

基于频谱分析的 IGS 精密星历卫星 钟差精度分析研究

黄观文¹ 张 勤¹ 许国昌² 王 利¹

(1 长安大学地测学院,西安市雁塔路 126 号,710054)
(2 德国地球科学研究中心,波茨坦 14473)

摘 要:采用频谱分析法,对 IGS 精密星历中各卫星的钟差精度进行了分析,发现不同的卫星钟钟差存在精度差异;通过与卫星钟差的标称精度相比较,发现部分 IGS 精密星历钟差还存在量级偏差。
关键词:卫星钟差;精密星历;频谱分析;IGS;误差分析
中图法分类号:P228.41

GPS 精密定位中,高精度、准确的卫星钟起着至关重要的作用。目前,一般采用国际 GPS 服务(IGS)公布的精密星历。IGS 提供的精密星历中包含间隔为 15 min 的各 GPS 卫星的坐标信息和钟差,其中卫星钟差的标称精度为 0.1~0.2 ns (约为 3~6 cm)^[1,2]。由于 GPS 的卫星钟是影响整个卫星定位系统精度的重要因素之一,因此,IGS 卫星钟差标称精度的可靠性,即 IGS 精密星历卫星钟差能否保证在任何情况下达到其标称的 cm 级精度,不同卫星钟的精度是否存在差异等,是值得分析研究的问题。对此,本文借助频谱分析的方法,对 IGS 卫星钟差精度进行了分析与研究。

1 常规卫星钟差模型分析

进行卫星钟差研究,首先需要研究构造精密星历钟差模型。由于广播星历的钟差值和精密星历的钟差值是相互对应的,而在实时定位时,通常利用广播星历中已知的卫星钟参数,通过二次多项式来求解卫星钟差^[3,4],因此,本文仍用二次多项式作为卫星钟差研究的基础拟合模型。

设钟差拟合模型为:

$$\Delta t_i = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 + v_i \quad (1)$$

式中, a_0 、 a_1 、 a_2 为星钟参数; t_0 为星钟参数的参考

历元; Δt_i 为钟差观测值。

利用精密星历中所提供的卫星钟差观测值,由平差计算出模型拟合后的钟差残差数列 $\{v_i\}$ 。此拟合的残差数列中除包含 IGS 卫星钟差的误差外,还可能包含拟合模型的系统误差,该系统误差在卫星钟差精度分析过程中必须首先予以消除,使卫星钟差模型与 IGS 钟差模型一致。对模型系统误差的消除,可借助频谱分析的方法进行处理。

2 频谱分析

2.1 频谱分析原理及过程

频谱分析主要是利用数据形式呈波形的性质,通过对数据波形的幅值进行分析,找出数据序列中存在的显著周期项,这些周期项在频谱图上表现为具有较大的能量(幅值)特征。对于钟差残差数列中存在的系统误差,根据其特殊性质,可以认为是具有显著周期项的数据波。借助频谱分析,在拟合模型中除掉系统误差,提高拟合精度。

频谱分析主要是通过傅立叶级数展开式^[5]来计算数列中各数值的频谱值:

$$v_i = f(t_i) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \left(c_j \cos \frac{j\pi t_i}{l} + d_j \sin \frac{j\pi t_i}{l} \right) \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (2)$$

对于离散傅立叶级数(DFT)来说,

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}\tag{3}$$

其中, $X(k)$ 代表 k 时段的频谱值; $x(n)$ 的值对应于数列 $\{v_i\}$ 。

通过式(3)可以求出残差数列中各点对应的频谱值,然后画出残差数列的频谱图。通过频谱图,容易确定显著的周期项,随之可确定残差数列中存在的系统误差。

另外,对于频谱值的求解,可通过选择合适的残差个数,使个数满足 $N=2^L,L=0,1,\cdots$,利用快速傅立叶变换(FFT)求解。对于个数不能达到要求的,可通过增加 0 元素,使数列的个数满足要求,这样做可以较好地改善波形,同时对数列能谱值相对大小的分析也不会产生影响^[5]。

2.2 对拟合模型进行显著周期项改正

对应频谱图,找出存在系统误差的 s 个点,在式(1)中加入这 s 个点的周期项改正模型。假设以起始历元为参考历元,可得加入系统误差改正后的钟差模型为:

$$\Delta t_t=l(t)=a_0+a_1(t)+a_2t^2+\sum_{i=0}^{s-1}\left(c_i\cos\frac{2\pi j_it}{T}+d_i\sin\frac{2\pi j_it}{T}\right)+v'_i\tag{4}$$

其中, t 为采样序列 $(0,1,2,\cdots,n)$; j_i 为第 i 个点在原 v_i 数列中的序号; $a_0,a_1,a_2,\{c_i\},\{d_i\}$ 为模型参数。对式(4)进行平差,求出残差数列 $\{v'_i\}$,此时的 $\{v'_i\}$ 数列为加入显著周期项改正后的残差数列。由于显著周期项改正消除了模型系统误差,则此时 $\{v'_i\}$ 数列的均值和方差在一定程度上可以直接反映拟合模型的精确程度。进一步说,如果此残差数列为白噪声,则其均值和方差就直接代表精密星历钟差数据所具有的精度。

2.3 白噪声检验

对于残差序列的白噪声检验,本文通过对 $\{v_i\}$ 数列的谱函数 $S(\omega)$ 进行检验^[6]来实现。定义谱函数 $S(\omega)$ 为:

$$S(\omega)=1-\frac{\sum_{i=1}^nv_i^2}{\sum_{i=1}^nl_i^2}\tag{5}$$

其中, $\{l_i\}$ 为未加周期项改正得出的残差数列。

设加入周期项改正后的模型为:

$$\begin{matrix} \mathbf{A} & \hat{\mathbf{X}} & - & \mathbf{L} & = & \mathbf{V} \\ n\times m & m\times 1 & & n\times 1 & & n\times 1 \end{matrix}\tag{6}$$

由最小二乘得:

$$\hat{\mathbf{X}}=(\mathbf{A}^T\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{L}\tag{7}$$

顾及谱函数公式,可得:

$$S(\omega)=1-(\mathbf{L}-\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}})^T(\mathbf{L}-\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}})^T/\mathbf{L}^T\mathbf{L}=\\ \mathbf{L}^T\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}/\mathbf{L}^T\mathbf{L}\tag{8}$$

易证明

$$\mathbf{X}_1=\mathbf{L}^T\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}\sim\chi^2(m),\mathbf{X}_2=\\ \mathbf{L}^T(\mathbf{L}-\mathbf{A}\hat{\mathbf{X}})\sim\chi^2(n-m)$$

由 β 分布的定义可得 $\frac{\mathbf{X}_1}{\mathbf{X}_1+\mathbf{X}_2}=\frac{\mathbf{L}^T\mathbf{A}\mathbf{X}}{\mathbf{L}^T\mathbf{L}}\sim\beta\left(\frac{m}{2},\frac{n-m}{2}\right)$ 。顾及上式得 $S(\omega)\sim\beta\left(\frac{m}{2},\frac{n-m}{2}\right)$ 。

根据 β 分布与 F 分布的关系,选择一定的显著水平 α ,得到残差为白噪声时 $S(\omega)$ 的临界值:

$$S_{\max}(\omega)=1/\left[1+\frac{n-m}{m}F_{1-\alpha}(n-m,m)\right]\tag{9}$$

3 算例比较与分析

算例所用的数据来源于 2005 年 IGS 站在官方网站 <ftp://igscb.jpl.nasa.gov/>上公布的精密星历数据文件(SP3 格式)。数据采样间隔为 15 min,数据采集量为 1 a,钟差观测值的单位为 μs 。由于卫星钟的稳定性可以达到 $10^{-13}\sim 10^{-15}$ ^[7],长期变化比较稳定,限于篇幅,本文仅以 2005 年 4 月 15 日到 5 月 14 日一个月的数据为例,分析在此期间每一天的 IGS 精密星历卫星钟差精度。

以 2005 年 5 月 12 日 1 号卫星的钟差数据分析为例,简述卫星钟差精度分析的过程。① 对钟差数据进行二次多项式拟合、平差,得到钟差残差数列 $\{v_i\}$,残差图如图 1 所示(残差值单位已转换成 m 级)。从图 1 可以看出,仅以式(1)直接拟合后的残差中包含系统误差,残差数列在图上表现为具有一定的周期性。② 利用 FFT 对拟合后的钟差残差数列进行频谱分析,画出频谱图,如图 2 所示。从图 2 可以看出,采样钟差数列有三个较为显著的周期变化,需要对其进行周期项改正。③ 在拟合模型(1)中加入谱分析周期项,得星钟模型(2)。加入周期项模型改正后的钟差残差数列如图 3 所示。从图 3 可以看出,通过周期项改正后,系统误差得以大大消除,残差数列无明显周期特征。同时,通过与表 1 的数据比较也可得出,周期项改正能有效地消除模型的系统误差。④ 对经过周期项改正后的残差数列进行白噪声检验,如果不能通过检验,转第②步,进一步进行

表 1 两种步骤输出的钟差误差统计结果/m

Tab. 1 Statistic of Clock Error by Two Steps/m

步骤	最大偏差值	误差均值	中误差
①	-2.922	0	±1.276
③	-0.668	0	±0.240

谱修正;若通过检验,则认为该残差数列仅为偶然误差,即可计算其均值和方差。

按照上述步骤,依次分析各卫星一个月的钟

差精度情况,列举 1、2、3、9、19、29 号卫星的钟差残差图如图 4 至图 9 所示(图中间断处表示该时段存在坏数据,未进行精度分析)。

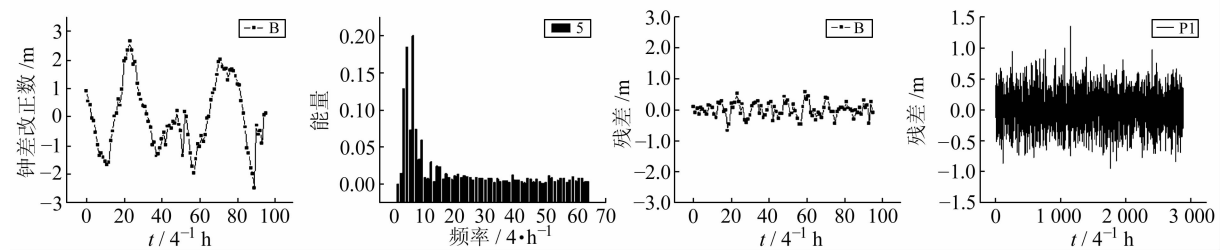


图 1 二次多项式拟合的钟差残差图

Fig. 1 Residual Error of Clock Error Used Second Polynomials Fitting

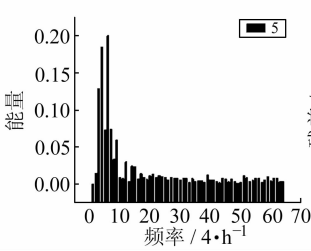


图 2 残差数列的频谱图

Fig. 2 Spectral Analysis of Residual Error

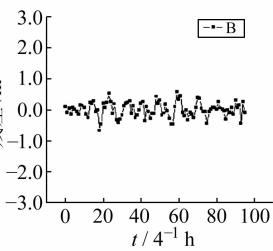


图 3 加入谱修正后的钟差残差图

Fig. 3 Residual Error Added Spectral Analysis

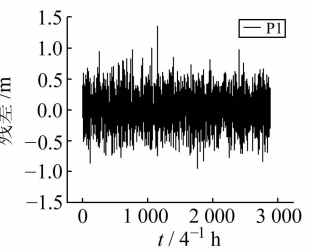


图 4 1 号卫星钟差残差图

Fig. 4 Residual Error of Sat. 1

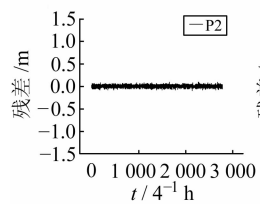


图 5 2 号卫星钟差残差图

Fig. 5 Residual Error of Sat. 2

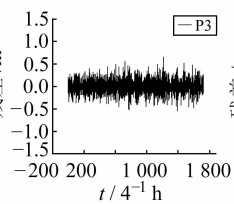


图 6 3 号卫星钟差残差图

Fig. 6 Residual Error of Sat. 3

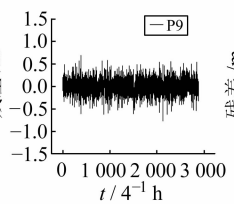


图 7 9 号卫星钟差残差图

Fig. 7 Residual Error of Sat. 9

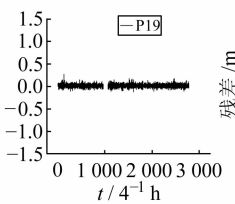


图 8 19 号卫星钟差残差图

Fig. 8 Residual Error of Sat. 19

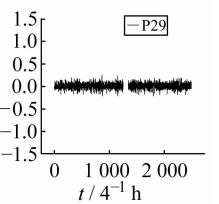


图 9 29 号卫星钟差残差图

Fig. 9 Residual Error of Sat. 29

从图 4 至图 9 可以看出,不同的卫星钟差精度存在差异。其中,2、19、29 号卫星钟差的精度较高;1、3、9 号卫星钟差的精度较低。分析这 6 颗卫星每天的精度情况,以 d 为单位,画出各卫星一个月内的钟差精度图,如图 10 所示。

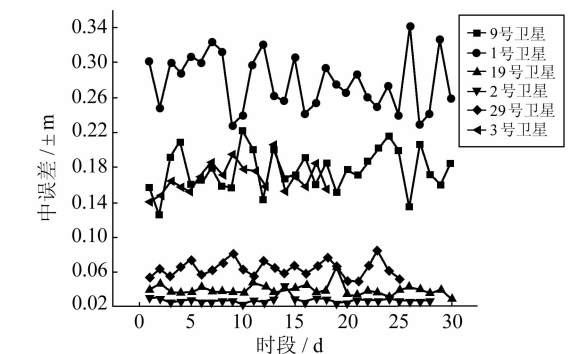


图 10 不同卫星钟差精度图

Fig. 10 Clock Error Precisions of Different Satellites

从图 10 可以直观地看出,1、3、9 号卫星钟差的精度量级为 dm;2、19、29 号卫星的精度量级为 cm,这进一步验证了不同的卫星钟差精度存在差异。同时也可看出,同一卫星钟的精度较为稳定,变化范围较小,基本在一个量级以内。各卫星在一个月内的钟差平均精度如表 2 所示。

表 2 29 颗卫星的钟差平均精度统计结果

Tab. 2 Statistic of Clock Error Average Precisions of 29 Satellites

卫星号	平均精度值/dm	卫星号	平均精度值/dm	卫星号	平均精度值/dm
1	±2.77	11	±0.54	23	±0.28
2	±0.28	13	±0.28	24	±1.74
3	±1.68	14	±0.42	25	±1.80
4	±0.50	15	±1.99	26	±0.33
5	±1.84	16	±0.38	27	±0.37
6	±0.56	18	±0.58	28	±0.48
7	±0.45	19	±0.39	29	±0.63
8	±1.91	20	±0.33	30	±0.40
9	±1.76	21	±0.61	31	±0.44
10	±1.74	22	±0.32		

从表 2 可以看出,1、3、5、8、9、10、15、24、25 号卫星钟差的精度在 dm 级,其他 22 颗卫星钟差的精度都达到了 3~6 cm 的标称精度。

另外,由于各卫星钟的类型以及发射时间的不同,卫星钟特性上存在一定的差异,从整体上来讲,Block IIR Rb 钟的特性通常要好于 Block II/IIA Rb 钟,而 Block II/IIA Rb 钟的特性要好于 Block IIR Cs 钟^[7]。对照表 2、表 3 可以看出,3 颗(11、13、20 号)Block IIR Rb 钟的精度要高于

其他大部分卫星钟;而精度量级为 dm 的卫星钟中有 7 颗为 Block II/IIA Cs 钟,这也印证了卫星钟特性与卫星钟差的精度有直接的联系。对于 8 号和 24 号卫星钟精度偏低,笔者认为这可能是由两个原因造成的:① 卫星钟长时期表现为较高的稳定性,短期内不太稳定,可能造成部分数据精度较低;② 卫星钟可能个体之间存在差异,造成精度偏低。总体来讲,本文的钟差精度分析结果同卫星钟的特性相一致。

表 3 GPS 卫星钟类型和卫星号对照表
Tab.3 Comparison of Satellite Numbers
with Satellite Clock Styles

卫星钟类型	卫星号
Block II/IIA Cs 钟	01,02,03,05,06,09,10,15,17,18, 19,21,23,25,27,30,31
Block II/IIA Rb 钟	04,07,08,16,22,24,26,29
Block IIR Rb 钟	11,13,20

4 结 语

通过本文的分析可知,IGS 精密星历提供的各卫星的钟差值精度存在一定的差异,绝大部分卫星钟差精度可以满足其标称精度 3~6 cm 的要求,但仍有一部分卫星钟差值精度超过其标称精度,量级为 dm。因此,笼统地认为 IGS 精密星历卫星钟差的标称精度为 3~6 cm 是缺乏说服力

的。笔者认为,IGS 精密星历卫星钟差的精度以单个卫星为单位来表述会比较恰当。建议在 GPS 精密定位中,对使用的精密星历卫星钟差进行精度分析,确定使用的卫星钟差精度量级,分析各卫星钟差精度存在的差异性,找出精度较差的卫星钟,给下一步精密定位提供参考信息。

参 考 文 献

[1] 楼益栋,刘万科,张小红. GPS 卫星星历的分析[J]. 测绘信息与工程, 2003,28(6): 4-6

[2] 叶世榕. GPS 非差相位精密单点定位理论与实现[D]. 武汉:武汉大学, 2002

[3] 张勤,李家权. GPS 测量原理及应用[M]. 北京:科学出版社, 2005

[4] Xu Guochang. GPS Theory, Algorithms and Applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2003

[5] 程佩青. 数字信号处理教程[M]. 北京:清华大学出版社, 1995

[6] 李清泉. 陀螺经纬仪时间观测数据函数模型的研究[J]. 武汉测绘科技大学学报, 1990,15(3): 11-20

[7] 郭海荣. 导航卫星原子钟时频特性分析理论与方法研究[D]. 郑州:信息工程大学, 2006

第一作者简介:黄观文,硕士。现主要从事 GPS 数据处理与卫星导航研究。
E-mail:huang830928@yahoo. com. cn

IGS Precise Satellite Clock Model Fitting and Its Precision by Using Spectral Analysis Method

HUANG Guanwen¹ ZHANG Qin¹ XU Guochang² WANG Li¹

(1 College of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, 126 Yanta Road, Xi'an 710054, China)

(2 GFZ Potsdam, Telegrafenberg A17, Potsdam 14473, Germany)

Abstract: Precision of satellite clock is one of the most important factors in GPS precise positioning, with widely applications of IGS precise ephemeris, which becomes a more and more attractive research orientation. Spectral analysis method is applied to analyze the precision of IGS precise ephemeris clock. The conclusions show that different satellite clocks have different precisions, and some of them have great magnitudes than the so-called precision.

Key words: satellites clock error; precise ephemeris; spectral analysis; IGS; error analysis