

甚宽频带地震计二阶传递函数的精确测定方法研究

周云耀^{1,2} 吴 涛¹ 王 墩¹

(1 中国地震局地震研究所,武汉市洪山侧路 40 号,430071)
(2 地壳运动与地球观测实验室,武汉市洪山侧路 40 号,430071)

摘 要:介绍了从速度输出通道测定超宽频带与甚宽频带地震计二阶传递函数的时域响应的测试方法,详细分析了低频响应分离法的原理。分析与应用表明,二阶传递函数的测试方法大大降低了标定过程中的计算难度,提高了标定的效率和精度。
关键词:地震计;二阶传递函数;阶跃响应
中图法分类号:P315.6

JCZ-1 超宽频带地震计^[1]有两个输出通道:50 Hz-360 s 速度输出通道(BB 通道)与 360 s-DC 加速度输出通道(LP 通道)。在速度输出通道,自由振荡周期为 360 s,相当于有一截止频率为 360 s 的高通滤波器,设计要求在 360 s 处的相对幅度下降 3 dB,阻尼系数为 0.707 1;在加速度输出通道,地震计加速度输出响应频带为 360 s-DC,相当于截止频率为 360 s 的低通滤波器。尽管地震观测系统的传递函数比较复杂,但良好的设计使上述两个通道在 360 s 处的响应特性可以用二阶系统精确地描述。

类似地,CTS-1 甚宽频带地震计^[2]虽然只有一个速度输出通道(50 Hz-120 s)供用户使用,但对于研制者来说,加速度输出通道也可以用作测试输出端口。与超宽频带地震计不同的是,甚宽频带地震计的自由振荡周期为 120 s。

地震计的低频端传递函数是机械摆体与反馈电路共同作用的结果,是机械参数与电子参数的总体反映,无法精确计算,只能通过标定实验来精确测定。对地震计来说,最重要的性能指标之一就是地震计低频端的特征参数。扩展地震计的带宽,一方面是扩展高频端;另一方面是将其自由振荡周期向低频端延伸。延长自由振荡周期既是地震计设计的目标,也是地震仪研制的关键和难点之一。

1 BB 通道的时域响应分析

标定信号送入标定线圈后,BB 和 LP 通道同时有信号输出。BB 和 LP 是对地震计输出的不同频段、不同方式的描述。在地震计的设计中,考虑到记录地动信息的需要,速度通道的输出信号幅度比加速度通道的输出信号幅度大得多。这就造成 LP 通道标定时信噪比较低,标定精度有限。如果为了满足 LP 通道而增大标定信号幅度,BB 通道的输出就可能超过线性范围甚至限幅,地震计就会工作在非线性状态。用 16 位 A/D 转换器记录,在保证 BB 通道输出信号幅度在合适范围(4 000~5 000 数字数(counts))时,LP 通道的阶跃响应幅度不到 2 000 数字数(counts)。因此,为了进一步提高标定精度,可利用 BB 通道的阶跃响应进行地震计的测试。

在使用拟合方法直接求取 BB 通道的传递函数时,由于阶跃信号的高频能量低、高频端的拟合偏差大,这样,使得低频端的拟合为了满足总体拟合精度需要而产生偏差,从而影响了低频端传递函数的标定精度。从 BB 通道的阶跃响应中分离出低频端的响应特征,就可以了解地震计的特征参数,从而求出地震计低频端的精确传递函数。

由于 CTS-1 或 JCZ-1 地震计的各分向均只有一个标定线圈,在一个标定信号的作用下,BB

通道和 LP 通道有各自的响应输出。对地震计来说,标定电流送入标定线圈,使线圈产生电磁力,推动摆的运动。该电磁力与摆运动的加速度成正比,即标定电流的幅度与加速度成正比。可见,加速度通道(LP)的输出大小与标定电流的幅度大小成正比。阶跃信号是一宽带信号,送入标定线圈后,在地震计加速度通道(LP)获得的响应特性与阶跃信号相似,在幅度上与阶跃信号成正比,只是在不同频率有不同的相移而引起了响应曲线的

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{kms^2}{(s^2 + k_{11}s + k_{12})(s^2 + k_{21}s + k_{22})(s^2 + k_{31}s + k_{32})(s^2 + k_{41}s + k_{42})(s^2 + k_{51}s + k_{52})} \tag{1}$$

式中, $C(s)$ 是输出信号; $R(s)$ 是输入信号。阶跃信号在 S 域的表达式为 $1/s$ 。 $G(s)$ 是速度传递函数,所要求取的输出信号 $C(s)$ 也是速度输出信号,而阶跃信号 $1/s$ 为加速度输入信号,因而,不能直接将 $R(s)=1/s$ 代入上式中求取响应,否则会引起错误。

可以这样考虑,系统具有速度输出 $C(s)$,假

$$\begin{aligned} C(s) &= G(s) \cdot R(s) = G(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \\ &= \frac{kms^2}{(s^2 + k_{11}s + k_{12})(s^2 + k_{21}s + k_{22})(s^2 + k_{31}s + k_{32})(s^2 + k_{41}s + k_{42})(s^2 + k_{51}s + k_{52})} \cdot \frac{1}{s^2} = \\ &= \frac{kms}{(s^2 + k_{11}s + k_{12})(s^2 + k_{21}s + k_{22})(s^2 + k_{31}s + k_{32})(s^2 + k_{41}s + k_{42})(s^2 + k_{51}s + k_{52})} \cdot \frac{1}{s} = \\ &= G'(s) \cdot R'(s) \end{aligned} \tag{2}$$

这里, $R'(s)=1/s$ 是阶跃信号。

这样,求系统 $G(s)$ 的响应 $C(s)$ 的问题就转化为求一个新的系统 $G'(s)$ 在阶跃信号 $R'(s)=1/s$ 作用下的时域响应的问题。

2 低频响应分离法

无论 CTS-1 甚宽频带地震计还是 JCZ-1 超

$$G(s) = \frac{kms^2}{(s^2 + k_{11}s + k_{12})(s^2 + k_{21}s + k_{22})(s^2 + k_{31}s + k_{32})(s^2 + k_{41}s + k_{42})(s^2 + k_{51}s + k_{52})}$$

考虑到前面所讨论的求法,利用式(2),有:

$$G'(s) = kG_1G_2G_3G_4G_5 =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{kms}{(s^2 + k_{11}s + k_{12})(s^2 + k_{21}s + k_{22})(s^2 + k_{31}s + k_{32})(s^2 + k_{41}s + k_{42})(s^2 + k_{51}s + k_{52})} \\ \text{式中, } G_1 &= \frac{ks}{s^2 + k_{11}s + k_{12}}; G_2 = \frac{k_{22}}{s^2 + k_{21}s + k_{22}}; G_3 = \\ &= \frac{k_{32}}{s^2 + k_{31}s + k_{32}}; G_4 = \frac{k_{42}}{s^2 + k_{41}s + k_{42}}; G_5 = \\ &= \frac{k_{52}}{s^2 + k_{51}s + k_{52}}; m = k_{22}k_{32}k_{42}k_{52}。 \end{aligned}$$

由于 $G_2、G_3、G_4、G_5$ 组成一个八阶的低通滤波

变化。阶跃信号对地震计来说是一加速度信号,而速度通道(BB)的输出正比于地动速度输入,速度与加速度的关系为 $A=V\omega$ 。因而,在 BB 通道的输出与标定电流的幅值不是简单的正比关系,还与标定信号的频率有关。这表明,BB 通道对于阶跃信号输入的响应与 LP 通道不同。所以,求地震计 BB 通道阶跃响应的问题实际上是求在加速度阶跃信号作用下的速度响应的问题。

地震计 BB 通道的标称传递函数的形式为:

定也有速度输入 $R(s)$,这样,系统的传递函数才能表达为 $G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}$ 。因此,可以将加速度的输入阶跃信号 $1/s$ 折算到 BB 通道的速度输入端,即 $R(s)=1/s^2$,那么,BB 通道的阶跃响应实际上是 $G(s)$ 在速度输入信号 $R(s)=1/s^2$ 的作用下的响应。这样可以求得输出响应为:

宽频带地震计,其 BB 通道的主要构成都是摆系与低通滤波器。对地动速度输入而言,摆系在 BB 通道中相当于一个二阶高通滤波器,它与后续的高阶低通滤波器级联,形成了 BB 通道的观测频带,其标称传递函数具有下面的形式:

器,其转折频率为 50Hz(CTS-1 和 JCZ-1),因而其阶跃输入的响应速度会很快,持续时间也会很短。直接计算八阶系统的阶跃响应比较复杂,但由于八阶系统可看作有 4 个二阶系统级联而成,因而可以分别计算 $G_2、G_3、G_4、G_5$ 的阶跃响应。

以 CTS-1 甚宽频带地震计的标称函数为例

来进行具体分析。给出 CTS-1 标称传递函数参数为: $k_{11}=0.074\ 049$; $k_{12}=0.002\ 741\ 6$; $k_{21}=533.15$; $k_{22}=142\ 123$; $k_{31}=667.62$; $k_{41}=488.71$; $k_{51}=178.88$; $k_{32}=k_{42}=k_{52}=119\ 423$; $m=2.420\ 6\times 10^{20}$ 。

将标称传递函数中的参数代入 G_2 、 G_3 、 G_4 、 G_5 的表达式中,分别求得其阶跃响应为:

$$c_2(t)=1-\frac{\mathrm{e}^{-267t}}{0.707}\sin(267t+\arctan 1)$$
$$c_3(t)=1-\frac{1}{0.28}\mathrm{e}^{-332t}\sin(97t+\arctan 0.29)$$
$$c_4(t)=1-\frac{1}{0.707}\mathrm{e}^{-244t}\sin(173t+\arctan 1)$$
$$c_5(t)=1-\frac{1}{0.966}\mathrm{e}^{-89t}\sin(334t+\arctan 3.7)$$

由于指数函数的指数绝对值很大,因此,随着时间的增加, $\mathrm{e}^{-\xi\omega t}$ 迅速减小,直到接近于 0,阶跃响应 $c_i(t)$ 迅速上升到稳态值。经过计算,在不到 0.05 s 的时间内, $c_2(t)$ 、 $c_3(t)$ 、 $c_4(t)$ 、 $c_5(t)$ 均飞升 to 稳态值 1,如图 1 所示。

而 G_1 是一个自由振荡周期为 120 s(CTS-1)或 360 s(JCZ-1)的二阶系统,其阶跃响应会慢得多。考虑式(2)的求法 $G_1=\frac{s}{s^2+k_{11}s+k_{12}}$,求其拉普拉斯逆变换得到其阶跃响应为:

$$c_1(t)=\frac{2\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}k_{11}t}}{\sqrt{4k_{12}-k_{11}^2}}\sin\frac{\sqrt{4k_{12}-k_{11}^2}}{2}t=$$
$$6.196\ 4\mathrm{e}^{-0.037\ 025\ t}\sin(0.161\ 39t)$$

由于指数值很小,其阶跃响应的变化是随着时间 t 的增加而缓慢变化的,经过约 20 s 到达极值点,经过约 200 s 才到达稳态值,如图 2 所示。

由此可见,由地震计 BB 通道的阶跃响应曲线可以从时间上分离出高频端的响应和低频端的响应。那么,如何确定高低频的分界点,先以曲线上第一个极值点为分界,该极值点之前当作是高

频端的响应,该极值点之后当作是低频端的响应。

下面分析这种分离的误差。从地震计 BB 传递函数计算出总的理论阶跃响应曲线如图 3 所示。它与 G_1 所表示的二阶系统的曲线十分相似。总的时域响应 $c(t)$ 是各传递函数的时域响应 $c_1(t)$ 、 $c_2(t)$ 、 $c_3(t)$ 、 $c_4(t)$ 、 $c_5(t)$ 在时间轴上的叠加。

从上面的分析知道, G_2 、 G_3 、 G_4 、 G_5 对总的响应形成的贡献在响应曲线的 0.05 s 之前,而总的阶跃响应的第一个极值点在大约 20 s 处。因此,从第一个极值点开始,截取这一个极值点之后的响应数据,即保留响应曲线的尾波部分,而将前面的数据抛弃,就去掉了 G_2 、 G_3 、 G_4 、 G_5 的响应,保留了 G_1 响应的主要部分。

同时,对于 G_1 ,存在一个零点 $s=0$ 。根据现代控制理论原理,零点 $s=0$ 能引起二阶系统响应加快,响应时间提前,零点 $s=0$ 的影响表现在第一极值点之前。这样,在进行数据分离时,将 G_1 的零点的影响也消除了。

因此,从第一个极值点进行数据分离后,保留的响应曲线的尾波部分,实际上是一个无零点的二阶系统的阶跃响应,可直接用二阶系统传递函数来拟合。分离后的响应曲线归一化后,如图 4 所示,由无零点的二阶系统计算出的理论阶跃响应如图 5 所示。如果将图 4、图 5 两曲线绘制在同一坐标系中,发现它们十分接近,图中无法分辨两者的区别。计算两曲线的差值,如图 6 所示。从图 6 中可以看出,最大差值小于 8×10^{-5} ,即两者的差值小于万分之一。

由此可见,从总的响应曲线中分离出的低频端的响应特性曲线与独立计算的低频端二阶系统响应特性曲线是十分接近的,因而从总的响应曲线中分离出低频端响应的方法是可行的,完全能够满足地震计测试精度的要求。

因此,地震计速度输出(BB)通道在加速度阶

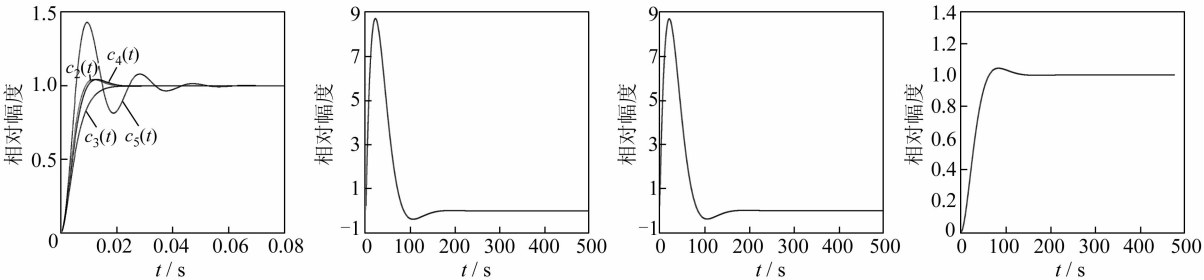


图 1 高频端的阶跃响应
Fig. 1 Step Response of High Frequency Part

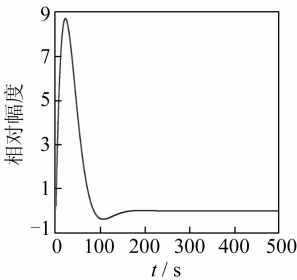


图 2 G1 的时域响应 $c_1(t)$
Fig. 2 Time-Domain Response $c_1(t)$ of G_1

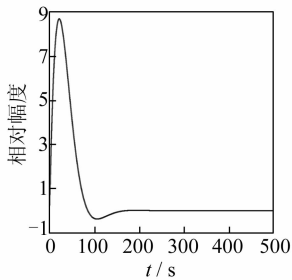


图 3 CTS-1 地震计 BB 通道理论阶跃响应
Fig. 3 Theoretical Step Response of BB Channel in CTS-1 Seismometer

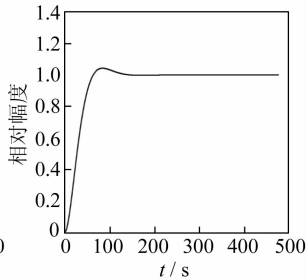


图 4 分离出的阶跃响应尾波部分的归一化曲线
Fig. 4 Normalized Curve of Step Response Behind-Part

跃信号作用下的响应的尾波部分可以用二阶传递函数 $G(s)=\omega_0^2/s^2+2\xi\omega_0s+\omega_0^2$ 的阶跃响应来精确描述。

3 用加权动态拟合法^[3]求低频端的特征参数

根据上面的分析,可以在 BB 通道的实测响应曲线中,从第一极值点开始截取数据,作为二阶系统阶跃响应的实测值。利用加权动态拟合法,经过几次迭代计算,就可以求出与实测响应值符合的理论模型响应的参数。

一台 CTS-1 甚宽频带地震计垂直向 BB 通道的阶跃标定时域响应曲线,在标定过程中有明显

的高频噪声和漂移。通过低通滤波,减少高频随机噪声。对实测响应数据进行数据预处理,消除零位偏移。采用漂移曲线拟合法^[4]消除标定输出中的长周期漂移,再以第一极值点为分界点对数据的高低端响应进行分离,得到低频端的响应数据,并归一化处理。

根据加权动态拟合法,设定理论模型的初始值为 $\xi=0.707\ 1$, $T_n=120\ \text{s}$, 并确定收敛因子为 0.000 1。经过四次迭代运算,即可收敛。求出的实际阶跃响应曲线的特征参数值为 $\xi=0.701\ 1$, $T_n=120.4\ \text{s}$, 曲线拟合的结果如图 7 所示,可以看出拟合曲线与实测阶跃响应曲线几乎完全重合。为了清晰地看出拟合的细节,对拟合曲线放大,如图 8 所示,看到拟合曲线与原始数据非常逼近。

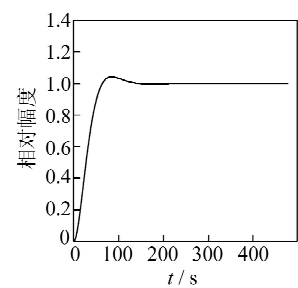


图 5 无零点的二阶传递函数的理论阶跃响应
Fig. 5 Theoretical Step Response of the 2nd Power Transfer Function Without Zero Points

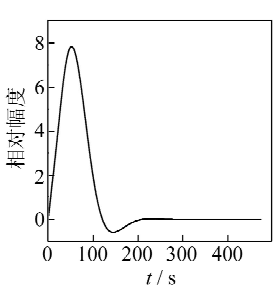


图 6 BB 通道阶跃响应尾波与二阶系统阶跃响应的差值
Fig. 6 Difference Between Step Response and the 2nd Power Transfer Function

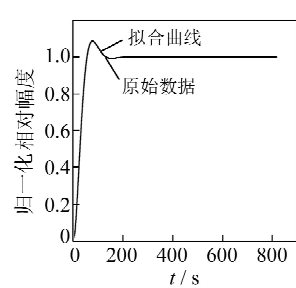


图 7 曲线拟合的结果
Fig. 7 Result of Curves Fitting

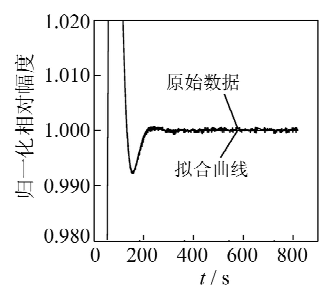


图 8 对拟合曲线进行放大
Fig. 8 Magnify Fitting Curves

由此可以确定,该 CTS-1 甚宽频带地震计垂直向 BB 通道的低频端传递函数为:

$$H(s)=\frac{2.723\ 370\ 1}{s^2+0.073\ 175\ 15\ s+0.002\ 723\ 370\ 1}$$

4 结 语

1) LP 通道的阶跃标定比较简单、标定效率高,但由于输出信号幅度小,信噪比低,标定精度稍低。

2) 在保证地震计正常工作的前提下,BB 通道的阶跃响应输出信号幅度很大,大大提高了信噪比,从而提高了标定精度。

3) 由于在 BB 通道的加权拟合时,将 BB 通道的初动部分(即高频响应部分)去掉,只对响应的尾波(即低频响应部分)进行拟合,排除了高频噪声可能对标定结果产生的不利影响,提高了低频端传递函数的测试精度。

4) 采取高频端与低频端响应分离的措施,将使用阶跃响应法测试复杂的高阶系统的传递函数的难题,简化为二阶传递函数的测试问题,大大降低了标定过程中的计算难度,提高了标定的效率。

参 考 文 献

[1] 蔡亚先,吕永清,周云耀,等. JCZ-1 超宽频带地震计[J]. 地壳形变与地震, 1995,15(3):1-8

[2] 蔡亚先,吕永清,周云耀,等. CTS-1 甚宽频带地震计[J]. 大地测量与地球动力学, 2004, 24(3):109-114

[3] 周云耀. 超宽频带与甚宽频带地震计阶跃标定的加权动态拟合法[J]. 大地测量与地球动力学, 2005, 25(1):123-126

[4] 周云耀. 地震计时域标定的噪声数据处理[J]. 大地测量与地球动力学, 2004, 24(4):123-127

[5] 周云耀,蔡亚先. 甚宽频带地震计频域标定的相关处理技术[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2005, 30(7): 632-635

[6] 胡寿松. 自动控制原理(第四版)[M]. 北京: 科学出版社, 2001

第一作者简介: 周云耀, 博士, 研究员。研究方向: 电子系统设计; 数字地震观测与信息技术研究。
E-mail: joewhcn@yahoo. com. cn

Precise Test Methods of 2nd Order Transfer Function
for Ultra Broadband and Very Broadband Seismometer

ZHOU Yunyao^{1,2} WU Tao¹ WANG Dun¹

(1 Institute of Sesimology, CEA, 40 Hongshance Road, Wuhan 430071, China)

(2 Eearthquake Observation & Crustal Movement Laboratory, 40 Hongshance Road, Wuhan 430071, China)

Abstract: The methods of testing the 2nd order transfer function of ultra broadband and very broadband seismometer from acceleration and velocity output are introduced; the test method of time-domain response of velocity output is discussed; and the principle of low-frequency response deseparature method is analyzed in detail. The results show that the test methods have degraded computation difficulties in course of calibration and raised efficiency and precision of calibration.

Key words: seismometer; 2nd order transfer function; step calibration

About the first author: ZHOU Yunyao, Ph. D., researcher, majors in digital seismic observation and information technology.
E-mail: joewhcn@yahoo. com. cn

2007 年 P&K 收录《武汉大学学报·信息科学版》情况
(公布名单为第一作者)

2002 年	第 2 期	施 闯	第 4 期	晁定波	第 5 期	郭庆胜	高文秀	刘 强
		陈江平	李大军	余晓红	第 6 期	江 柳		
2003 年	第 2 期	文贡坚	第 3 期	朱国宾	朱欣焰	第 4 期	郭海涛	第 5 期
		郭庆胜	袁修孝	张永军	徐 芳			
2004 年	第 1 期	许才军	李振洪	刘良明	第 3 期	刘 春	第 5 期	王 坚
		刘根友	喻国荣	汤仲安	罗 佳	王新洲	吴 云	第 11 期 陈俊勇
		肖 峻	郭礼珍	颜辉武	李成名	芮小平	任 超	周扬眉 柯小平
2005 年	第 1 期	郑肇葆	第 3 期	郭春喜	张立福	陈楚江	孙春生	李 霖
		隋春光	齐 华	王紫生	第 4 期	郭庆胜	艾廷华	第 6 期 姜永发
		郭庆胜	戴 芹	第 7 期	蒲 浩	第 8 期	郭庆胜	黄培之 方 剑
	第 9 期	陈俊勇	鲍李峰	姚吉利	张宏伟	黄声享	胡 鹏	第 10 期
		黄金水	刘立龙	王建梅	张朝玉	张双成	张小红	艾廷华 第 12 期
		林雪原	刘根友	柴艳菊				
2006 年	第 1 期	张正禄	邢 喆	赵齐乐	王泽民	郭唐永	姚宜斌	第 2 期
		张剑清	符 养	杜辉强	杨 杰	胡安文	冯文灏	周旭华 第 4 期
		林雪原	郑肇葆	党亚民	陈俊勇	郭金来	赵双明	陈云浩 蔡晓斌
	第 5 期	李德仁	蔡昌盛	第 6 期	洪 樱	黄兵杰	卢 健	陈 雪
	第 7 期	罗 佳	刘智敏	杨 剑	张小红	李德仁	林 琿	林宗坚
	第 10 期	吴云孙	孙中苗	赵齐乐	祝江汉	魏二虎		