

高低卫-卫跟踪模式主要技术指标 的模拟分析与验证

钟 波¹ 罗志才^{1,2} 罗 佳^{1,2} 吴云龙¹

(1 武汉大学测绘学院,武汉市珞喻路 129 号,430079)
(2 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室,武汉市珞喻路 129 号,430079)

摘 要:基于重力场信号的频谱特性建立了 SST-hl 加速度计和星载 GPS 等有效载荷的解析误差分析模型。以 CHAMP 卫星的相关技术指标为例,对卫星高度、加速度计精度和 GPS 定轨精度等技术指标与恢复重力场的性能作了模拟分析。将模拟分析结果与 EGM96 和 EIGEN-CHAMP03S 模型进行了比较,验证了解析模拟分析模型的有效性。

关键词:地球重力场;卫星跟踪卫星;有效载荷;技术指标

中图法分类号:P223.0

重力卫星以其快速、高效和几乎全球覆盖的特性,在确定重力场方面正发挥着重要的作用。鉴于重力卫星重要的科学价值和国防需要,尽快跟踪和开展卫星重力探测技术的研究,发射我国自主的重力卫星已是发展所需^[1,2]。当前,我国发展重力卫星系统的首要任务是开展相关技术指标的设计与论证工作。近年来,国内外许多学者基于高低卫-卫跟踪模式研究了利用卫星星历观测值和加速度数据恢复地球重力场的方法^[3-7],并讨论了卫星轨道误差和加速度计误差对恢复地球重力场的影响^[8-10],这些研究成果为重力卫星关键有效载荷的指标设计与论证提供了参考。在利用 SST 技术研究地球重力场引力位时,往往需要在频域内讨论信号的特性^[11,12]。本文采用解析方法建立了 SST-hl 模式关键有效载荷的误差分析模型,对卫星高度、加速度计精度和 GPS 定轨精度等指标进行了模拟分析与验证。

1 模拟分析模型的建立

1.1 加速度计误差分析模型

非保守力中,量级最大的为大气阻力,而大气阻力引起的摄动加速度是由加速度计切向的分量

a_T 测得的,因此,非保守力耗散能 ΔC 采用如下公式^[4]近似计算:

$$\Delta C = \int_{t_0}^t |v| a_T dt \tag{1}$$

式中, $|v|$ 为卫星速度矢量的模。由式(1)可得,因加速度计切向误差 da_T 而产生的耗散能误差的近似公式为:

$$d\Delta C = T \cdot |\bar{v}| da_T \tag{2}$$

式中, T 为积分时间; \bar{v} 为平均速度。

将耗散能误差 $d\Delta C$ 视为卫星的位能差 dV ,并注意 dV 与摄动位 R 有相同的功率谱,由式(2)可得到 R 的功率谱与 da_T 的误差谱的关系为:

$$V_n^2\{R\} = T^2 |\bar{v}|^2 V_n^2\{da_T\} \tag{3}$$

而大地水准面高 N 与 R 的功率谱关系为^[12]:

$$V_n^2\{N\} = \frac{r^2}{\gamma_e GM} \left(\frac{r}{a_e}\right)^{2n} V_n^2\{R\} \tag{4}$$

其中, a_e 为地球赤道平均半径; r 为卫星质心到地心的距离; γ_e 为赤道处的正常重力; GM 为地心引力常数。将式(3)代入式(4),并假设卫星绕地球以速度 \bar{v} 作圆周运动,则可得 SST-hl 模式因加速度计切向误差而引起的大地水准面高的误差谱为:

$$\sigma_n^2\{N\}_{a_T}^{hl} = \frac{T^2 r}{\gamma_e} \cdot \left(\frac{r}{a_e}\right)^{2n} \frac{\sigma_{a_T}^2}{N_{\max}} \tag{5}$$

式中, $\sigma_{a_T}^2$ 为加速度计切向误差的方差; N_{\max} 为根据 Nyquist 频率准则获得的地球重力场模型的最高阶数, 其近似公式为:

$$N_{\max} = \frac{\pi}{\delta t} \sqrt{\frac{a^3}{GM}} \tag{6}$$

其中, a 为卫星轨道的长半轴; δt 为采样时间间隔。

类似可推导加速度计径向测量误差 da_R 对恢复重力场影响的解析关系式。因 da_R 而使卫星产生的位能差 dV 为:

$$dV = da_R \cdot r \tag{7}$$

与式(5)的推导过程类似, 直接给出 SST-hl 模式因 da_R 而引起的大地水准面高的误差谱公式:

$$\sigma_n^2 \{N\}_{a_R}^{\text{hl}} = \frac{r^4}{\gamma_e GM} \left(\frac{r}{a_e}\right)^{2n} \frac{\sigma_{a_R}^2}{N_{\max}} \tag{8}$$

其中, $\sigma_{a_R}^2$ 为加速计径向误差的方差。

1.2 GPS 定轨误差分析模型

SST-hl 的定轨精度主要受径向轨道误差的影响。地球重力场引力位 V 可表达为^[11]:

$$V = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{b=1}^2 \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n C_{bmn} Y_{bmn} \right] \tag{9}$$

式中,

$$Y_{bmn} = \begin{cases} P_{mn}(\sin\phi) \cos m\lambda, & b = 1 \\ P_{mn}(\sin\phi) \sin m\lambda, & b = 2 \end{cases} \tag{10}$$

$$C_{bmn} = \begin{cases} C_{mn}, & b = 1 \\ S_{mn}, & b = 2 \end{cases} \tag{11}$$

其中, ϕ, λ 为空间点的地心纬度与经度; $P_{mn}(\sin\phi)$ 为缔合勒让德函数; C_{mn}, S_{mn} 为地球引力位系数; N 为引力位球谐展开的最高截断阶次, 最高阶次 N 所对应的空间分辨率 D (半波长) 为:

$$D \approx 20\,000/N \tag{12}$$

由式(9)可得:

$$\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} \left[1 + \sum_{b=1}^2 \sum_{n=2}^N (n+1) \left(\frac{a_e}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n C_{bmn} Y_{bmn} \right] \tag{13}$$

基于 Kaula 规则, 可得 ∂V 与 ∂r 的功率谱关系为:

$$\frac{V_n^2 \{\partial V\}}{V_n^2 \{\partial r\}} = \left(\frac{GM}{r^2}\right)^2 [1 + (n+1)^2 \left(\frac{a_e}{r}\right)^{2n} \cdot 1.6 \times 10^{-10} n^{-3}] \tag{14}$$

因 ∂V 与 R 具有一致的功率谱, 由式(14)可得 R 与径向轨道误差 σ_r 的误差谱关系为:

$$V_n^2 \{R\} = \left(\frac{GM}{r^2}\right)^2 [1 + (n+1)^2 \left(\frac{a_e}{r}\right)^{2n} \cdot 1.6 \times 10^{-10} n^{-3}] \frac{\sigma_r^2}{N_{\max}} \tag{15}$$

将式(15)代入式(4), 可得 SST-hl 模式由于径向

轨道误差导致恢复大地水准面高的误差谱为:

$$\sigma_n^2 \{N\}_{\text{GPS}}^{\text{hl}} = \frac{GM}{r^2 \gamma_e} \left[\left(\frac{r}{a_e}\right)^{2n} + (n+1)^2 \cdot 1.6 \times 10^{-10} n^{-3} \right] \frac{\sigma_r^2}{N_{\max}} \tag{16}$$

式中, σ_r^2 为径向轨道误差的方差。

1.3 观测时间跨度对恢复重力场的影响

在利用 SST 测量数据恢复地球重力场时, SST 星下点至少需要完成一个比较均匀的地面覆盖。若采用最短运行天数 (k 天) 内的 SST 观测数据可以恢复一定精度的地球重力场模型, 那么根据误差传播定律可粗略地估计出当采用 SST 观测数据的时间跨度为最短运行天数的 m 倍时, 其恢复地球重力场模型的精度大约可提高 \sqrt{m} 倍^[7,9]。

1.4 SST-hl 误差分析模型

SST-hl 模式的关键有效载荷为星载加速度计和星载 GPS 接收机, 其相应的主要有效载荷恢复大地水准面高的噪声谱为:

$$\sigma_n^2 \{N\}_{\text{hl}} = \sigma_n^2 \{N\}_{a_T}^{\text{hl}} + \sigma_n^2 \{N\}_{a_R}^{\text{hl}} + \sigma_n^2 \{N\}_{\text{GPS}}^{\text{hl}} \tag{17}$$

于是可近似地估计 SST-hl 模式任意阶及累积到 L 阶的大地水准面高的误差分别为:

$$\sigma \{N\}_{\text{hl}}^L = \sqrt{\sigma_n^2 \{N\}_{\text{hl}}}, \sigma \{N\}_{\text{hl}}^L = \sqrt{\sum_{n=2}^L \sigma_n^2 \{N\}_{\text{hl}}} \tag{18}$$

2 模拟分析与验证

2.1 加速度计分析

由于加速度计存在测量误差, 其误差会对积分轨道造成影响, 进而导致解算的重力场模型的位系数产生误差, 因此, 为了避免加速度计测量误差的累积效应, 轨道积分弧段不宜太长。本文适中地选取 2.4 h 的积分弧段作计算分析。表 1 给出了不同切向与径向加速度计误差对恢复大地水准面的影响值 (450 km 卫星高度、10 s 采样间隔、2.4 h 的积分弧长、180 天时间跨度的数据)。

从表 1 可以看出, 当加速度计切向与径向精度相同时, 切向 2.4 h 积分弧长累积的大地水准面误差约为径向的 10 倍; 当加速度计切向精度高于径向精度 1 个量级时, 切向 2.4 h 积分弧长累积的大地水准面误差与径向大致相当。由于 CHAMP 卫星装载的加速度计径向精度约为 $1.0 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$, 而切向和法向精度约为 $1.0 \times 10^{-9} \text{ m/s}^2$, 因此从表 1 模拟的结果看, 在利用 CHAMP

表 1 加速度计切向和径向误差对恢复大地水准面的影响

Tab.1 Cumulative Geoid Errors Vary with Different Tangential and Radial Accuracies of ACC

	加速度计精度 /m·s ⁻²	40 阶	80 阶	120 阶
切向/m	1.0×10 ⁻⁷	0.586	8.980	137.293
	1.0×10 ⁻⁸	0.059	0.898	13.729
	1.0×10 ⁻⁹	0.006	0.090	1.373
径向/m	1.0×10 ⁻⁷	0.061	0.929	14.201
	1.0×10 ⁻⁸	0.006	0.093	1.420
	1.0×10 ⁻⁹	0.000 6	0.009	0.142

卫星短弧(积分时间少于 2.4 h)数据恢复重力场时,不能忽略加速度计径向误差的影响。

图 1(a)为不同星载加速度计精度(假设切向与径向精度相同)对恢复大地水准面影响的累积误差图(SST-hl 模式、卫星高度 450 km、GPS 定轨精度 5 cm、采样间隔 10 s、时间跨度为 90 d、2.4 h 的积分弧长)。从图 1(a)可以看出,提高加速度计精度对恢复地球重力场有利,但每提高一个数量级的加速度计精度不会带来等量级重力场精度的提高。当 GPS 定轨精度为 5 cm 时,高于 $1.0\times10^{-9}\text{ m/s}^2$ 的加速度计精度对恢复重力场精度的作用已不明显,因为 GPS 定轨精度与加速度计精度之间存在一定的精度匹配关系,只有同时提高它们的精度,才能达到提高恢复重力场精度的目的。

2.2 星载 GPS 分析

图 1(b)为不同 GPS 定轨精度对恢复大地水准面影响的累积误差图(SST-hl 模式、卫星高度 450 km、星载加速度计切向与径向精度为 $1.0\times10^{-9}\text{ m/s}^2$ 、采样间隔 10 s、时间跨度为 90 d、2.4 h 的积分弧长)。

从图 1(b)可以看出,提高星载 GPS 定轨的精度对恢复地球重力场有利,当 GPS 定轨精度从 10 cm 提高到 5 cm 时,其恢复地球重力场精度的量级不大,但当 GPS 定轨精度从 5 cm 提高到 1 cm 时,其对恢复地球重力场精度有较大幅度的提高。这说明轨道误差对恢复地球重力场的影响较大,如果能将 GPS 定轨精度提高到 5cm 以内,将极大地提高 SST-hl 系统恢复地球重力场的性能。因此,精密定轨技术是 SST-hl 系统恢复高精度地球重力场的关键技术之一。另外,肖云^[9]、Moore^[10]等学者的模拟结果也表明,GPS 定轨误差对 SST-hl 模式恢复地球重力场的影响非常大,这与本文的模拟结果相符合。

2.3 卫星高度分析

图 1(c)为不同卫星高度对恢复大地水准面影响的累积误差图(SST-hl 模式、星载加速度计切向与径向精度为 $1.0\times10^{-9}\text{ m/s}^2$ 、GPS 定轨精度为 5 cm、采样间隔 10 s、时间跨度为 90 d、2.4 h 的积分弧长)。

由图 1(c)可以看出,轨道高度降低对 SST 系统恢复重力场的性能有利,并且高阶次系数对轨道高度的变化更加敏感,因此,降低轨道高度可提高恢复高阶次重力场位系数的精度。但轨道高度的选择并不是越低越好,轨道降低后,由于大气密度的增加会加大加速度计测定非保守力的误差和减短卫星运行的寿命,从而影响了 SST 的测量性能。因此,需要结合重力卫星任务的科学目标和载荷的设计水平等因素来提出对轨道高度的要求。

2.4 模拟结果的验证

本文设计了 3 种模拟实验,其模拟的卫星高度为 450 km,采样间隔为 10 s,时间跨度为 360 d,积分时间为 2.4 h,三种模拟实验的 GPS 精度分别为 10 cm、5 cm、1 cm;ACC 精度分别为 $1.0\times10^{-8}\text{ m/s}^2$ 、 $1.0\times10^{-9}\text{ m/s}^2$ 、 $1.0\times10^{-10}\text{ m/s}^2$ 。

图 2 给出了以上三种模拟实验恢复大地水准面的累积误差,以及 EGM96 模型和 GFZ 的 EIGEN-CHAMP03S 模型相应的大地水准面累积误差。从图 2 可以看出,模拟实验 2 恢复地球重力场的精度在 90 阶前与 EIGEN-CHAMP03S 模型的精度非常接近,并且其技术指标与 CHAMP 卫星最为接近。上述结果初步表明,本文建立的解析模拟分析模型可以用于对 SST-hl 的主要技术指标进行定性和定量的分析,其分析结果基本符合 CHAMP 卫星在轨的实测数据。

3 结 语

本文基于重力场信号的频谱特性建立的 SST-hl 加速度计、星载 GPS 等有效载荷的解析误差分析模型,具有表达简洁、物理意义明显和简化计算的特点。通过对卫星高度、加速度计精度和 GPS 定轨精度等技术指标的模拟分析与验证,表明了该模型可以用于 SST-hl 主要技术指标的定性和定量分析,可为我国发展 SST 重力探测卫星主要技术指标的初步设计提供参考。

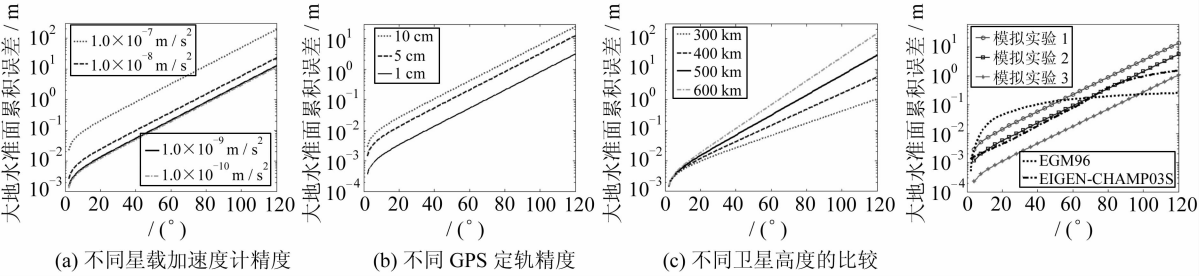


图 1 各种因素对恢复大地水准面的影响(SST-hl)

Fig.1 Cumulative Geoid Errors Vary with Simulated Results and Comparison Modes

图 2 模拟结果的比较

Fig.2 Comparison of Simulated Results

参 考 文 献

[1] 宁津生, 罗志才. 卫星跟踪卫星技术的进展及应用前景[J]. 测绘科学, 2000, 25(4): 1-4

[2] 周旭华, 吴斌, 许厚泽, 等. 模拟研究卫-卫跟踪中星间隔的选择问题[J]. 天文学报, 2005, 46(1): 62-69

[3] Han S C, Jekeli C, Shum C K. Efficient Gravity Field Recovery Using in Situ Disturbing Potential Observables from CHAMP [J]. Geophysical Research Letters, 2002, 29(16): 1 789-1 794

[4] Howe E, Tseng L, Tscherning C C. Analysis of One Month of CHAMP State Vector and Accelerometer Data for the Recovery of the Gravity Potential[J]. Advances in Geosciences, 2003(1): 1-4

[5] 徐天河, 杨元喜. 利用 CHAMP 卫星星历及加速度计数据推求地球重力场模型[J]. 测绘学报, 2004, 33(2): 95-99

[6] 周旭华, 吴斌, 彭碧波, 等. 利用 CHAMP 科学轨道数据和星载加速度计数据反演地球重力场[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(2): 172-175

[7] 沈云中. 应用 CHAMP 卫星星历精化地球重力场模型的研究[D]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2000

[8] 徐天河, 杨元喜. CHAMP 轨道及加速度计误差对恢复重力场的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2005, 25(2): 75-81

[9] 肖云, 夏哲仁, 王兴涛. 高低卫跟踪模式恢复地球重力场的误差分析[J]. 测绘学报, 2006, 35(2): 106-111

[10] Moore P, Turner J F, Qiang Z. Errors Analysis of CHAMP Data for Recovery of the Earth's Gravity Field[J]. Journal of Geodesy, 2003(77): 369-380

[11] Lambeck K. Geophysical Geodesy: The Slow Deformations of the Earth[M]. New York: Oxford University Press, 1988

[12] 罗佳. 利用卫星跟踪卫星确定地球重力场的理论和方法[D]. 武汉: 武汉大学, 2003

第一作者简介: 钟波, 博士生. 主要从事物理大地测量学与卫星重力学研究.
E-mail: Bellbo@sohu.com

Simulation Analysis and Verification for Major Indexes of High-Low Satellite-to-Satellite Tracking Mission

ZHONG Bo¹ LUO Zhicai^{1, 2} LUO Jia^{1, 2} WU Yunlong¹

(1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)
(2 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: The error analysis models of onboard accelerometer and GPS receiver in recovering the earth's gravity field for SST-hl are established based on analytical theory. The performance of the altitude of the orbit, the indexes of accelerometer and GPS positioning precision in recovering the earth's gravity field are analyzed. Compared to the cumulative geoid errors derived from EGM96 and EIGEN-CHAMP03S models, the simulated results validate the effectiveness of the analytical simulation methods.

Key words: Earth's gravity field; satellite-to-satellite tracking; payload; technology index