏差,而且有时会得到偏差更大的状态估计值^[3,4]。针对这些问题,文献[4]提出一种基于 Bancroft 算法的两步 GPS 滤波法,文献[5]提出一种整体状态信息自适应滤波理论,文献[6]又将自适应因子分为单个分量的自适应因子。本文在分析两步 GPS 滤波法的基础上,结合抗差自适应滤波算法^[5],提出了一种基于 Bancroft 算法的 GPS 动态抗差自适应滤波。

1 Bancroft 算法及其两步 GPS 动态滤波

Bancroft 算法主要是依据 R^4 维空间下的一

种 Lorentz 内积。从文献[4]可以看出,实际上它是根据 Lorentz 内积准则求得的 Lorentz 范数全局非线性最小二乘解,但它不同于通常的迭代最小二乘解。Bancroft 算法是通过解二次方程获得全局的非线性最小二乘解,而迭代最小二乘法由于受参数近似值的明显影响,有时解的误差很大。Bancroft 算法是一种直接求解非线性伪距观测方程的方法,计算简单、高效,解的几何特性接近 GPS 伪距观测方程的几何特性,且是一个全局的非线性最小二乘解,具有较迭代最小二乘解明显的优点^[4]。

为了解决 GPS 动态导航数据处理的非线性问题,文献[4]根据 Bancroft 球形非线性最小二乘思想,提出一种 GPS 动态伪距定位非线性代数解的 Kalman 滤波器。该方法采用一种空间和时间相分离的两步 GPS 滤波法,即首先采用 Bancroft 算法直接解出当前历元用户的空间位置,然后按时间序列采用滤波方法(如 Kalman 滤波)对 GPS 位置解进行平滑改正。在两步 GPS 滤波过程中,把第一阶段的 Bancroft 非线性解作为第二阶段滤波的观测值,由于滤波的状态方程和观测方程均为线性,因此可以采用标准的 Kalman 滤波器。

设由 Bancroft 算法求得的用户位置向量为 $\hat{\mathbf{X}}_b = [x_b \ y_b \ z_b]^T$,将 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 作为当前历元的伪观

测值 L_k , 则可得 Kalman 滤波的状态方程和观测方程为^[1]:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F}_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_k \tag{1}$$

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{e}_k \tag{2}$$

式中, \mathbf{X}_k 为 t_k 时刻的状态向量; $\mathbf{F}_{k,k-1}$ 为状态转移矩阵; \mathbf{w}_k 为动力模型噪声向量; \mathbf{L}_k 为由 Bancroft 方法求得的定位参数 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 的伪观测向量, 即方差-协方差矩阵^[4]; \mathbf{A}_k 为设计矩阵; \mathbf{e}_k 为观测误差向量。

根据上述建立的 Kalman 滤波模型, 借助动态系统的状态转移矩阵, 利用前一历元的状态估值和当前历元的观测值, 即可递推解算出当前历元的状态估值; 但当动态载体出现异常且观测值中含有粗差时, 该算法却显得无能为力。为此, 本文利用 Bancroft 算法求得的状态参数向量作为伪观测向量, 再进行抗差自适应 Kalman 滤波, 进而控制扰动异常对两步 GPS 滤波解的影响。

2 基于 Bancroft 算法的抗差自适应滤波

动态导航与定位的质量取决于对动态载体扰动和观测异常扰动的认识和控制。处理异常扰动的有效手段之一是文献[5, 6]提出的抗差自适应滤波器, 即在观测历元单步抗差解的基础上, 利用自适应因子整体控制状态噪声的协方差矩阵。为了有效抵制异常扰动对导航解的影响, 若作一些假设, 同样可将抗差自适应算法应用于两步 GPS 动态滤波。

为了减弱观测异常的影响, 可利用抗差估计理论来获得基于 Bancroft 算法的非线性抗差解 $\hat{\mathbf{X}}_b$ ^[4]。尽管由非线性抗差解 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 组成的观测方程只有 3 个, 但由于非线性抗差解 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 通过差分解算已具有一定的精度, 因此, 可将 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 直接作为观测历元的单步抗差解, 用于控制观测异常扰动。解出 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 后^[7], 即可计算自适应因子。根据 Kalman 滤波的状态方程和观测方程^[1], 若状态预测值 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 与 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 相差较大, 可将 $\mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k}$ 变换成 $\mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k}/\alpha_k$ (自适应因子 $\alpha_k < 1$), 即

$$\bar{\mathbf{S}}_{\bar{\mathbf{X}}_k} = \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k}/\alpha_k \tag{3}$$

式中, α_k 可取为^[5, 6]:

$$\alpha_k = \begin{cases} 1, & |\Delta\tilde{\mathbf{X}}_k| \leq c_0 \\ c_0/|\Delta\tilde{\mathbf{X}}_k|, & |\Delta\tilde{\mathbf{X}}_k| > c_0 \end{cases} \tag{4}$$

这里, 常数 c_0 可取经验值 2.0; $\Delta\tilde{\mathbf{X}}_k$ 取为^[6, 8]:

$$\Delta\tilde{\mathbf{X}}_k = \|\hat{\mathbf{X}}_b - \bar{\mathbf{X}}_k\|/\sqrt{\text{tr}(\mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k})} \tag{5}$$

上述基于 Bancroft 算法的抗差自适应滤波

解为^[7, 8]:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \bar{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k \bar{\mathbf{X}}_k) \tag{6}$$

其中, 增益矩阵 \mathbf{K}_k 为:

$$\mathbf{K}_k = \frac{1}{\alpha_k} \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T \left(\frac{1}{\alpha} \mathbf{A}_k \mathbf{S}_{\bar{\mathbf{X}}_k} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{S}_k \right)^{-1} \tag{7}$$

式中, \mathbf{S}_k 为观测向量 \mathbf{L}_k 的协方差矩阵。

3 算例比较与分析

本文算例采用 1999 年 9 月 1 日采集的机载动态 GPS 观测数据, 其有两台 Trimble 4000 SSI 型接收机, 一台固定于参考站, 另一台安置于飞机上。在解算中, 利用高精度的载波相位双差解作为参考值, 用双差 C/A 码进行各种滤波解算, 并将其结果与参考值作差进行比较。滤波模型采用常速度模型, 位置、速度和 C/A 码的初始方差分别取为 0.2 m^2 、 $9.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ 和 1 m^2 , 而速度的谱密度取为 $0.01 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$, 状态模型的方差-协方差阵直接采用文献[6]中的模型。动态数据处理采用如下 3 个方案进行比较与分析: 扩展 Kalman 滤波(图 2)、两步 GPS 滤波(图 3)和基于 Bancroft 算法的抗差自适应滤波(图 4)。图 2~图 4 中, 横轴为观测历元, 纵轴为误差量级(滤波输出与参考值之差), 图中仅绘出了 X 分量的坐标差, Y 和 Z 方向的坐标差与 X 分量相类似。各输出量的统计结果见表 1。

表 1 各种滤波输出的误差统计结果/m

Tab. 1 Error Statistics and Standard Deviation of Filtering

	误差均值	均方误差
扩展 Kalman 滤波	2.903	2.198
两步 GPS 滤波	2.323	1.746
抗差自适应滤波	1.536	1.209

结合滤波图, 分析上述计算结果可以看出: ① 飞机在飞行过程中的多处“扰动”对扩展 Kalman 滤波和两步 GPS 滤波都有明显的影响, 见图 2、图 3 和表 1。② 由图 3、表 1 可以看出, 两步 GPS 滤波较扩展 Kalman 滤波在一定程度上对导航解的精度有所提高, 原因在于两步 GPS 滤波法基于非线性 Bancroft 算法解算状态估值, 从而避免了线性化而忽略高次项所带来的舍入误差。③ 图 4、表 1 表明, 基于 Bancroft 算法的抗差自适应滤波解的精度较扩展 Kalman 滤波和两步 GPS 滤波在一定程度上有明显的提高, 表明该算法不但能够有效地控制非线性模型线性化带来的影响, 而且能抑制动态载体扰动异常和观测扰动异常的影响, 从整体上提高了导航解的精度和可靠

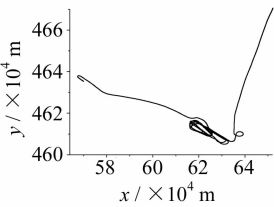


图 1 飞机运动
平面图
Fig.1 Airplane
Track

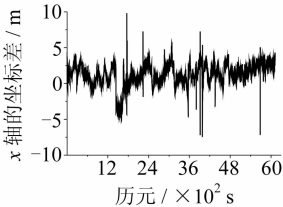


图 2 扩展 Kalman
滤波残差图
Fig.2 Errors of
Extended Kalman

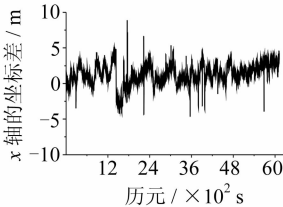


图 3 两步 GPS 滤
波法残差图
Fig.3 Errors of
Two-Stage Filtering

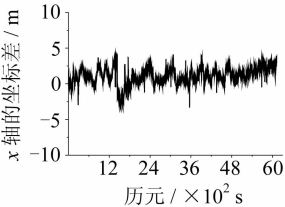


图 4 抗差自
适应滤波
Fig.4 Errors of Adaptive
Robust Filtering

性。也说明在计算自适应因子 α_k 时,直接取非线性 Bancroft 算法的抗差解 $\hat{\mathbf{X}}_b$ 作为观测历元的单步抗差解是可行的。该算法不仅在一定程度上减弱了由于线性化忽略高次项对导航解的影响,而且再次证实抗差自适应滤波在控制动态载体扰动异常和观测扰动异常的有效性和合理性。

致谢:感谢德国斯图加特大学导航研究所和江西南昌大学郭杭教授提供的资料和技术指导。

参 考 文 献

[1] 付梦印,邓志红,张继伟. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用[M]. 北京:科学出版社,2003

[2] 何海波. 高精度 GPS 动态测量及质量控制[D]. 郑州: 信息工程大学, 2002

[3] Li Zhaokui. Surveying Data Processing in the Nonlinear Model Space: Theory and Its Applications[J]. Acta Geodetica et Cartographica Sinica, 2000,13(3):32-36

[4] 张勤. 非线性最小二乘理论及其在 GPS 定位中的应用研究[D]. 武汉: 武汉大学,2002

[5] Yang Yuanxi, He Haibo, Xu Guochang. A New Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Positioning[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2/3): 109-116

[6] Stephen B. An Algebraic Solution of the GPS Equations[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1985, AZS-21: 56-59

[7] 杨元喜,何海波,徐天河. 论动态自适应滤波[J]. 测绘学报,2001,30(4):293-298

[8] 杨元喜. 抗差估计理论及其应用[M]. 北京:八一出版社,1993

第一作者简介:张双成,博士生。主要研究方向为 GPS 数据处理与质量控制。
E-mail:shuangcheng369@163.com

An Adaptively Robust Filter Based on Bancroft Algorithm in GPS Navigation

ZHANG Shuangcheng¹ YANG Yuanxi² ZHANG Qin³ GAO Weiguang⁴

(1 Research Center of GNSS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

(2 Xi'an Research Institute of Surveying and Mapping, 1 Middle Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(3 Institute of Geo-engineering and Surveying, Chang'an University, 126 Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(4 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: An adaptively robust filter based on Bancroft algorithm and GPS two-stage filter in GPS navigation is developed, in order to control the influences of the dynamic model disturbances, nonlinear problems and outlier existing in measurements. A numerical example is given to demonstrate the ideas involved. It is shown that the new algorithm not only resists the influences of omitted high-order items on the estimated states of navigation, but also controls the outlying kinematic model errors and measurement outliers.

Key words: GPS navigation; Bancroft algorithm; nonlinear LS; adaptive filter