

# 三步法确定网络 RTK 基准站双差模糊度

唐卫明<sup>1</sup> 刘经南<sup>2</sup> 施 闯<sup>1</sup> 楼益栋<sup>1</sup>

(1 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)  
(2 武汉大学校长办公室,武汉市珞珈山,430072)

**摘 要:**提出了一种新的由宽巷模糊度、窄巷模糊度到原始载波模糊度逐步固定地确定基准站间的双差模糊度的三步法,该方法不需线性化,不需解求方程组,双差观测值之间相互独立,且与基线长度无关,并用实例证明了该方法确定基准站模糊度速度快、可靠性高的特点。  
**关键词:**GPS;网络 RTK;双差模糊度;三步法  
**中图法分类号:**P228.41

无论是建立误差模型,还是计算高精度的综合误差,正确确定每个基准站与主参考站之间的双差模糊度是首要条件。网络 RTK 的基准站间一般相距几十 km 到上百 km,采用简单双差组合的方法对整周模糊度的确定非常困难,这主要是由于电离层改正和对流层改正等误差对双差观测值的影响远大于 0.5 周,以至模糊度与误差难以分离。国内外学者对基准站间双差模糊度的确定作了大量研究,并取得了一些成果<sup>[1-5]</sup>。本文提出了一种由宽巷模糊度、窄巷模糊度到原始载波模糊度逐步固定地确定基准站间的双差模糊度的三步法。

## 1 三步法确定模糊度

### 1.1 确定双差宽巷模糊度

1.1.1 Melbourne-Wübbena(以下简称 M-W)组合观测值确定宽巷模糊度的初值

双差 M-W 组合的观测值为:

$$\Delta\nabla L_6 = (f_1 \Delta\nabla L_1 - f_2 \Delta\nabla L_2) / (f_1 - f_2) - (f_1 \Delta\nabla P_1 + f_2 \Delta\nabla P_2) / (f_1 + f_2) \quad (1)$$

式中, $f_1$ 、 $f_2$  是载波  $L_1$ 、 $L_2$  的频率; $\Delta\nabla L_1$ 、 $\Delta\nabla L_2$  是以 m 为单位的载波  $L_1$ 、 $L_2$  的双差观测值; $\Delta\nabla P_1$ 、 $\Delta\nabla P_2$  为伪距  $P_1$ 、 $P_2$  的双差观测值。双差宽巷观测值的模糊度 $\Delta\nabla N_{WL}$ 为:

$$\Delta\nabla N_{WL} = \frac{\Delta\nabla L_6}{\lambda_{WL}} \quad (2)$$

式中, $\lambda_{WL}$ 为宽巷观测值的波长。可以把式(1)的双差 M-W 组合观测值分解为两个部分,即宽巷观测值 $\Delta\nabla L_{WL}$ 和  $P_1$ 、 $P_2$  的平均值 $\Delta\nabla P_6$ :

$$\Delta\nabla L_{WL} = \frac{f_1 \Delta\nabla L_1 - f_2 \Delta\nabla L_2}{f_1 - f_2} \quad (3)$$

$$\Delta\nabla P_6 = - \frac{f_1 \Delta\nabla P_1 + f_2 \Delta\nabla P_2}{f_1 + f_2} \quad (4)$$

由于式(3)和式(4)中的 $\Delta\nabla P_6$ 和 $\Delta\nabla L_{WL}$ 都与卫星的轨道无关,不受卫星轨道误差的影响,同时与测站位置无关,不受测站坐标的影响;对流层误差、卫星钟差、接收机钟差对载波相位和伪距的影响一致,并且两项的电离层影响一致。由此可见,M-W 组合观测值确定宽巷模糊度只存在噪声,可以通过多个历元来平均求解宽巷模糊度。

#### 1.1.2 确定宽巷模糊度的搜索范围

载波相位的双差无电离层组合观测值 $\Delta\nabla \phi_3$ (以周为单位)为:

$$\Delta\nabla \phi_3 = \Delta\nabla \phi_1 - (f_1/f_2) \cdot \Delta\nabla \phi_2 \quad (5)$$

伪距双差无电离层组合观测值为:

$$\Delta\nabla P_3 = (f_1^2 \cdot \Delta\nabla P_1 - f_2^2 \cdot \Delta\nabla P_2) / (f_1^2 - f_2^2) \quad (6)$$

由式(5)和式(6)可以求出载波相位无电离层组合的模糊度:

$$\Delta\nabla N_3 = \Delta\nabla P_3 / \lambda_3 - \Delta\nabla \phi_3 \quad (7)$$

比较 $\Delta\nabla P_3$ 、 $\Delta\nabla P_6$ 噪声之间的关系：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla P_3 &\approx 2.545\,7 \cdot \Delta\nabla P_1 - 1.545\,7 \cdot \Delta\nabla P_2 \\ \Delta\nabla P_6 &\approx 0.562\,0 \cdot \Delta\nabla P_1 + 0.438\,0 \cdot \Delta\nabla P_2\end{aligned}\tag{8}$$

假设 $\Delta\nabla P_1$ 、 $\Delta\nabla P_2$ 的噪声都为 $\sigma_P$ ，由误差传播定律有：

$$\begin{aligned}\sigma_{P_3} &\approx 2.978\sigma_P \\ \sigma_{P_6} &\approx 0.713\sigma_P\end{aligned}\tag{9}$$

由式(9)可以看出，M-W 组合观测值中 $\Delta\nabla P_6$ 的噪声是无电离层组合观测值 $\Delta\nabla P_3$ 噪声的 1/4 倍。双差无电离层观测值的观测方程为：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla\phi_3 \cdot \lambda_3 &= \Delta\nabla D + \Delta\nabla N_3 \cdot \lambda_3 + \\ &\Delta\nabla d_{\text{trop}} + \Delta\nabla d_{\text{orb}}\end{aligned}\tag{10}$$

式中， $\Delta\nabla D$  为双差卫星到接收机的几何距离； $\Delta\nabla d_{\text{trop}}$ 、 $\Delta\nabla d_{\text{orb}}$  分别为双差对流层误差和轨道误差。则无电离层组合观测值的模糊度可表示为：

$$\Delta\nabla N_3 = (\Delta\nabla D + \Delta\nabla d_{\text{trop}} + \Delta\nabla d_{\text{orb}})/\lambda_3 - \Delta\nabla\phi_3\tag{11}$$

式中， $\Delta\nabla d_{\text{trop}}$  误差由模型计算出来的误差 $\Delta\nabla d_{\text{trop}}^0$  替代，残差仅为几个 cm，此处可以忽略。另外， $\Delta\nabla d_{\text{orb}}$  轨道误差如果使用 0.5 m 精度的精密预报轨道，对 200 km 的基线而言，其大小也仅为 5 mm，也可忽略。同时，网络 RTK 的基准站坐标是精确已知的，双差几何距离的精度可以达到 mm 级，因此，式(11)可简化为：

$$\Delta\nabla N_3 = (\Delta\nabla D + \Delta\nabla d_{\text{trop}}^0)/\lambda_3 - \Delta\nabla\phi_3\tag{12}$$

设由式(7)计算出来的无电离层模糊度为 $\Delta\nabla N_3^0$ ，由式(12)计算出来的无电离层模糊度为 $\Delta\nabla \widetilde{N}_3$ ，两者求差就可得到模糊度差值 $d_{\Delta\nabla N_3}$ 为：

$$d_{\Delta\nabla N_3} = |\Delta\nabla N_3^0 - \Delta\nabla \widetilde{N}_3|\tag{13}$$

$d_{\Delta\nabla N_3}$  不仅可以表示 $\Delta\nabla P_3$ 的噪声大小，同时也表示了 $\Delta\nabla P_6$ 的噪声大小，也就表示出了式(2)计算的宽巷模糊度的精度，确定了其搜索范围。

1.1.3 几何距离反算模糊度对宽巷模糊度进行检查

影响宽巷模糊度确定的主要因素是电离层误差和残差 $\delta$ 、观测值噪声 $\sigma_{\Delta\nabla\phi_{\text{WL}}}$ 的综合影响大小。若

$$|\delta + \sigma_{\Delta\nabla\phi_{\text{WL}}} + \Delta\nabla d_{\text{ionWL}}| < \lambda_{\text{WL}}/2 \approx 0.43\text{ m}\tag{14}$$

式(14)中的主要影响为电离层 $\Delta\nabla d_{\text{ion}}$ ，其他两项都只有几个 cm。假设 $\Delta\nabla d_{\text{ion}}^0 = \delta + \sigma_{\Delta\nabla\phi_{\text{WL}}} + \Delta\nabla d_{\text{ion}}$  $\approx \Delta\nabla d_{\text{ion}}$ ，则宽巷模糊度可以直接用下式求出： $\Delta\nabla N_{\text{WL}} = \text{Round}((\Delta\nabla D + \Delta\nabla d_{\text{trop}})/\lambda_{\text{WL}} - \Delta\nabla\phi_{\text{WL}})$

式中，Round 为取整函数。若基线距离较长时，很难满足式(14)，可以把范围扩大到左右一周进行搜索，则有：

$$|\delta + \sigma_{\Delta\nabla\phi_{\text{WL}}} + \Delta\nabla d_{\text{ion}}| < 3\lambda_{\text{WL}}/2 \approx 1.23\text{ m}\tag{16}$$

1.2 确定双差窄巷模糊度

如果 $\Delta\nabla N_{\text{WL}}$ 为正确的宽巷模糊度，则其电离层延迟可以表示为：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla d_{\text{ionWL}} &= (\Delta\nabla\phi_{\text{WL}} + \Delta\nabla N_{\text{WL}}) \cdot \lambda_{\text{WL}} - \\ &\Delta\nabla D - \Delta\nabla d_{\text{trop}} - \delta - \sigma_{\Delta\nabla\phi_{\text{WL}}}\end{aligned}\tag{17}$$

利用式(17)可计算出 0.1 m 以内精度的双差电离层延迟。宽巷组合和窄巷组合具有大小相同、符号相反的电离层延迟，如果把 $\Delta\nabla d_{\text{ionWL}}$ 代入到窄巷模糊度 $\Delta\nabla N_{\text{NL}}$ 的求解中，则

$$\begin{aligned}\Delta\nabla N_{\text{NL}} &= \text{Round}((\Delta\nabla D + \Delta\nabla d_{\text{trop}} - \Delta\nabla d_{\text{ionWL}}) \\ &/\lambda_{\text{NL}} - \Delta\nabla\phi_{\text{NL}})\end{aligned}\tag{18}$$

式中， $\Delta\nabla\phi_{\text{NL}}$  为双差窄巷组合观测值。 $\Delta\nabla N_{\text{WL}}$ 与 $\Delta\nabla N_{\text{NL}}$ 的奇偶性相互对应，即 $\Delta\nabla N_{\text{WL}}$ 为奇(偶)数， $\Delta\nabla N_{\text{NL}}$ 也为奇(偶)数。

设由式(18)求出的窄巷模糊度为 $\Delta\nabla N_{\text{NL}}^0$ ，若 $\Delta\nabla N_{\text{NL}}^0$ 与 $\Delta\nabla N_{\text{WL}}$ 的奇偶性不对应，则可以把备选值在左右变化一周，即

$$\Delta\nabla N_{\text{NL}} = \Delta\nabla N_{\text{NL}}^0 \pm 1\tag{19}$$

1.3 双差载波 $L_1$ 、 $L_2$ 模糊度的确定

$L_1$ 、 $L_2$  的双差模糊度可由宽、窄巷模糊度 $\Delta\nabla N_{\text{WL}}$ 、 $\Delta\nabla N_{\text{NL}}$ 表示为：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla N_1 &= (\Delta\nabla N_{\text{WL}} + \Delta\nabla N_{\text{NL}})/2 \\ \Delta\nabla N_2 &= \Delta\nabla N_1 - \Delta\nabla N_{\text{WL}}\end{aligned}\tag{20}$$

$L_1$ 、 $L_2$  载波的双差相位观测方程为：

$$\begin{aligned}\lambda_1 \cdot \Delta\nabla\phi_1 &= \Delta\nabla D - \lambda_1 \cdot \Delta\nabla N_1 + \Delta\nabla I/f_1^2 + \\ &d_{\text{trop}} + \Delta\nabla M + \epsilon_{\Delta\nabla\phi_1} \\ \lambda_2 \cdot \Delta\nabla\phi_2 &= \Delta\nabla D - \lambda_2 \cdot \Delta\nabla N_2 + \Delta\nabla I/f_2^2 + \\ &d_{\text{trop}} + \Delta\nabla M + \epsilon_{\Delta\nabla\phi_2}\end{aligned}\tag{21}$$

式中， $\Delta\nabla I$  为电离层影响； $\Delta\nabla M$  为多路径影响； $\epsilon_{\Delta\nabla\phi_1}$  为双差观测值的噪声。

令常数项 $l_1 = \lambda_1 \cdot \Delta\nabla\phi_1 - \Delta\nabla D - d_{\text{trop}} - \Delta\nabla M$ ， $l_2 = \lambda_2 \cdot \Delta\nabla\phi_2 - \Delta\nabla D - d_{\text{trop}} - \Delta\nabla M$ ，则电离层 $\Delta\nabla I$ 可表达为：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla I &= f_1^2 \cdot (l_1 + \lambda_1 \cdot \Delta\nabla N_1) = \\ &f_2^2 \cdot (l_2 + \lambda_2 \cdot \Delta\nabla N_2)\end{aligned}\tag{22}$$

于是可得：

$$\begin{aligned}\Delta\nabla N_2 &= (\lambda_2/\lambda_1) \cdot \Delta\nabla N_1 + (\lambda_2/\lambda_1^2) \cdot l_1 - \\ &(l_2/\lambda_2)\end{aligned}\tag{23}$$

令

$$b = (\lambda_2/\lambda_1^2) \cdot l_1 - (l_2/\lambda_2)$$

$$k = \lambda_2 / \lambda_1 \tag{24}$$

则

$$\Delta \nabla N_2 = k \cdot \Delta \nabla N_1 + b \tag{25}$$

设由式(20)求出的整数模糊度为 $\Delta \nabla \tilde{N}_2$ ,由式(25)求出的实数模糊度为 $\Delta \nabla \hat{N}_2$ ,两者求差可得:

$$|\Delta \nabla \tilde{N}_2 - \Delta \nabla \hat{N}_2| < \delta \tag{26}$$

其中, $\delta$ 为一限差,当小于这个限差时,可认为确定的模糊度是正确的。

2 算例与分析

本文使用的算例数据为 2004 年 12 月 7 日在

辽宁渤海湾用 JAVAD 双频接收机采集的数据,共有 3 个基准站,分别为 BAS1、BAS2、BAS3,其中,BAS1 位于山海关,BAS2 位于葫芦岛,BAS3 位于大连,BAS1-BAS2 的基线长度约为 110 km,BAS1-BAS3 的基线长度约为 180 km。

2.1 双差宽巷观测值模糊度的确定

按前面介绍的方法,分别求出算例数据中基线 BAS1-BAS2 卫星 01 在不同情况下的双差宽巷模糊度后,并与由 Bernese 5.0 计算得到的双差整周模糊度值进行求差,差值如图 1 所示。

从图 1 可以看出,单历元 M-W 组合观测值求出的双差宽巷模糊度(图 1(a))都在 $\pm 1$ 周左右摆动,若把前面的多个历元的 M-W 组合观测值

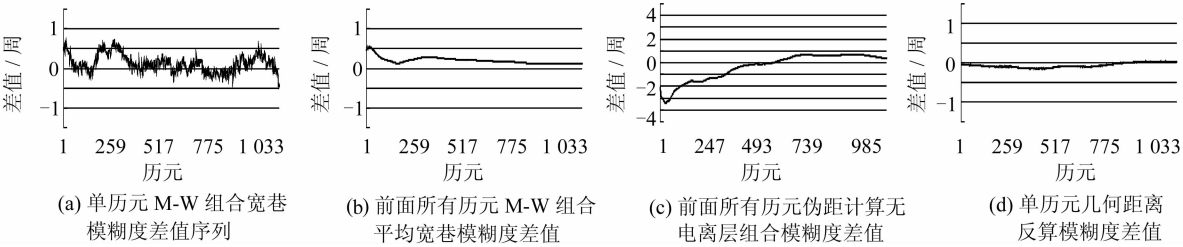


图 1 基线 BAS1-BAS2 卫星 01(参考卫星 25 号)的双差模糊度差值序列图  
Fig. 1 Double Difference Ambiguities of PRN01 Baseline BAS1-BAS2

求出的双差宽巷模糊度进行平均(图 1(b)),双差宽巷模糊度在 100 个历元左右,差值基本上都小于 0.2 周,并且随着历元的增加而逐渐减小。由式(9)知,伪距无电离层组合观测值的噪声是 M-W 组合观测值噪声的 4 倍,而载波相位无电离层组合的波长约为 0.43 m,是宽巷的 0.5 倍,故求出的模糊度差值误差在 8 倍左右。比较图 1(b)、1(c)可以看出,两者的趋势一致,也就说明可以用伪距无电离层组合求出的载波无电离层组合模糊度的误差值来表示 M-W 组合观测值求出的双差宽巷模糊度的误差范围,进而得出搜索范围。图 1(b)是受噪声影响的模糊度差值,1(d)是受电离层影响的模糊度差值,比较二者可以看出,差值基

本上分布在正确值的两边,结合二者很容易搜索出正确的模糊度。基线 BAS1-BAS2 的 23 号卫星和基线 BAS1-BAS3 的 1 号卫星和 23 号卫星的模糊度也有类似的结果。

2.2 窄巷组合观测值双差模糊度初值的确定

宽巷模糊度求出后,可以利用式(18)求出窄巷模糊度。由图 2 可以看出,窄巷模糊度都在正确窄巷模糊度的 0.3 周左右变化,图 2(d)中,窄巷模糊度变化到了-1 周处,但由于基线 BAS1-BAS3 卫星 23 的宽巷模糊度为 62,由宽巷模糊度和窄巷模糊度同奇偶的特性,很容易得到其窄巷模糊度为 80。

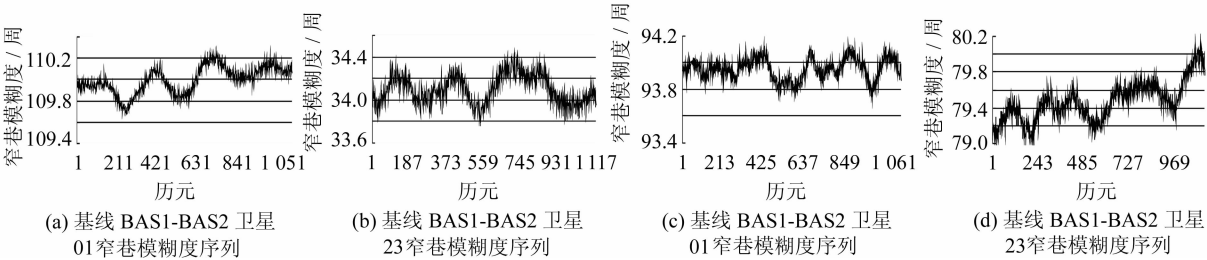


图 2 宽巷模糊度计算出的窄巷模糊度

Fig. 2 Narrow Lane Ambiguities Computed by Corresponding Wide Lane Ambiguities

2.3 载波  $L_1$ 、 $L_2$  双差模糊度的确定

当宽巷模糊度和初始的窄巷模糊度确定以后,  $L_2$  的模糊度就可由式(25)求出, 然后由式

(26)计算出模糊度的误差值大小。由图 3 可知, 由式(22)计算出来的载波  $L_2$  的模糊度差值可以进一步判断出模糊度的正确与否。

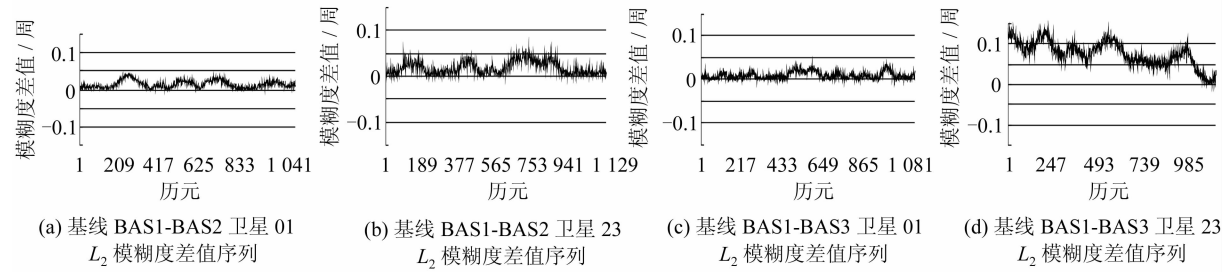


图 3 载波  $L_2$  的模糊度差值序列  
Fig. 3 Difference Between Ambiguities of Carrier Phase  $L_2$

3 结 语

由宽巷模糊度、窄巷模糊度到  $L_1$ 、 $L_2$  模糊度的网络 RTK 基准站三步双差模糊度的确定方法, 不仅充分考虑了基准站坐标的精确已知、双频载波的线性关系、双差模糊度的整数特性、连续静态观测等条件, 而且还利用了 M-W 组合观测值来确定宽巷观测值的模糊度, 首次用伪距无电离层组合求出的载波相位无电离层模糊度的误差来间接表示 M-W 组合观测值确定宽巷模糊度的精度, 大大加快了宽巷模糊度确定的速度和可靠性。另外, 本方法不需线性化, 不需解方程, 搜索的范围也非常小, 通常只在 1 周左右进行搜索, 计算量小, 对硬件的计算能力要求比较低, 实用性很强。

参 考 文 献

[1] Landau H, Vollath U, Deking A, et al. Virtual

Reference Station Networks-Recent Innovations by Trimble[C]. GPS Symposium 2001, Tokyo, Japan, 2001  
[2] 刘经南, 刘晖. 连续运行卫星定位服务系统——城市空间数据的基础设施[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2003, 28(3): 259-264  
[3] Vollath U, Landau H, Chen Xiaoming. Network RTK-Concept and Performance [C]. The GNSS Symposium 2002, Wuhan, 2002  
[4] Sun Huangqi, Cannon ME, Miligard T. Real-Time GPS Reference Network Carrier-phase Ambiguity Resolution[C]. ION NTM-99, San Diego, Alexandria, 1999  
[5] 高星伟, 刘经南, 葛茂荣. 网络 RTK 基准站间基线单历元模糊度搜索方法[J]. 测绘学报, 2002, 31(4): 305-309

第一作者简介: 唐卫明, 博士生。现从事 GPS 定位算法及应用研究。  
E-mail: twm\_lily@163.com

Three Steps Method to Determine Double Difference Ambiguities Resolution of Network RTK Reference Station

TANG Weiming<sup>1</sup> LIU Jingnan<sup>2</sup> SHI Chuang<sup>1</sup> LOU Yidong<sup>1</sup>

(1 Research Center of GNSS, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)  
(2 Presidential Secretariat, Wuhan University, Luojia Hill, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** A new three-step method to determine double-differenced ambiguities resolution of network RTK reference station is proposed, which includes wide-lane ambiguity resolution, narrow lane ambiguity resolution and the ambiguities resolution of carrier phase  $L_1$  and  $L_2$ . The test results show that the method for ambiguity resolution is available and has high reliability.

**Key words:** GPS; network RTK; double difference ambiguities; three steps method