

文章编号:1671-8860(2007)02-0156-04

文献标志码:A

# 中长基线 GPS 网络 RTK 模糊度快速解算的一种新方法

罗孝文<sup>1,2</sup> 欧吉坤<sup>1</sup>

(1 中国科学院测量与地球物理研究所, 武汉市徐东路 340 号, 430077)

(2 中国科学院研究生院, 北京市玉泉路 19 号, 100049)

**摘要:** 提出采用选权拟合的正则化方法。利用参考站坐标准确已知的条件作为约束, 设计出正则化矩阵, 使法矩阵的病态性得到了较大的改善, 只用几个历元的数据求解, 能较准确得到模糊度的浮点解。在此基础上, 结合 LAMBDA 方法可以快速地确定整周模糊度。以 4 条中长基线的实测数据为例, 本文方法用 5 个历元的单频  $L_1$  数据就能求解出整周模糊度。与现有方法相比, 新方法可采用单频 GPS 数据实现中长基线 GPS 网络 RTK 的整数模糊度快速解算, 而且可靠性好, 有良好的应用前景。

**关键词:** GPS; 网络 RTK; 模糊度; 选权拟合; 病态性

**中图法分类号:** P228.41

多参考站 GPS 网络技术使中长基线(30 km ~90 km)的高精度 RTK 定位成为可能, 并在许多研究和实验中取得初步成功<sup>[1-4]</sup>。目前, 中长基线的高精度实时定位方法, 特别是网络 RTK 技术是 GPS 定位技术的研究热点之一。

利用参考站网的数据计算出与时间和空间相关不同的误差, 可估算或预测参考站网覆盖范围内用户站上有关的误差<sup>[5,6]</sup>。然而, 为了精确地估计这些误差, 首先需要正确求解网络中各条基线之间的模糊度<sup>[6]</sup>。对于在中长基线网络 GPS RTK 参考站中确定整周模糊度的方法, 许多学者进行了研究<sup>[7-10]</sup>。现有方法大多是基准站采用双频接收机, 在数据预处理后, 根据双差消电离层线性组合以及双差窄巷模糊度  $N_1$ (其有效波长为 10.7 cm)及宽巷模糊度  $N_{1,-1}$  之间的关系, 用自适应滤波实时推导  $N_1$  和双差残余对流层延迟<sup>[6,12]</sup>, 在此基础上进行  $N_1$  的搜索固定。这样需要较多的时间进行初始化以及模糊度的固定, 成为 GPS 网络 RTK 实时求解的瓶颈。

针对上述问题, 本文提出一种中长基线 GPS 网络 RTK 的模糊度快速解算方法。该算法采用选权拟合正则化方法对参考站坐标进行约束, 求得的模糊度浮点解靠近其准确整数值, 为搜索模

糊度的整数解提供了方便。初步结果显示, 新方法可以快速、稳定地解算中长基线的模糊度。采用单频 GPS 数据, 不仅为 GPS 网络 RTK 提供了一种有效的途径, 而且有良好的应用前景。

## 1 中长基线 GPS 网络 RTK 参考点模糊度的新解法

### 1.1 新方法的原理

第  $i$  历元 GPS 双差载波相位的观测方程为:

$$\mathbf{L}_i + \boldsymbol{\Delta}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i + \mathbf{B} \mathbf{N} - \mathbf{I}_i + \mathbf{trop}_i \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{L}_i$  为改化的载波相位观测向量, 它是双差实测值与线性化计算值之差;  $\mathbf{X}_i$  为待估基线坐标分量;  $\mathbf{N}$  为双差模糊度;  $\mathbf{I}_i$  为电离层残余延迟;  $\mathbf{trop}_i$  为经过模型改正后的对流层残余误差;  $\boldsymbol{\Delta}_i$  为观测值真误差向量。通过大量的算例分析, 对于基线在 90 km 以下的参考站来说, 残余  $-\mathbf{I}_i + \mathbf{trop}_i$ (包括其他误差)的综合影响对坐标分量的影响一般在 0.4 m 的范围内, 暂时忽略这部分误差。

设相邻 5 历元两台接收机可共视  $k+1$  颗 GPS 卫星, 则可组成  $k \times 5$  个线性化后的双差观测方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{i+1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{i+2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{i+3} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{i+4} & \mathbf{B} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_{i+1} \\ \mathbf{X}_{i+2} \\ \mathbf{X}_{i+3} \\ \mathbf{X}_{i+4} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_i \\ \mathbf{L}_{i+1} \\ \mathbf{L}_{i+2} \\ \mathbf{L}_{i+3} \\ \mathbf{L}_{i+4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Delta}_i \\ \mathbf{\Delta}_{i+1} \\ \mathbf{\Delta}_{i+2} \\ \mathbf{\Delta}_{i+3} \\ \mathbf{\Delta}_{i+4} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中,  $i$  为历元号;  $\mathbf{A}_i$  为  $k \times 3$  系数矩阵;  $\mathbf{B}$  为  $k \times k$  模糊度系数矩阵。权矩阵为分块对角阵, 假定相邻历元不相关。式(2)可以简记为:

$$\mathbf{AY} = \mathbf{L} + \mathbf{\Delta} \quad (3)$$

根据最小二乘原则, 由式(3)组成法方程, 法矩阵的条件数很大, 一般在  $10^6$  以上, 属严重病态。法矩阵的求逆会出现不稳定, 导致模糊度的浮点解与其准确值偏差较大, 很难搜索到正确的整周模糊度。

对于病态方程, 采用 TIKHONOV 正则化方法。求解观测方程(3), 即寻求满足如下准则的解:

$$\| \mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{L} \|^2 + \alpha\Omega(\hat{\mathbf{Y}}) = \| \mathbf{A}\hat{\mathbf{Y}} - \mathbf{L} \|^2 + \alpha\hat{\mathbf{Y}}^T \mathbf{R} \hat{\mathbf{Y}} = \min \quad (4)$$

其中,  $\alpha$  是正则化参数;  $\mathbf{R}$  是正则化矩阵;  $\Omega(\hat{\mathbf{Y}})$  是稳定泛函;  $\| \cdot \|$  表示欧氏 2-范数。

根据 TIKHONOV 正则化原理, 解算病态方程时要解决两个关键问题: 正则化矩阵  $\mathbf{R}$  的选取, 正则化参数  $\alpha$  的确定。

根据文献[11]的选权拟合法, 由于参考站坐标分量  $X_i$  的先验信息较为可靠, 可以对  $X_i$  附加约束, 而模糊度不附加约束, 取  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_x & \\ & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ , 令  $\mathbf{P}_x = \mathbf{E}$ , 当历元数为 5 时,  $\mathbf{E}$  是  $15 \times 15$  的单位矩阵。显然,  $\mathbf{R}$  是  $(15+k) \times (15+k)$  的奇异矩阵。

选定了正则化矩阵  $\mathbf{R}$  后, 通过大量的实际计算, 可以确定正则化参数  $\alpha$ 。例如  $\alpha = 0.1$  时, 选权拟合的法方程为:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + 0.1 \mathbf{R}) \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \quad (5)$$

解算得:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{X}} \\ \hat{\mathbf{N}} \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + 0.1 \mathbf{R})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{L} \quad (6)$$

与式(3)用最小二乘组成的法矩阵相比, 式

(6) 法矩阵中增加了  $0.1 \mathbf{R}$  项。正是由于  $0.1 \mathbf{R}$  的参与, 法方程的病态性得到抑制,  $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + 0.1 \mathbf{R})^{-1}$  的求逆变得正常, 因而能得到可靠的估值。

根据式(6)可以得到可靠的模糊度的浮点解  $\hat{\mathbf{N}}$ , 相应的协方差阵  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{N}}}$  可以取  $(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + 0.1 \mathbf{R})^{-1}$  里模糊度浮点解的对应矩阵。在求得  $\hat{\mathbf{N}}$  和  $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{N}}}$  后, 就可以用 LAMBDA 法进行模糊度的搜索, 求得正确的模糊度固定解。

## 1.2 模糊度的验证

1) 用数理统计的方法, 需计算准确性的概率值, 如果该值大于给定的阈值, 认为固定正确;

2) 如果没有周跳或失锁发生, 在一段时间内所解的模糊度值应该一致;

3) 在参考站网的任何基线三角网内, 同一卫星对整周模糊度之和应该为零<sup>[8]</sup>, 即有:

$$N_{AB}^{ij} + N_{BC}^{ij} + N_{CA}^{ij} = 0$$

式中,  $A, B, C$  为 3 个参考站编号;  $i, j$  为卫星编号。

在本文的模糊度验证中, 主要用 2)、3) 两种方法。

## 2 实例计算与分析

**实例 1** 采用美国 CORS 网络里的 AVCA、CLRE、FRTG 站构成三角形, AVCA 到 CLRE 简记为 AVCL(38.190 km), FRTG 到 AVCA 简记为 FRAV(16.466 km), CLRE 到 FRTG 简记为 CLFR(35.939 km)。实验数据为 2003 年 6 月 15 日(GPS 时, 下同)2 h 的观测数据。3 条基线的采样率为 1 s, 截止高度角为 10°。其模糊度的计算采用如下两种方案进行: ① 新方法结合 LAMBDA 方法; ② LS 估计结合 LAMBDA 方法。

采用 6 个卫星对的  $L_1$  单频相位观测数据, 分别为 14-25、25-16、16-20、20-2、2-6、6-1, 处理了 180 组数据, 每组选取 5 个相邻历元的数据作为一个处理单元(如 1-5, 2-6, … 形成一个连续的处理序列, 下同), 用方案①对 3 条基线分别进行求解, 每组的整数模糊度收敛于同一组数值。三条基线模糊度的浮点解和正确的整数解之差值基本上在 0.5 周的范围内。在此基础上, 用 LAMBDA 方法能够很快地确定模糊度的整数解。与方案②的结果比较见表 1。

表1 两种方案计算三角网基线模糊度结果比较

Tab. 1 Comparison of Ambiguity Resolution of Two Schemes in Triangle Network Baselines

基线	AVCL	FRAV	CLFR
法方程的条件数	方案① < 1.0e+003	< 1.0e+003	< 1.0e+003
	方案② > 1.0e+013	> 1.0e+013	> 1.0e+013
固定的模糊度	方案① 0 0 2 0 -1 4	0 0 0 0 0 0	0 0 -2 0 1 -4
	方案② 不能固定		
三角基线网相同卫星对 整数模糊度的闭合值	( $\sum N$ )	方案① 方案②	0 不等于 0

从表1可见,本文方法法方程的条件数小于1.0e+003,病态性基本消除,对3条基线的整数模糊度求和,其值为零,且每组模糊度都固定为相同一组值,证明模糊度求解正确。

实例2 采用美国 CORS 网络里的 MPLE 站和 NOR1 站(简记为 MPNO, 距离为 89.498 km), 实验数据为 2003 年 6 月 20 日 2 h 的观测数据。采样率为 1 s, 截止高度角为 10°。采用方案①对 6 个卫星对的  $L_1$  单频相位观测数据进行处理, 卫星对分别为 2-25、25-20、20-16、16-1、1-13、13-3, 用 5 个相邻历元的数据作为一个处理单元, 处理了 585 组序列数据, 模糊度的浮点解和正确整数解之差也都在 0.5 周范围内。采用本文方法求解, 法方程的病态性得到了明显改善; 用 LAMBDA 法能正确快速地固定整数模糊度, 均为同一组数值, 证明模糊度求解正确。另外, 还用不同的数据进行实验, 模糊度都能确定, 验证了新方法有较好的适用性。

### 3 结语

以往大多利用双频 GPS 接收机, 采用卡尔曼滤波求解 GPS 网络 RTK 中长基线的整数模糊度  $N$  和残余对流层延迟, 花费时间较长, 可靠性得不到保证。本文采用选权拟合的正则化新方法, 利用参考站坐标准确已知的条件作为约束, 降低了法方程的病态性, 在此基础上用 5 个相邻历元的数据, 模糊度浮点解比较接近准确值, 加快了搜索整数模糊度的速度。

新方法改善了浮点解的协方差阵, 用 LAMBDA 方法搜索容易固定到同一数值。本文仅采用了单频 GPS 数据就实现了中长基线的整数模糊度快速解算, 在实际应用中可以节省成本, 有发展前景。中长基线的系统残余误差对参考站的影响一般在 0.4 m 以内, 不影响新方法求模糊度的浮点解。如果能够事先消除或减少系统误差的影响, 对求解更有利。

### 参 考 文 献

- [1] Edwards S J, Cross P A, Barnes J B, et al. A Methodology for Benchmarking Real-time Kinematic GPS[J]. Surv Rev, 1999, 35(273): 163-174
- [2] Landau H, Vollath U, Chen Xiaoming. Virtual Reference Station Systems [J]. Journal of GPS, 2003, 1(2): 137-144
- [3] Vollath U, Herbert L, Chen Xiaoming, et al. Network RTK Versus Single Base RTK -Understanding the Error Characteristics[C]. 15th National Technical Meeting of the Satellite Division of Institute of Navigation: ION GPS /GNSS 2002, Portland, 2002
- [4] Raquet J, Lachapelle G. RTK Positioning with Multiple Reference Stations[J]. GPS World, 2000, 12(4): 48-53
- [5] Rizos C, Han Shaowei. Reference Station Network Based RTK Systems-Concepts & Progress[J]. Wuhan University Journal of Nature Sciences, 2003, 8 (2B): 566-574
- [6] Hu Guorong, Khoo H S, Goh P C, et al. Development and Assessment of GPS Virtual Reference Stations for RTK Positioning[J]. Journal of Geodesy, 2003, 77: 292-302
- [7] Li Zuofa, Gao Yang. Improving Ambiguity Resolution for a Regional Area DGPS System Using Multiple Days of Data[C]. 15th National Technical Meeting of the Satellite Division of Institute of Navigation: ION GPS /GNSS 1998, Portland, 1998
- [8] Sun Huangqi, Cannon M E, Melgard T E. Real-time GPS Reference Network Carrier Phase Ambiguity Resolution[C]. Institute of Navigation National Technical Meeting, San Diego, 1999
- [9] Dai Liwen, Wang Jinling, Rizos C, et al. Predicting Atmospheric Biases for Real-time Ambiguity Resolution in GPS/GLONASS Reference Station Networks[J]. Journal of Geodesy, 2003, 76(11/12): 617-628
- [10] Chen Horngue, Rizos C, Han Shaowei. An Instantaneous Ambiguity Resolution Procedure Suitable for Medium-scale GPS Reference Station Net-

- works[J]. Surv Rev, 2004, 37(291):396-410
- [11] Ou Jikun. Uniform Expression of Solutions of Ill-posed Problems in Surveying Adjustment and the Fitting Method by Selection of the Parameter Weights[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2004, 33(4):284-288
- [12] Zhang Jihong, Lachapelle G. Precise Estimation of

Residual Tropospheric Delays Using a Regional GPS Network for Real-time Kinematic Applications[J]. Journal of Geodesy, 2001, 75: 255-266

第一作者简介:罗孝文,博士生,主要从事GPS网络RTK研究。  
E-mail:luoxiaowen2000@hotmail.com

## A New Approach for Fast Integer Ambiguity Resolution Suitable for Medium-long Baseline in GPS Network RTK

LUO Xiaowen<sup>1,2</sup> OU Jikun<sup>1</sup>

(1) Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 340 Xudong Road, Wuhan 430077, China)

(2) Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 19 Yuquan Road, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A new method is proposed based on the Tikhonov regularization principle and selected weight fitting thought and precisely known reference station coordinates, to work out the regularized matrix, which can mitigate the ill-condition of the normal matrix. The relative float ambiguity can be computed only using several epochs' data. Combined with the LAMBDA method, the new approach can fix the integer ambiguity correctly and quickly. Taking an example, using measured data sets coming from the four medium-long baselines, the new method can obtain the exact ambiguities only using  $L_1$ -frequency data of five epochs. Compared with the existing methods, the new method can solve the ambiguities of medium-long baseline GPS network RTK only using  $L_1$ -frequency GPS data reliably. In practice, it can save the cost for fast positioning by GPS and would be applied widely.

**Key words:** GPS; network RTK; ambiguity; selected weight fitting; ill-condition

**About the first author:** LUO Xiaowen, Ph. D candidate, majors in network RTK.

E-mail: luoxiaowen2000@hotmail.com

### 极地基础测绘科考方案通过论证

由武汉大学和黑龙江测绘局承担的2007-2008《极地基础测绘科学考察总体方案设计》项目专家论证日前在京举行。根据项目规定,国家测绘局两年投入经费420万元。

该项目瞄准国际极地研究前沿,用当代测绘与遥感信息工程科学的研究的最新技术手段,拓展本学科在极地的研究领域和应用领域,为我国在南极多学科综合考察、极地考察能力建设等提供更加科学、高效的测绘保证,并将建立数字南极异地共享服务技术支撑平台,为我国极地事业的发展作出测绘学科的新贡献。