

文章编号:1671-8860(2009)10-1194-05

文献标志码:A

# 地球重力位模型确定局部大地水准面起伏的比较研究

林 森<sup>1</sup> 朱建军<sup>1</sup> 杨经豪<sup>2</sup> 邱 炳<sup>1</sup>

(1 中南大学测绘与国土信息工程系,长沙市麓山南路,410083)

(2 湖南省国土资源厅,长沙市天心区湘府西路8号,410004)

**摘要:**分析了EGM2008、EGM96、GGM02等几种地球重力位模型的阶方差,为得到各模型中长波分量和短波分量的精度,利用研究区域内GPS水准数据分别对所选模型120阶和360阶计算得到的大地水准面高进行了比较,又考虑到地形和实测重力数据缺失对大地水准面的影响,把研究区域划分为平原和山地丘陵两部分,并比较了两个地区内参考点上模型计算值的精度,利用最小二乘原理对模型计算值进行了拟合改正。

**关键词:**地球重力位模型;位系数;大地水准面起伏

中图法分类号:P223.0

目前,国际上广泛使用的地球重力位模型主要有EGM96<sup>[1]</sup>模型和德国地学研究中心GFZ与美国德州大学CSR(center for space research)根据重力卫星资料研制的SST重力位模型,包括EIGEN系列和GGM系列。由于这些重力位模型都是全球模型,对局部地区的适用程度不一,所以利用现有的地球重力位模型对其在局部地区的适用性作一些研究是很有意义的。罗志才等<sup>[2]</sup>利用EGM96、WDM94和GPM98CR3个重力位模型对香港和深圳地区的大地水准面和重力异常做了一个详细的比较和评价;曾元武等<sup>[3]</sup>利用同样的3个地球重力位模型对深圳地区局部重力场作了比较和评价;罗佳等<sup>[4,5]</sup>对现有的SST重力模型进行了模型间的比较和它们在中国区域内的应用精度比较;Rapp等<sup>[6]</sup>比较了OSU91A、GEM-T3和GRIM4-C23个模型确定全球大地水准面的精度。鉴于目前美国的NGA(national geospatial-Intelligence agency)公布了最新的最高阶为2160的全球重力位模型EGM2008<sup>[7]</sup>,本文又选取了EGM96和GGM02<sup>[8]</sup>,比较了这3种地球重力位模型确定局部较大区域大地水准面起伏的精度。

## 1 地球重力位模型的阶方差分析

评定地球重力位模型本身的精度通常有两种

方法:①比较位系数的误差阶方差;②比较地球重力位模型位系数差的阶方差。两者都可以以大地水准面高的形式表达,其形式分别为<sup>[9,10]</sup>:

$$\sigma_n = R_e \sqrt{\sum_{m=0}^n \sigma_{nm}^2(C) + \sum_{m=1}^n \sigma_{nm}^2(S)} \quad (1)$$

$$\delta_n = R_e \sqrt{\sum_{m=1}^n (\Delta C_{nm}^2 + \Delta S_{nm}^2)} \quad (2)$$

图1(a)中,120阶之后的GGM02C模型曲线与EGM96模型趋于吻合,笔者认为这与GGM02C模型联合了地面重力数据相关,而由纯卫星数据得到的GGM02S模型精度就不如EGM96模型。在160阶时,GGM02S的误差阶方差高达458.7 mm,而EGM2008、EGM96和GGM02C分别为5.4 mm、19.9 mm和20.2 mm,所以GGM02S模型120阶~160阶的位系数基本上是不可靠的,这与文献[5]的结论一致。在前360阶中EGM2008位系数误差均在10 mm以内,整体精度比其他模型高。

由图1(b)可知,在前120阶,EGM2008与GGM02C模型位系数差阶方差较小,EGM96与另两个模型位系数差阶方差较大;120阶之后,GGM02C与EGM96模型位系数差阶方差较小,EGM2008与另两个模型位系数差阶方差较大。可以推知,模型间误差阶方差接近时,它们的位系数差阶方差较小;误差阶方差有较大差异时,位系

数差阶方差则较大。

为使模型分辨率一致,本文研究所用模型均取 360 阶,其中 GGM02C 只有 200 阶,剩下的 201~360 阶系数用 EGM96 的位系数代替,组成新的模型用 GGM02C\_EGM96 表示。由式(3)<sup>[6]</sup>

$$\delta N = R_e \times \sqrt{\sum_{n=2}^{360} \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^2 + \Delta S_{nm}^2)} \quad (3)$$

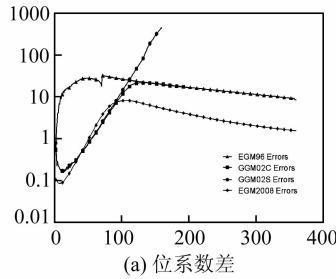
计算得到 360 阶模型之间大地水准面高差的均方根,如表 1 所示。

表 1 模型间位系数差得到的大地水准面高差  
值均方根/cm

Tab. 1 RMS Geoid Height Differences Computed  
by Geopotential Coefficients Differences

	EGM96	GGM02C_EGM96
EGM2008	44.65	18.23
EGM96	—	41.22
GGM02C_EGM96	41.22	—

由表 1 可以看出,EGM2008 与 GGM02C\_EGM96 模型间位系数差得到的大地水准面高差的均方根值相当,比 EGM96 模型大,比 GGM02C\_EGM96 模型小。



## 2 数值计算分析

本文所采用的 56 个 GPS/水准数据由 38 个 GPS A、B 级点和 18 个 C 级点测得大地高  $h$ ,并经由一、二、三等精密水准测得各点的正常高  $H$ ,得到实测大地水准面高

$$N_{\text{obs}} = h - H \quad (4)$$

作为地球重力位模型计算大地水准面高的参考值。56 个点比较均匀地分布在东经 109.2°~114.2°、北纬 24.9°~29.9° 区域内,该区域地形复杂,东、西、南、中均为山地丘陵地区,只有北偏东一部分为平原地区,整体来说以山地丘陵为主。56 个参考点的高程最大值为 890.56 m,最小值为 29.34 m,平均值为 269.48 m,标准偏差为 192.66 m。

### 2.1 120 阶与 360 阶模型计算值的精度比较

地球表面上任何一点  $A(r, \varphi, \lambda)$  的大地水准

EGM96 模型 360 阶计算得到的大地水准面高相差较小,而它们与 EGM96 模型的计算值相差较大。

图 1(c)详细地描述了 EGM2008、EGM96 和 GGM02C\_EGM96 3 个模型的累加误差阶方差。120 阶时累加误差阶方差分别为 52.1 mm、268.2 mm 和 85.6 mm,表示如果利用这 3 个模型的前 120 阶计算大地水准面高,在不考虑其他因素的条件下 EGM2008 模型计算值的误差要比 GGM02C\_EGM96 模型小约 0.03 m,比 EGM96 模型小约 0.2 m,GGM02C\_EGM96 模型比 EGM96 模型小约 0.2 m。360 阶时,累加误差阶方差分别为 78.4 mm、360.0 mm 和 252.8 mm,利用 3 个模型的 360 阶计算得到的大地水准面高的误差,EGM2008 模型比 GGM02C\_EGM96 模型小约 0.15 m,比 EGM96 模型小约 0.28 m,GGM02C\_EGM96 模型比 EGM96 模型小约 0.1 m。

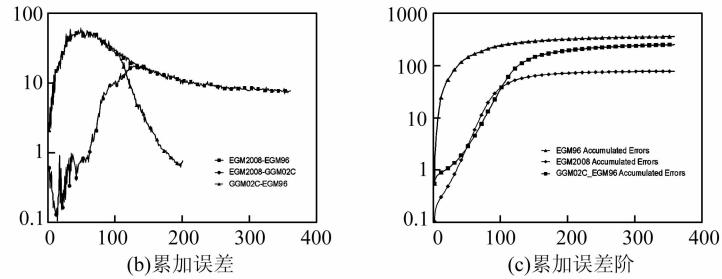


图 1 大地水准面表示的几种模型的误差

Fig. 1 Degree Variance of Geopotential Coefficients Errors

面高  $N_A$  可以由球谐级数展开表达为<sup>[11]</sup>:

$$N_A = \frac{GM}{r\gamma} \sum_{n=2}^{n_{\max}} \left(\frac{R_e}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) \quad (5)$$

可以近似转化为:

$$N_A = R_e \sum_{n=2}^{n_{\max}} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm}^* \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin\varphi) \quad (6)$$

用  $N_{\text{GM}}$  表示由重力位模型计算得到的大地水准面高,即模型值。

为比较 3 个地球重力位模型中长波分量和短波分量的精度,分别利用 3 个地球重力位模型在 56 个已知点上计算了 120 阶和 360 阶的大地水准面高  $N_{\text{GM}}$  并与实测大地水准面高  $N_{\text{obs}}$  作差比较,具体情况如表 2、表 3 所示。

表 2 显示,EGM2008 模型的误差比 EGM96 模型误差小约 0.2 m,比 GGM02C\_EGM96 模型

表2 120阶模型计算值与实测值差值统计/m

Tab. 2 Statistics of the differences between the Model Values up to degree 120 and the Observed Values

	最大值	最小值	平均值	标准偏差
EGM2008	1.038	-0.863	0.014	0.409
EGM96	1.587	-1.239	-0.106	0.628
GGM02C_EGM96	0.998	-0.898	-0.006	0.402

表3 360阶模型计算值与实测值差值统计/m

Tab. 3 Statistics of the differences between the Model Values up to degree 360 and the Observed Values

	最大值	最小值	平均值	标准偏差
EGM2008	0.589	-0.427	0.050	0.195
EGM96	1.176	-0.932	-0.083	0.505
GGM02C_EGM96	0.720	-0.575	0.015	0.295

大约0.007 m,而GGM02C\_EGM96模型则比EGM96模型小约0.2 m,这与对图1(c)的结果比较吻合。

表4中,EGM2008模型的误差比EGM96模型误差小约0.4 m,比GGM02C\_EGM96模型小约0.1 m,而GGM02C\_EGM96模型则比EGM96模型小约0.2 m,与图1(c)有一些偏差。这主要是由于对图1(c)分析得到的结果是一个统计结果,体现不出局部区域的差异,所以会产生偏差,而120阶的结果吻合得较好是因为120阶主要反映的是重力场的中长波部分,不能反映出不同地区的精细结构。

表5 平原地区和山地丘陵地区模型值与实测值差值统计/m

Tab. 5 Statistics of the Differences Between the Model Values and the Observed Values in Flat and Mountainous Areas

		最大值	最小值	平均值	标准偏差
EGM2008	平原	0.080	-0.197	-0.048	0.090
	山地丘陵	0.589	-0.427	0.072	0.206
EGM96	平原	-0.098	-0.757	-0.541	0.243
	山地丘陵	1.176	-0.932	0.016	0.494
GGM02C_EGM96	平原	0.303	-0.240	-0.082	0.155
	山地丘陵	0.720	-0.575	0.037	0.315

表中可以看出,平原地区和山地丘陵地区参考点的平均高差约250 m,3个模型在平原地区的计算值精度要明显高于山地丘陵地区,其中EGM2008的精度最高,在两个地区的精度差异最小,表明精度差异的大小由模型自身精度高低决定,而差异的存在主要是由地形影响、地面实测重力数据缺失等因素造成。因此,在精密确定局部大地水准面时,必须考虑以上因素。

### 2.3 拟合值和模型值的精度比较

由于地球重力位基准与水准测量基准的差异以及长波分量的系统误差<sup>[2,3,12]</sup>,使得模型值和实测值存在一定的系统偏差:

分析表2~表3不难发现,从120阶到360阶,EGM2008模型的标准偏差降低了0.214 m,相应的GGM02C\_EGM96模型降低了0.107 m,EGM96模型降低了0.123 m,可以看出在短波分量方面EGM2008要比EGM96更加精确,表明在构建EGM2008模型的过程中,更多、更精确的地重力数据被采用。

### 2.2 山地丘陵地区与平原地区模型计算值的精度比较

考虑到在构建地球重力位模型时利用的山区地面重力数据较少,模型值所反映的主要是大地水准面的中长波分量,地形影响和实测地面重力数据未加以考虑等因素,利用360阶重力位模型计算值分别与平原地区和山地丘陵地区的实测大地水准面高进行比较。经粗略划分,56个GPS点中10个点位于北部平原地区,46个位于其余的山地丘陵地区。表4、表5分别列出了两个地区参考点高程统计和大地水准面高差值统计,从

表4 平原地区和山地丘陵地区GPS水准点高程统计/m

Tab. 4 Statistics of the Elevation of the GPS Levelling Points in Flat and Mountainous Areas

	最大值	最小值	平均值	标准偏差
平原	216.71	29.34	79.19	59.82
山地丘陵	890.56	57.53	310.85	186.69

$$\Delta N = N_{\text{obs}} - N_{\text{GM}} \quad (7)$$

为移除这种系统偏差,使 $\Delta N$ 满足如下关系<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta N = & a_0 + a_1(\varphi - \varphi_m) + a_2(\lambda - \lambda_m) + \\ & a_3(\varphi - \varphi_m)^2 + a_4(\varphi - \varphi_m)(\lambda - \lambda_m) + \\ & a_5(\lambda - \lambda_m)^2 + a_6(\varphi - \varphi_m)^3 + a_7(\varphi - \varphi_m)^2 \\ & (\lambda - \lambda_m) + a_8(\varphi - \varphi_m)(\lambda - \lambda_m)^2 + a_9(\lambda - \lambda_m)^3 \end{aligned} \quad (8)$$

选取已有数据中的38个GPS点利用式(8)进行最小二乘拟合计算出偏差改正函数,并对所有GPS点上的模型值进行改正,得到拟合值。模型值与拟合值分别与实测值作差比较,其中参与构建偏差改正函数的38个点作为内部精度检校,

其余的 18 个点作为外部精度检校, 具体如表 6、表 7 所示。

表 6 重力位模型值拟合前后内部精度检校/m

Tab. 6 Inner Accuracy Statistics of the Geoid Undulation Differences Before and After LS Fitting

		最大值	最小值	平均值	标准偏差
EGM2008	模型值	0.486	-0.381	0.055	0.187
	拟合值	0.423	-0.370	0.0	0.162
EGM96	模型值	0.878	-0.757	-0.084	0.460
	拟合值	0.624	-0.443	0.0	0.251
GGM02C_EGM96	模型值	0.720	-0.554	0.008	0.291
	拟合值	0.522	-0.488	0.0	0.240

表 7 重力位模型值拟合前后外部精度检校/m

Tab. 7 Outer Accuracy Statistics of the Geoid Undulation Differences Before and After LS Fitting

		最大值	最小值	平均值	标准偏差
EGM2008	模型值	0.589	-0.427	0.041	0.217
	拟合值	0.303	-0.375	-0.007	0.174
EGM96	模型值	1.176	-0.932	-0.081	0.604
	拟合值	0.512	-0.336	-0.004	0.261
GGM02C_EGM96	模型值	0.629	-0.575	0.032	0.311
	拟合值	0.433	-0.283	0.014	0.229

表 6、表 7 显示, 地球重力位模型确定大地水准面时, 利用最小二乘原理对模型值进行改正, 可以提高大地水准面的精度。但由于起算数据包含了山区数据和平原数据, 使拟合值趋于平均化, 拟合后的整体精度不如平原地区的精度, 因此, 若进行分区拟合<sup>[14]</sup> 等其他方法效果可能会更好。

须考虑以上因素。

4) 结合 GPS 水准数据利用最小二乘拟合对模型计算值进行了系统偏差改正, 将拟合值、模型值分别与实测值作差比较, 得出该方法可以提高模型值的精度, 但具有平均作用, 使得整体精度不及平原地区的精度, 如果使用分区拟合等其他方法, 效果可能会更好。

### 3 结语

1) 通过对模型阶方差的分析得出, EGM2008 是所选 3 个模型中位系数精度最高的模型, EGM2008 与 GGM02C\_EGM96 计算得到的大地水准面高相差较小, 而它们与 EGM96 的计算值相差较大。

2) 利用研究区域内的 GPS 水准数据, 对 3 个模型计算的大地水准面高进行了精度评价, 得到前 120 阶 EGM2008 和 GGM02C\_EGM96 模型计算值精度相当, EGM96 模型精度最差; 360 阶时 EGM2008 的精度最高, GGM02C\_EGM96 次之。又比较了 3 个模型 120 阶和 360 阶标准偏差的改变量, 得出 EGM2008 模型短波分量的精度比 EGM96 高。

3) 利用模型计算值与平原地区和山地丘陵地区的实测值作差比较, 得到 EGM2008 在两个地区的精度最高且精度差异最小, 表明精度差异的大小由模型自身精度高低决定, 而差异的存在主要是由地形影响、地面实测重力数据缺失等因素造成。因此在精密确定局部大地水准面时, 必

### 参 考 文 献

- [1] Lemoine F G, Kenyon S C, Factor J K, et al. The Development of the Joint NASA GSFC and NIMA Geopotential Model EGM96 [C]. NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 1998
- [2] Luo Zhicai, Chen Yongqi. Evaluation of Geo-potential Models EGM96, WDM94 and GPM98CR in Hong Kong and ShenZhen[J]. Journal of Geospatial Engineering, 2002, 49(1): 21-30
- [3] 曾元武, 杨沾吉, 张天纪. EGM96, WDM94 和 GPM98CR 高阶地球重力场模型表示深圳局部重力场的比较与评价[J]. 测绘学报, 2002, 31(4): 289-291
- [4] 罗佳, 施闯, 邹贤才, 等. 现有 SST 重力场模型的比较研究[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(7): 594-598
- [5] 罗佳, 姜卫平, 汪海洪, 等. 中国区域 SST 卫星重力场模型精度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2006, 31(3): 199-203
- [6] Rapp R H, Wang Y M. Geoid Undulation Differences between Geopotential Models[J]. Surveys in Geophysics, 1993, 14: 373-380

- [7] Pavlis N K, Holmes S A, Kenyon S C, et al. An Earth Gravitational Model to Degree2160: EGM2008[R]. presented at the 2008 General Assembly of the European Geosciences Union, Vienna, Austria, 2008
- [8] Tapley B, Ries J, Bettadpur S, et al. GGM02—An Improved Earth Gravity Field Model from GRACE [J]. Journal of Geodesy, 2005, 79(8):467-478
- [9] 周旭华,吴斌,彭碧波,等.利用CHAMP科学轨道数据和星载加速度计数据反演地球重力场[J].武汉大学学报·信息科学版,2006,31(2):172-175
- [10] 周旭华,许厚泽,吴斌,等.用GRACE卫星跟踪数据反演地球重力场[J].地球物理学报,2006,49(3):718-723
- [11] 海斯卡宁,莫里茨.物理大地测量学[M].卢福康,胡国理译.北京:测绘出版社,1979
- [12] Chen Yongqi, Luo Zhicai. Precise Hong Kong Geoid HKGEOID-2000[J]. Journal of Geospatial Engineering, 2003, 5(2):35-41
- [13] 张正禄,邓勇,罗长林,等.利用GPS精化区域似大地水准面[J].大地测量与地球动力学,2006,26(4):14-17
- [14] 彭悦,刘帅,朱建军. GPS高程区域似大地水准面分区方法[J].国土资源导刊,2006,3(4):9-11

**第一作者简介:**林淼,硕士生。主要从事物理大地测量方面的研究。

E-mail:etlincat@126.com

## Comparison of the Regional Geoid Undulations Determinated by Geopotential Models

LIN Miao<sup>1</sup> ZHU Jianjun<sup>1</sup> YANG Jinghao<sup>2</sup> QIU Bin<sup>1</sup>

(1) Department of Survey Engineering and Geomatics, Central South University, South Lushan Road, Changsha 410083, China)

(2) The Bureau of National Land & Resources of Hunan Province, 8 West Xiangfu Road, Changsha 410004, China)

**Abstract:** The analysis of the degree variances of the geopotential models (EGM2008、EGM96、GGM02 et al) were presented. In order to generating the accuracies of the long-medium and short medium components of the models, the geoid undulations computed by the models up to degree 120 and 360 were evaluated combining with the GPS leveling data in the research area. Considering the effect of the topography on the geoid and the deficiency of the observed gravity data, the research area was divided into the flat part and the mountainous part roughly, and then the model values on the reference points were compared in each part. Finally a least square fitting was used to correct and modify the model values. The results were showed as follows, EGM2008 was the most accurate model with respect to the potential coefficients. In the first 120 degree the accuracy of the values from the model EGM2008 was quite identical with those from GGM02C\_EGM96, as well as EGM2008 was the best in the degree of 360. The standard deviation in the mountainous areas was larger than that in the flat areas obviously and EGM2008 was also the best model in two topographic conditions. Compared to the model values the fitting values were improved, but the accuracy was not as good as that in flat part.

**Key words:** geopotential model; potential coefficient; geoid undulation

**About the first author:** LIN Miao, postgraduate, majors in physical geodesy.

E-mail: etlincat@126.com