

# 非线性自适应抗差滤波定轨算法

吴江飞<sup>1</sup> 黄 城<sup>2</sup>

(1 信息工程大学测绘学院,郑州市陇海中路 66 号,450052)  
(2 中国科学院上海天文台,上海市南丹路 80 号,200030)

**摘 要:**讨论了应用卡尔曼滤波进行卫星精密定轨所遇到的一些问题,提出了一种新的非线性自适应抗差滤波定轨算法。该方法首先采用非线性滤波来提高定轨精度,避免了模型线性化误差的影响。另外,采用双因子方差膨胀模型来自适应地调节观测噪声的协方差阵,以控制观测异常对定轨结果的影响;通过自适应因子实时调节状态噪声协方差阵,以降低状态异常对定轨结果的影响。通过 CHAMP 卫星定轨计算,验证了新方法的可行性和有效性。

**关键词:**卡尔曼滤波;非线性滤波;抗差估计;自适应滤波

**中图法分类号:**P228.41; P207

在各类工程应用中,针对不同的工程应用背景,国内外许多学者先后提出了多种自适应滤波算法<sup>[1-6]</sup>。利用抗差估计(robust estimation)原理也可实现动态系统的自适应滤波<sup>[1-3]</sup>。由于观测噪声协方差阵和动态噪声协方差阵对滤波性能有着重要的影响,所以在递推滤波时,采用抗差估计方法自适应地确定观测噪声协方差阵和状态噪声协方差阵,可以控制观测异常和动态模型噪声异常对状态参数估值的影响。

SRUKF(square root unscented Kalman filter)是一种非线性滤波算法,它对任意分布至少能保证获得其 2 阶精度。模型方程的非线性越严重,SRUKF 的性能就越优于推广卡尔曼滤波(extended Kalman filter,EKF)的性能<sup>[7,8]</sup>。本文基于非线性滤波 SRUKF 提出了一种新的非线性自适应抗差滤波定轨算法(adaptively robust square root unscented Kalman filter, AR-SRUKF),并将其应用到 CHAMP 卫星的精密定轨实践中,计算结果表明了新算法的可行性和有效性。

## 1 非线性自适应抗差滤波

首先,假设系统的动态方程和量测方程分别

为如下的离散非线性方程:

$$\mathbf{x}_{k+1} = F(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\omega}_k \quad (1)$$
$$\mathbf{y}_k = H(\mathbf{x}_k) + \boldsymbol{\eta}_k \quad (2)$$

式中, $\mathbf{x}_k$ 、 $\mathbf{u}_k$ 和 $\boldsymbol{\omega}_k$ 分别为系统状态向量、输入控制向量和系统动态噪声向量; $\mathbf{y}_k$ 和 $\boldsymbol{\eta}_k$ 分别为观测向量和观测噪声向量。

### 1.1 观测噪声等价协方差阵<sup>[3]</sup>

观测噪声等价协方差阵 $\bar{\mathbf{R}}_k$ 可以采用双因子方差膨胀模型确定<sup>[9]</sup>。观测噪声的协方差阵应能可靠地反映观测值的离散程度。若观测值精度高,可靠性好,则相应的方差就小,从而该观测值在状态估计中的权重就大;反之,则相应的方差就大,从而该观测值在状态估计中的权重就小。

设观测值 $(\mathbf{y}_k)_i$ 和 $(\mathbf{y}_k)_j$ 的方差和协方差元素分别为 $\sigma_i^2$ 、 $\sigma_j^2$ 和 $\sigma_{ij}$ (即观测噪声协方差阵 $\mathbf{R}_k$ 中的元素),如果考虑 $(\mathbf{y}_k)_i$ 或 $(\mathbf{y}_k)_j$ 有粗差或两者同时有粗差,为了控制它们对状态参数估计的影响,可将 $\sigma_i^2$ 、 $\sigma_j^2$ 和 $\sigma_{ij}$ 作相应的调整,即令

$$\bar{\sigma}_i^2 = \beta_{ii}\sigma_i^2, \bar{\sigma}_j^2 = \beta_{jj}\sigma_j^2, \bar{\sigma}_{ij} = \beta_{ij}\sigma_{ij} \quad (3)$$

式中, $\beta_{ij} = \sqrt{\beta_{ii}\beta_{jj}}$ , $\beta_{ii}$ 和 $\beta_{jj}$ 是膨胀因子; $\bar{\sigma}_i^2$ 、 $\bar{\sigma}_j^2$ 和 $\bar{\sigma}_{ij}$ 为等价方差和等价协方差,由这类元素就构成了等价协方差阵 $\bar{\mathbf{R}}_k$ 。显然,经方差膨胀后,构成的等价协方差阵仍保持着原来的协方差阵的相关性。

3 结 语

本文提出的 AR-SRUKF 综合了非线性滤波和自适应抗差滤波的优点。其独特之处还在于当对状态噪声协方差阵的平方根和观测噪声的协方差阵进行自适应修正估计时,只采用矩阵的乘运算,而不进行加减法运算,从而消除了协方差阵的负定现象。它不仅能够有效地控制状态异常扰动和观测异常误差的影响,而且还能有效地避免线性化误差的影响。

参 考 文 献

[1] Yang Yuanxi, He Haibo, Xu Guochang. Adaptively Robust Filtering for Kinematic Geodetic Position [J]. Journal of Geodesy, 2001, 75(2): 109-116

[2] 杨元喜,何海波,徐天河. 论动态自适应滤波[J]. 测绘学报, 2001, 30(4): 293-298

[3] 杨元喜,文援兰. 卫星精密轨道综合自适应抗差滤波技术[J]. 中国科学(D 辑), 2003, 33(11): 1 112-1 119

[4] Mehra R K. On the Identification of Variances and Adaptive Kalman Filtering[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1970, AC-15: 175-184

[5] Mohamd A H, Schurz K P. Adaptive Kalman Filtering for INS/GPS[J]. Journal of Geodesy, 1999, 73: 193-203

[6] Wang J, Steward M P, Tsakiri M. Adaptive Kalman Filtering for Integration of GPS with GLONASS and INS[M]. Birmingham: Springer, 1999: 325

[7] van der Merwe R, Wan E A. The Square-Root Unscented Kalman Filter for State and Parameter Estimation[C]. ICASSP'01, Oregon Graduate Inst of Sci and Technol, Beaverton, OR, 2001

[8] 吴江飞. 星载 GPS 卫星定轨中若干问题的研究[D]. 上海: 中国科学院上海天文台, 2006

[9] Yang Yuanxi, Song Lijie, Xu Tianhe. Robust Estimator for Correlated Observations Based on Bifactor Equivalent Weights [J]. Journal of Geodesy, 2002, 76(6/7):353-358

[10] 周江文,黄幼才,杨元喜,等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1997

[11] 吴江飞,黄斌. 分布逼近的卡尔曼滤波及其在星载 GPS 卫星定轨中的应用[J]. 天文学报, 2005, 46(1): 55-61

第一作者简介:吴江飞,博士,副教授。主要从事空间飞行器精密定轨及其应用、GPS 数据处理等方面的研究。  
E-mail:wjf015@163.com

Nonlinear Adaptively Robust Filter for Orbit Determination

WU Jiangfei<sup>1</sup> HUANG Cheng<sup>2</sup>

(1 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

(2 Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, 80 Nandan Road, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** The problems encountered when using Kalman filter for satellite precise orbit determination are discussed. And a new nonlinear adaptively robust filter is proposed. Firstly, the new method uses nonlinear filter to improve the orbit's precise, avoiding the bad influence of linearization error to orbit results. Secondly, bi-factor variance expanding model is used to adaptively adjust the covariance matrix of measurement noise, and resist the bad influence of measurement outliers to orbit results. Thirdly, an adaptive factor is used to adjust the covariance matrix of state noise, and reduce the bad influence of state model errors to orbit results. An example of CHAMP satellite orbit determination is given, and the result demonstrates that the new method is feasible and effective.

**Key words:** Kalman filter; nonlinear filter; robust estimation; adaptive filter

About the first author: WU Jiangfei, Ph.D, associate professor, majors in precise orbit determination of spacecraft and its application and GPS data processing, etc.  
E-mail: wjf015@163.com