

基于 Kalman 滤波的断层扫描初步 层析水汽湿折射率分布

张双成¹ 叶世榕¹ 万 蓉² 陈 波²

(1 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 中国气象局武汉暴雨研究所,武汉市洪山区东湖东路 3 号,430074)

摘 要:给出了基于 GPS 信号湿延迟的层析格网模型的建立方法,对 Kalman 滤波层析水汽算法给出了详细的推导说明,采用给定的算法初步层析了香港区域水汽湿折射率分布。结果显示,基于 Kalman 滤波的层析算法可以较好地重构水汽的空间分布,较之附加约束条件的层析算法更加容易实现与计算。
关键词:地基 GNSS 气象;层析格网模型;Kalman 滤波;湿折射率
中图法分类号:P228.42

随着地基 GPS 反演水汽理论的不完善,加之 GPS 技术具有高精度、高时空分辨率、全天候、实时连续和维护简单等特点,地基 GPS 遥感水汽逐渐成为传统大气探测手段的有力补充。尽管地基 GPS 目前能以 mm 级的精度反演天顶可降水量(PWV)^[1],但 PWV 是测站上空可降水量的总和,不能直接提供水汽的廓线分层信息,这在一定程度上影响了它在数值预报和其他领域方面的应用。

利用 GPS 可观测到大气倾斜延迟及其水平梯度信息,该信息反映了大气折射率分布的三维结构^[2],为利用地基 GPS 获取水汽廓线信息的研究提供了契机。目前,层析水汽的方法主要采用医学领域的断层扫描技术(computerized tomography, CT)^[3-7]。随着 GPS 气象研究及应用的不断深入,国内学者也展开了广泛的研究^[8-11]。这些研究都论证了利用地基 GPS 监测网层析大气结构是可行的。为了减少层析算法受气象传感器(如探空、雷达和数值预报等)提供先验信息的约束,本文仅对基于 Kalman 滤波的层析算法进行了系统的研究。

1 基于 CT 技术构建层析水汽的格网模型

尽管 1998 年 Ruffini 等人成功地利用层析算

法给出了全球电离层四维图像,但相对电离层而言,由于对流层对 GPS 信号的影响量级较小和时空变化较快等因素,使得层析对流层时在方法及数据处理等方面有诸多不同。下面以 GPS 斜路径湿延迟为观测值,给出层析水汽折射率格网模型的构建方法。

设 GPS 斜路径湿延迟观测值是沿 GPS 信号方向上湿折射率的积分^[6]:

$$L_{\text{SWD}} = \int_{\text{slant path}} (n_w - 1) dl \quad (1)$$

式中, L_{SWD} 为 GPS 信号方向的湿延迟量(slant wet delay, SWD); n_w 为湿折射率; dl 为 GPS 信号斜路径。对流层的大气湿折射率可以表示成 $N_w^{\text{SWD}} = 10^6 (n_w - 1)$,故式(1)可改写为:

$$L_{\text{SWD}} = 10^{-6} \int_{\text{slant path}} N_w^{\text{SWD}} dl \quad (2)$$

若用划分网格的形式把层析问题离散化,可将地基 GPS 监测区域上空的对流层大气在水平和垂直方向上划分为许多网格(见图 1)。设在一定时间段内(如 1 h),每个网格的湿折射率是一未知常数,且分布均匀,则将式(2)离散化后,斜路径湿延迟为这条射线所穿越网格的湿延迟总和(见图 2):

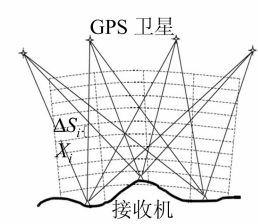
$$L_{\text{SWD}} = \sum_j h(i, j) x(j) \quad (3)$$

式中, $h(i, j)$ 为斜路径 i 在网格 j 中的长度; $x(j)$ 是网格 j 的湿折射率。在一段时间内, 根据穿过格网模型的多个斜路径观测值, 由式(3)可得到如下观测方程组:

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{e}_k \tag{4}$$

式中, \mathbf{L}_k 为观测值湿延迟的列矩阵; \mathbf{H}_k 为穿过网格长度的设计矩阵; \mathbf{X}_k 为未知参数湿折射率的列矩阵; \mathbf{e}_k 为 \mathbf{L}_k 的观测误差。

由于式(4)是根据湿延迟量等于 GPS 信号射线穿过各网格的湿折射度的总和列出的, 所以通常只选用从格网模型顶层穿出的观测值。由于观测网的几何结构会对层析结果的精度产生一定的影响, 因此在实际应用中, 水平网格的划分应使 GPS 站点尽可能均匀分布在不同网格中, 每个网格的大小不应超过 $60\text{ km} \times 60\text{ km}^{[9]}$ 。



X_{16}	X_{17}	X_{18}	X_{19}	X_{20}
X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}
X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5

图 1 地基 GPS 层析水汽示意图

图 2 穿越格网模型的斜路径延迟投影

Fig. 1 Illustration of GPS Tomography Water-vapor

Fig. 2 Projection of GPS Slant Path Delay Passed Voxel Model

2 基于 Kalman 滤波技术层析水汽的空间分布

基于 CT 技术构建的层析水汽格网模型, 由于格网模型上空 GPS 星座在天空中的分布不均匀, 且地面 GPS 观测网的几何构建不能保证地面每个网格内都有测站, 致使模型中某些网格没有 GPS 信号穿过。反映在式(4)中则为, 即使方程数目大于未知量数目, 该方程组亦为秩亏的病态方程组, 导致其无法直接解算。为解决由于某些网格无观测值通过所引起的病态方程问题, 通常可以采用附加约束方程或 Kalman 滤波的方法对其进行求解。附加约束方程是通过增加其他的辅助信息, 如水平和垂直约束等先验信息, 使式(4)满足有解条件。假定水汽分布平稳, 水平约束通常采用距离相关的高斯加权函数, 垂直约束可采用指数递减函数进行约束, 或采用探空、雷达和数值模式的先验信息作为约束^[8-10]。由于附加约束条件的观测方程及待求的参数个数很多, 使得矩

阵求逆变得极其困难, 为此, 可采用奇异值分解法进行参数的正确求解。

为了避开借助其他传感器获取附加约束条件的限制, Gradinarsky 等人采用 Kalman 滤波对层析参数进行了求解^[6]。即将式(4)作为 Kalman 滤波的观测方程, 然后由格网模型参数向量的时空变化构建状态方程, 再利用 Kalman 滤波求解格网模型的状态参数。假设在短时间内, 各网格的湿折射率符合高斯-马尔可夫的随机游走平稳过程(状态转移矩阵 $\Phi_k = 1$), 则有状态方程:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_k \tag{5}$$

式中, \mathbf{X}_k 为 k 时刻的湿折射率状态向量; \mathbf{w}_k 为状态噪声。假设格网模型的状态噪声 \mathbf{w}_k 和观测噪声 \mathbf{e}_k 的统计特性是均值为零、方差分别为 \mathbf{Q}_k 和 \mathbf{R}_k 的高斯白噪声序列, 根据 Kalman 滤波的基本方程式(4)和式(5), 只要给定状态参数 \mathbf{X}_k 的初值 $\hat{\mathbf{X}}_0^-$ 和初始方差 \mathbf{P}_0^- , 根据递推滤波算法^[6]则可求解格网模型中的状态参数。

利用 Kalman 滤波层析湿折射率的空间分布, 最关键的问题是如何确定状态噪声的方差阵 \mathbf{Q}_k , 状态初值 $\hat{\mathbf{X}}_0^-$ 和初始方差阵 \mathbf{P}_0^- 。假设 \mathbf{P}_0^- 可取状态噪声在初始时刻的方差阵 \mathbf{Q}_0 , $\hat{\mathbf{X}}_0^-$ 可取自 $\hat{\mathbf{X}}_0^- = \sqrt{\text{diag}(\mathbf{Q}_0)}^{[6]}$, 则如何准确地求取状态噪声的方差 \mathbf{Q}_k 成为主要研究的问题。Treuhaft 等人较早给出了计算大气折射率的方差协方差算法^[12], Grandinarsky 在其基础上利用地基 GPS 与探空资料对算法进行了改进^[6]。下面对改进后的算法进行详细的说明。

定义格网模型中网格 i 与网格 j 湿折射率的空间相关函数为:

$$D_\chi(r, R) = E\{\left[\chi(r+R) - \chi(r)\right]^2\} \tag{6}$$

式中, r 为网格 i 的位置向量; R 为网格 i 与 j 的水平距离; $\chi(r)$ 为位置 r 的湿折射率函数。进一步假设空间相关函数仅取决于两点的距离 R , 则有:

$$D_\chi(R) = \frac{R^{2/3}}{1 + (R/L)^{2/3}} C^2 \tag{7}$$

式中, $C = 2.4 \times 10^{-7} \text{ m}^{-1/3}$ 和 $L = 3 \times 10^6 \text{ m}$ 均取自经验系数。当考虑网格间的高度变化和大气运动时, 定义同一时刻两点的距离为 R_{3d} , 不同时刻两点的距离为 R_{4d} , 则

$$\begin{aligned} R_{3d}^2 &= R^2 + [C_0 \cdot (h_i - h_j)]^2 \\ R_{4d}^2 &= R_{3d}^2 + (V_w \cdot T)^2 \end{aligned} \tag{8}$$

式中, h_i 和 h_j 分别为网格的高度; C_0 为权系数, 取 $C_0 = 100$; V_w 为气块格网的运动速度; T 为时间间隔。利用式(7)和式(8)可得网格 i 与 j 湿折射率的协方差为^[6]:

$$Q_{ij}(h_1, h_2, R) = \left[\frac{R_{4d}^{2/3}}{1 + (R_{4d}/L)^{2/3}} - \frac{R_{3d}^{2/3}}{1 + (R_{3d}/L)^{2/3}} \right] \cdot C_c \quad (9)$$

式中, $C_c = C^2 e^{-\frac{h_1+h_2}{h_c}}$, h_c 为层析格网模型的总高度。

格网模型中,各网格间的湿折射率协方差可根据式(9)进行计算,各网格的方差可采用递减指数形式给出^[6],而滤波初值的初始协方差 P_0^- 可由下式计算得到:

$$P_0^- = Q_0(h_1, h_2, R) = \frac{(L^{2/3} - C_R)C_c}{2} \quad (10)$$

式中,

$$C_R = \frac{[R^2 + (h_1 - h_2)^2 C_0]^{1/3}}{1 + \left[\frac{R^2 + (h_1 - h_2)^2 C_0}{L^2} \right]^{1/3}} \quad (11)$$

基于上述算法,首先利用式(10)和指数递减形式给出滤波状态初值的协方差阵 P_0^- ,然后利用 $\hat{X}_0^- = \sqrt{\text{diag}(P_0^-)}$ 计算得到滤波状态初值,再利用式(9)和指数递减形式给出滤波状态噪声的方差协方差阵 Q_k ,进而可结合观测值利用 Kalman 滤波递推解算网格模型的湿折射率的空间分布。

3 层析香港地基 GPS 水汽湿折射率的空间分布

于 2003 年建成运行的香港地基 GPS 气象监测网络包含 12 个连续运行的 GPS 监测站,站间相互距离为 7~27 km。为验证本文层析算法的有效性和可靠性,利用香港地基 GPS 气象监测网进行了初步层析实验。为计算简便,层析格网模型的坐标系采用局部大地坐标系,对流层总高度由下至上取 10 km,垂直分辨率为 1 km;平面网格间距约 5 km(见图 3),经度由西向东依次划分成 12 个网格,纬度由南向北依次划分成 8 个网

格,格网模型共计 $12 \times 8 \times 10 = 96$ 个网格。实验获取了 2007 年 7 月 1 日 12 个 GPS 气象站的观测资料,首先采用美国 MIT 提供的 GAMIT 软件包通过联测 IGS 站解算出各站的天顶湿延迟,天顶延迟的分辨率为 30 min,水平梯度的分辨率为 2 h,映射函数采用 VMF1;然后采用顾及双差残差算法来进一步获取穿过层析格网模型顶层的 GPS 斜路径湿延迟观测量(见图 4)。基于获得的湿延迟观测量,层析窗口取 2 h,采用 Kalman 滤波的层析算法得到每 2 h 一次的湿折射率的空间三维分布。为节省篇幅,文中仅给出了当天 7:00 至 9:00 的层析结果(见图 5)。为检测层析结果的精度,选取香港探空站(经度 114.17° ,纬度 22.32°)提供的站点廓线观测值作为参考值。

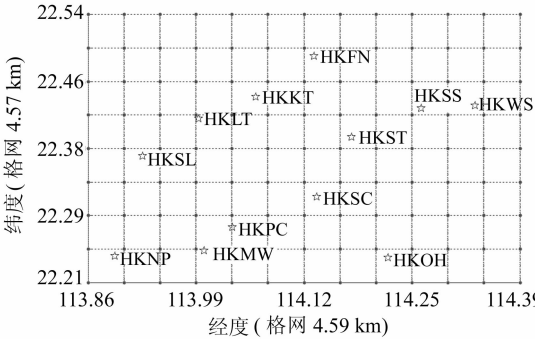


图 3 香港地基 GPS 监测站平面分布

Fig. 3 Plan View of Ground-based GPS Stations in Hong Kong

结合图 5 和图 6,分析上述初步的层析结果可知:① 由图 5 可以看出,仅基于 Kalman 滤波的层析算法可以较好地给出区域水汽湿折射率的空间三维分布及其变化趋势,即对流层底层受水汽影响的折射率最大,随着高度的上升,水汽减少,折射率逐渐减弱至零。② 将层析区域的探空站观测到的折射率廓线信息作为参考值,与相应的地基 GPS 层析的水汽折射率廓线进行比对,由

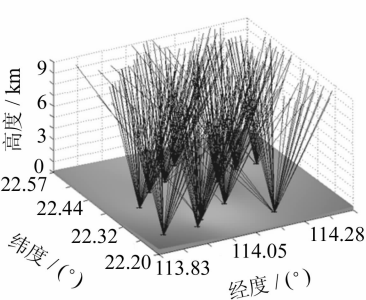


图 4 穿过格网模型的 GPS 斜路径的 GPS 斜路径
Fig. 4 3D View of GPS Slant Wet Delay Passed Voxel Model

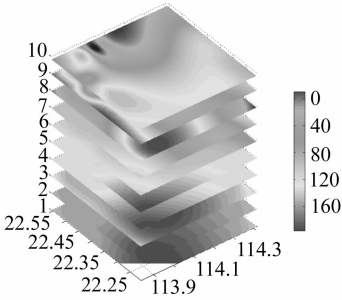


图 5 层析香港地区湿折射率的三维分布
Fig. 5 3D View of Tomography Wet Refractivity in Hong Kong

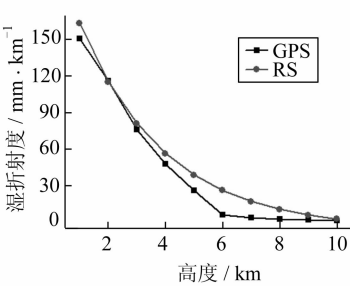


图 6 反演的香港探空站湿折射率的轮廓线
Fig. 6 Retrieved Wet Refractivity Profiles at Radio Sonde Station in Hong Kong

图 6 可看出,初步结果的整个趋势符合大气折射率的变化规律,且两者吻合得较好,标准偏差为 3.29 mm/km。③ 尽管整体吻合较好,但随着对流层高度的增加,由图 5 和图 6 可看出,本文的初步层析结果逐渐趋于不稳定,特别是中间层(见图 6 中的 5~8 km),而且层析大气顶层的边界结果(见图 5 中上层边界色调的变化)的偏差也逐渐变大。④ 基于 Kalman 滤波的层析算法获取的初步层析结果,一方面证实了基于地基 GPS 层析大气分布的可行性,另一方面也揭示本文算法依然存在不足,需要进一步对算法进行改进来提高层析水汽的精度和可靠性。

4 结 语

以地基 GPS 监测网的斜路径湿延迟为观测值构建层析格网模型,然后基于 Kalman 滤波的层析算法可以初步层析水汽湿折射率的空间分布。层析结果证实,全天候地基 GPS 气象监测网有能力层析水汽的四维分布信息,使得地基 GPS 监测网在 GNSS 实时大气模型的建立、大气科学和校正 InSAR 大气折射误差等领域拥有更加广阔的应用前景。

尽管本文给出了初步层析结果,但由于层析结果受多方面因素的影响,因此需要对层析算法作进一步的深入研究,如采用空间相关函数和抗差自适应 Sage 滤波相结合的方法来确定状态向量的方差-协方差阵,利用扩展无限格网模型解决层析结果的边值问题等,以期使基于地基 GPS 层析水汽的空间分布算法更加简便、高效、可靠,而无需涉及过多的气象学知识等。

致谢:感谢美国 MIT 授权使用 GAMIT/GLOBK 软件,感谢美国 MIT 地球大气科学系的 Robert W. King 和 Tom Herring 博士等人在数据处理上给予的帮助;感谢香港地政总署测绘处提供的香港 CORS 网监测数据。

参 考 文 献

[1] Bevis M, Businger S, Herring T A. GPS Meteorology: Remote Sensing of Atmospheric Water Vapor Using the Global Positioning System[J]. Journal of Geophysical Research, 1992,97(4):15 787-15 801

[2] Bar-Sever Y E, Kroger P M, Borjesson J A. Estimating Horizontal Gradients of Tropospheric Path Delay with a Single GPS Receiver[J]. Journal of Geophysical Research, 1998,103(B3): 5 019-5 035

[3] Seko H, Shimada S, Nakamura H, et al. Three-Dimensional Distribution of Water Vapor Estimated from Tropospheric Delay of GPS Data in a Mesoscale Precipitation System of the Baiu Front[J]. Earth Planets Space, 2000,52: 927-933

[4] Flores A, de Arellano J V G, Gradinarsky L P, et al. Tomography of the Lower Troposphere Using a Small Dense Network of GPS Receivers[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2001,39(2): 439-447

[5] MacDonald A E, Xie Yuanfu, Ware R H. Diagnosis of Three-dimensional Water Vapor Using a GPS Network[J]. Monthly Weather Review, 2002,130(2): 386-397

[6] Gradinarsky L P. Sensing Atmospheric Water Vapor Using Radio Waves[D]. Gothenburg: Chalmers University of Technology, 2002

[7] Nilsson T, Gradinarsky L. Water Vapor Tomography Using GPS Phase Observations: Simulation Results[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44(10): 2 927-2 941

[8] 宋淑丽. 地基 GPS 网对水汽三维分布的监测及其在气象学中的应用[D]. 上海:中国科学院上海天文台, 2004

[9] 毕研盟. 应用全球定位系统(GPS)遥感大气水汽的研究[D]. 北京:北京大学, 2004

[10] 曹云昌,陈永奇,李炳华. GPS 测定大气绝对湿度廓线方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2006, 27(6): 1 132-1 135

[11] Cao Yunchang, Chen Yongqi, Li Pingwha. Wet Refractivity Tomography with an Improved Kalman-Filter Method [J]. Advances in Atmospheric Sciences, 2006, 23(5): 693-699

[12] Treuhalt R N, Lanyi G E. The Effect of the Dynamic Wet Troposphere on Radio Interferometric Measurements[J]. Radio Science, 1987, 22: 251-265

[13] 陈永奇,刘焱雄,王晓亚,等. 香港实时 GPS 水汽监测系统的若干关键技术[J]. 测绘学报, 2007, 36(1): 9-12

[14] Herring T A, King R W, McClusky S C. Documentation for the GAMIT GPS Processing Software, Release 10.3[R]. Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences, Massachusetts Institute of Technology, 2006

第一作者简介:张双成,博士生。现主要从事高精度 GNSS 数据处理与 GNSS 实时大气模型研究。
E-mail:shuangcheng1979@163.com