

# 球面四元三角网的复杂拓扑关系计算

侯妙乐<sup>1</sup> 邢华桥<sup>1</sup> 赵学胜<sup>2</sup> 陈 军<sup>3</sup>

(1 北京建筑工程学院计算机科学系,北京市西城区展览馆路 1 号,100044)

(2 中国矿业大学(北京校区)资源与安全工程学院,北京市海淀区学院路丁 11 号,100083)

(3 国家基础地理信息中心,北京紫竹院百胜村 1 号,100044)

**摘要:**针对已有球面四元三角网拓扑关系计算方法不能处理带空洞复杂目标的情况,提出了基于公共三角格网来计算球面四元三角网复杂拓扑关系,该方法能准确判断出带空洞复杂目标的拓扑关系,为全球空间分析和应用提供了新的思路。

**关键词:**球面四元三角网;公共三角格网;拓扑关系

**中图法分类号:**P208

球面四元三角网(QTM)是基于内接正八面体剖分出的全球离散格网,当剖分到一定程度时,可达到模拟地球表面的目的。球面四元三角网除了具有层次组织、连续排序和近似等值剖分等特征外<sup>[1]</sup>,还具有符合球面特性和本质是栅格的特点,在管理球面多分辨率数据方面具有优势。球面四元三角网现已成为研究球面问题的有效方法之一,它按照地球的真实方式存储、管理和表达空间信息,既克服了传统平面数据模型的局限性,具有空间数据的层次性和连续性,又可以实现多分辨率的空间数据表达和分析,为全球空间分析和应用提供基础。近年来,国内外学者对球面四元三角网的研究取得了一定的进展,并开始深入研究了球面四元三角网的拓扑关系问题。

拓扑关系体现了空间实体在空间上的一种不依赖于几何形变的内在联系,因此,拓扑关系的描述和计算在 GIS 中显得尤为重要。近年来,国内外学者对拓扑关系计算研究取得了一定的进展,如省略边界的九交模型<sup>[2]</sup>和 VW 方法<sup>[3]</sup>等。其中,省略边界的九交模型推广到球面四元三角网后难以区分相离/相接、包含/覆盖和被包含/被覆盖这三对常用的拓扑关系<sup>[2]</sup>,而 VW 方法依赖于空间目标的 Voronoi 区域和集合多算子思想进行空间关系计算。对于球面栅格目标而言,其 Voronoi 区域的生成算法复杂,因而,球面空间目标的 Voronoi 区域不适合球面四元三角网<sup>[4]</sup>。针

对 QTM 拓扑关系描述和计算,笔者在前期研究中提出了利用集合多算子和对称差的欧拉数对球面栅格拓扑关系进行描述和计算的四元组模型<sup>[4]</sup>,能较好地计算与描述球面四元三角网的拓扑关系,符合球面四元三角网的特点。该四元组模型仅仅使用球面三角格网集之间的集合操作结果就可以判定出两球面栅格目标之间的拓扑关系,避免了球面四元三角网难以定义目标边界和对空间目标外部的操作难以控制等缺陷。但当球面上的空间实体为包含空洞的复杂目标时,该模型不能正确判断出相离/相接、覆盖/包含、被覆盖/被包含这三种常用的拓扑关系。

在实际应用中,往往会出现带空洞的复杂空间实体,因此,上述的拓扑关系计算方法不可避免地会存在局限性。本文提出了带空洞复杂目标的球面四元三角网的拓扑关系描述和计算方法,便于复杂地形间的拓扑关系计算,提高了球面拓扑分析的通用性,也可为基于 QTM 的连通性分析提供基础。

## 1 球面四元三角网编码及三邻近搜索

### 1.1 球面三角格网编码

对球面三角格网进行编码是对球面三角格网进行邻近搜索计算以及拓扑分析的基础,国内外

学者提出了多种编码方案,如固定方向编码、ZOT 编码、LS 编码、半四叉树编码 SQC(semi-quad codes)等。赵学胜等<sup>[5]</sup>根据三连续性质对这几种方案的优劣性进行了比较,最后发现 LS 编码方案的三连续性最好,其三连续搜索的效率也最高。根据 LS 编码方案的特点,只需知道三角格网中一个顶点的方向和尺寸就能判断另外两个顶点的位置,这样可以用编码来确定空间的位置,因而可以容易实现空间的遍历。同时,LS 编码方案在邻近搜索的过程中不用专门去考虑球面三角形的朝向,也不要球面三角形的尺寸和大小都相同,因此 LS 编码方案更易于三邻近搜索,为拓扑关系计算提供基础。

因此,本文采用 LS 编码<sup>[6]</sup>,即每个子球面三角格网的位置编码就是在其父编码上再加两位。用 00 表示上或下球面三角格网,用 01 表示左球面三角格网,用 10 表示中央球面三角格网,用 11 表示右球面三角格网。

### 1.2 球面四元三角网三邻近搜索

在球面四元三角网中,具有公共边的三角形互称为边邻近三角形,其中规定在目标三角形左侧的为左邻近三角形,在目标三角形右侧的为右邻近三角形,在目标三角形上或下方向的成为垂直邻近三角形,如图 1 所示。搜索目标三角形的边邻近三角形的过程就是球面四元三角网的三邻近搜索。球面四元三角网的三邻近搜索是进行空间聚类、索引、空间拓扑关系分析和相关空间操作的基础。

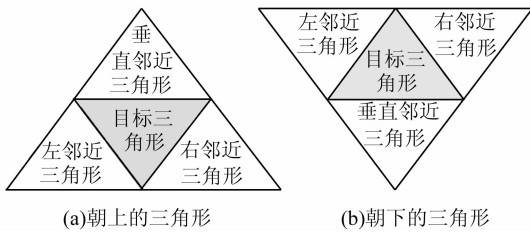


图 1 球面目标三角形边邻近的示意图  
Fig.1 Edge Adjacent of Spherical Triangle

近年来,国内外学者对球面四元三角网的三邻近搜索的研究取得了一定的进展,笔者给出了球面四元三角网的三邻近搜索的主要步骤<sup>[7]</sup>,假定要进行搜索的球面三角格网为  $p$ ,要进行三邻近搜索,第一步要先寻找包含  $p$  和邻近球面角格网的最邻近公用球面三角格网;第二步要更新包含邻近球面三角格网的相对位置编码和更新剩余的位置编码。该方法并不要求所有的球面三角格网全等,也不需要知道球面三角格网  $p$  所对应的

真实经纬坐标值,而只需知道球面三角格网  $p$  在球面三角格网空间中的位置编码即可,符合球面四元三角网的特点,简单易行。

## 2 基于公共三角格网的 QTM 拓扑关系计算

### 2.1 公共三角格网定义

定义 1 根据 LS 编码方案可知,每个球面三角形都有唯一的编码。给定两球面栅格实体  $A$ 、 $B$ ,其中  $A = \{a_1, a_2, \dots\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots\}$ 。假定  $A$  中三角格网  $a_1$  与  $B$  中三角格网  $b_1$  编码相同,即  $CODE[a_1] = CODE[b_1]$ ,则三角格网  $a_1$  和  $b_1$  即为  $A$  与  $B$  的公共三角格网。如图 2 所示,两球面栅格实体  $A$ 、 $B$ ,  $A = \{a_1, a_2\}$ ,  $CODE[a_1] = 00001010111000$ ,  $CODE[a_2] = 00001010111101$ ;  $B = \{b_1, b_2\}$ ,  $CODE[b_1] = 00001010111101$ ,  $CODE[b_2] = 00001010111110$ 。可以看出  $CODE[a_2] = CODE[b_1]$ 。因此,三角格网  $a_2$  和  $b_1$  为两球面栅格实体  $A$  与  $B$  的公共三角格网。

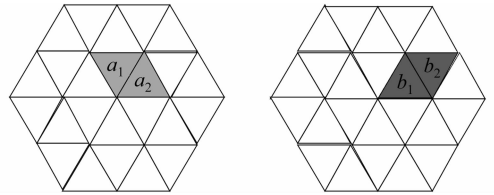


图 2 公共三角格网示意图  
Fig.2 Base Triangle Meshes

### 2.2 基于公共三角格网的拓扑关系计算

假定两球面栅格实体为  $A$ 、 $B$ ,其中  $A = \{a_1, a_2, \dots\}$ ,  $B = \{b_1, b_2, \dots\}$ ,记  $A$ 、 $B$  中的三角格网个数分别为  $Num(A)$ 、 $Num(B)$ 。根据定义 1,记两球面栅格实体的公共三角形个数为  $SameNum(A, B)$ ,记  $Flag1$ 、 $Flag2$ 、 $Flag3$  为判别条件。

对  $A$  中三角格网进行三邻近搜索,得到其所有三邻近三角格网集  $3-neighbour(A)$ ,计算  $SameNum(3-neighbour(A), B)$ ,若  $SameNum(3-neighbour(A), B) > 0$ ,则记  $Flag1$  为 true,否则记  $Flag1$  为 false。若  $SameNum(3-neighbour(A), B) = Num(3-neighbour(A))$ ,记  $Flag2$  为 true;否则记  $Flag2$  为 false。若  $SameNum(3-neighbour(A), B) = Num(B)$ ,记  $Flag3$  为 true;否则记  $Flag3$  为 false。

首先依据  $SameNum(A, B)$  是否为 0,将拓扑关系初步区分为两种情况:相离/相接,相交/相等/覆盖/被覆盖/包含/被包含。具体判别方法是

若 SameNum(A, B)为 0, 则拓扑关系相离/相接; 若 SameNum(A, B)不为 0, 则拓扑关系为相交/相等/覆盖/被覆盖/包含/被包含。如表 1 所示。

表 1 用 INITIALTAB 对球面栅格拓扑关系作初步判断

Tab. 1 QTM Topological Relation

SameNum(A, B)	拓扑关系
0	相交/相等
不为 0	相交/相等/覆盖/被覆盖/包含/被包含

其中拓扑关系相离/相接的判别方法是若 Flag1 为 true, 则拓扑关系为相接; 反之, 若 Flag1 为 false, 拓扑关系为相离。如表 2 所示。

表 2 用 STOPTAB1 判断相接与相离

Tab. 2 Distinguishing the Disjoin and Touch Relation

球面栅格区域	Flag1	拓扑关系
	true	相接
	false	相离

然后判别拓扑关系相等/相交/覆盖/被覆盖/包含/被包含: 若 SameNum(A, B) = Num(A) = Num(B), 则拓扑关系为相等; 若 SameNum(A, B) < Num(A) 且 SameNum(A, B) < Num(B), 则拓扑关系为相交。若 SameNum(A, B) 只与 Num(A)、Num(B) 其中的一个相等, 则拓扑关系为覆盖/被覆盖/包含/被包含, 如表 3 所示。

表 3 用 TEMPTAB1 判断相等/相交/覆盖/被覆盖/包含/被包含

Tab. 3 Distinguishing the Intersection/Equation, Inclusion/Covering and Being Included by Being Covered Relation

球面栅格区域	三角格网个数比较	拓扑关系
	SameNum(A, B) = Num(A) = Num(B)	相等
	SameNum(A, B) < Num(A) 且 SameNum(A, B) < Num(B)	相交
	SameNum(A, B) = Num(A) 或 SameNum(A, B) = Num(B)	覆盖/被覆盖/包含/被包含

继而判别拓扑关系覆盖/被覆盖/包含/被包含: 若 Num(A) > Num(B), 则拓扑关系为包含/覆盖; 若 Num(A) < Num(B), 则拓扑关系为被包含/被覆盖, 如表 4 所示。

拓扑关系被包含/被覆盖的判别方法是: 若 Flag2 为 true, 则拓扑关系为被包含; 反之, 若

表 4 用 TEMPTAB2 判断覆盖/被覆盖/包含/被包含

Tab. 4 Distinguishing the Inclusion/Covering and Being Included/Being Covered Relation

球面栅格区域	三角格网个数比较	拓扑关系
	Num(A) > Num(B)	包含/覆盖
	Num(A) < Num(B)	被包含/被覆盖

Flag2 为 false, 则拓扑关系为被覆盖。若 Flag3 为 true, 则拓扑关系为包含, 如表 5 所示。

表 5 用 STOPTAB2 判断被覆盖/被包含

Tab. 5 Distinguishing Being Included/Being Covered Relation

球面栅格区域	Flag2	拓扑关系
	true	包含
	false	覆盖

拓扑关系包含/覆盖的判别方法是: 若 Flag3 为 true, 则拓扑关系为包含; 反之, 如果 Flag3 为 false, 则拓扑关系为覆盖, 如表 6 所示。

表 6 用 STOPTAB3 判断覆盖/包含

Tab. 6 Distinguishing the Inclusion/Covering Relation

球面栅格区域	Flag3	拓扑关系
	true	被包含
	false	被覆盖

### 2.3 计算流程图

在球面四元三角网中, 利用基于公共三角格网的方法计算两球面栅格实体 A 和 B 的拓扑关系。首先要计算 SameNum(A, B) 的值, 查看表 INITIALTAB 将拓扑关系初步区分为相离/相接、相交/相等/包含/覆盖/被包含/被覆盖这两大部分。若 SameNum(A, B) 为 0, 则转到表 STOPTAB1 判断; 若 SameNum(A, B) 不为 0, 则转到表 TEMPTAB1 判断。如果 SameNum(A, B) = Num(A) = Num(B) 直接判断为相等, 如果 SameNum(A, B) < Num(A) 且 SameNum(A, B) < Num(B) 直接判断为相交, 如果 SameNum(A, B) = Num(A) 或 SameNum(A, B) = Num(B) 则转到表 TEMPTAB2 判断; 若 Num(A) > Num(B) 则转到表 STOPTAB2 判断; 若 Num(A) < Num(B) 则转到表 STOPTAB3 判断。

因此,球面四元三角网的拓扑关系计算流程如图 3 所示。

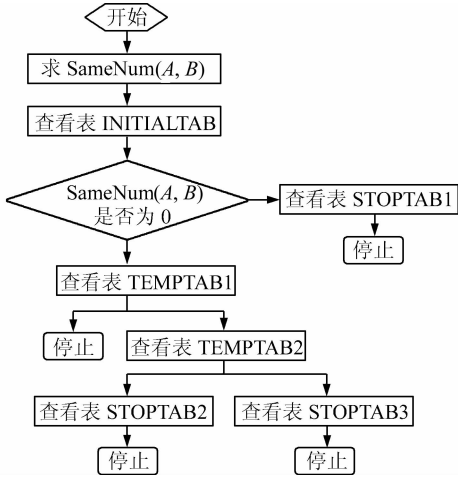


图 3 球面四元三角网拓扑关系的计算流程图

Fig. 3 Flowchart of Computing the Complicated Topological Relation in QTM

### 3 实验

本文在 Visual C# 2008 环境下,以 Direct3D 开发包作为开发工具来实现相关算法,并对本文提出的算法的正确性和可行性进行了验证。针对带空洞复杂空间实体常见且难以区分的拓扑关系覆盖(被覆盖)/包含(被包含),本文进行了相关的实验。如图 4 所示的两球面栅格实体 A、B,其中  $A = \{a_1, a_2, \dots\}$ ,  $CODE[a_1] = 0010100100$ ,  $CODE[a_2] = 0010101001, \dots$ ;  $B = \{b_1, b_2, b_3\}$ ,  $CODE[b_1] = 0010101001$ ,  $CODE[b_2] = 0010101010$ ,  $CODE[b_3] = 0010100111$ 。

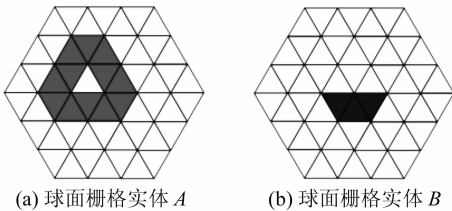


图 4 两球面栅格实体 A 与 B 示意图

Fig. 4 Objects A and B in QTM

首先计算两球面栅格实体的公共三角格网 SameNum(A, B),通过比较三角格网的编码得知该值为 3,查看表 INITIALTAB 转到表 TEMPTAB2 判断。SameNum(A, B) = 3, Num(A) = 12, Num(B) = 3,它们之间的关系为 SameNum(A, B) = Num(B),因此需转到表 TEMPTAB3 判断;假若 Num(A) > Num(B),需最后转到表

STOPTAB2判断出 A 与 B 的拓扑关系为覆盖。

### 4 结 语

本文提出的基于公共三角形的球面四元三角网拓扑关系计算方法符合球面四元三角网的特性,解决了因球面栅格区域包含空洞而无法计算拓扑关系的问题,为基于球面四元三角网的全球空间分析和应用提供了理论基础。该方法首先根据两个球面区域中是否存在公共三角格网初步区分相离/相接、交叉、相等、包含/覆盖、被包含/被覆盖这 5 对拓扑关系,然后通过比较公共三角格网个数与球面栅格区域三角格网的个数以及球面栅格区域的边邻近问题,再把这 5 种拓扑关系逐步区分出来。相比于笔者此前提出的基于集合多算子的四元组模型,解决了当球面栅格区域包含空洞的复杂目标时,拓扑关系难以区分的问题。本文提出的方法可以准确地判断出相离/相接以及覆盖(被覆盖)/包含(被包含)这几种常见而又难以区分的拓扑关系。

### 参 考 文 献

- [1] Bartholdi I I I, Goldsman P. Continuous Indexing of Hierarchical Subdivisions of the Globe[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2001, 15(6): 489-522
- [2] 赵学胜,陈军. 基于球面四元三角网剖分的层次空间关系推理[J]. 测绘学报, 2001, 30(4): 355-360
- [3] Li Zhilin, Zhao Renliang, Chen Jun. A Generic Algebra for Spatial Relations[J]. Progress in Natural Science, 2002, 12(7): 528-536
- [4] 陈军,侯妙乐,赵学胜. 球面四元三角网的基本拓扑关系描述和计算[J]. 测绘学报, 2007, 36(2): 176-180
- [5] 赵学胜,侯妙乐,白建军. 全球离散格网的空间数字建模[M]. 北京:测绘出版社, 2007
- [6] Lee M, Samet H. Navigating Through Triangle Meshes Implemented as Linear Quadtree [R]. TR3900, Department of Computer Science, University of Maryland, College Park, MD, 1998
- [7] 侯妙乐,赵学胜,陈军. 球面四元三角网的三拓扑数计算[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(1): 60-63

第一作者简介:侯妙乐,副教授,博士,主要研究方向为球面数字拓扑和三维重建。  
E-mail:houliaole@bucea.edu.cn