

文章编号:1671-8860(2009)04-0495-04

文献标志码:A

# 一种基于空时联合约束的相对定位方法

徐卫明<sup>1,2</sup> 暴景阳<sup>2</sup> 陆建华<sup>1</sup>

(1 清华大学电子工程系,北京市海淀区清华园,100084)

(2 大连舰艇学院海测工程系,大连市解放路667号,116018)

**摘要:**为了降低机动环境对传感器网络自身定位的影响,提出了一种基于空时联合约束的相对定位(STRP)方法。Monte Carlo 仿真表明,相对于 STF 技术,STRP 方法降低了环境对定位的影响,自主导航定位的精度提高了 36%。

**关键词:**传感器网络;相对定位;空时联合约束;强跟踪

中图法分类号:P246.2

无线传感器网络(wireless sensor networks, WSN)之间通过相对定位可满足在协同观测、协同通信等任务中队形保持与控制、基线维护以及对观测目标校正的需要<sup>[1]</sup>。

目前,用于传感器相对定位的方法有:①基于分布式网络的定位方法<sup>[2]</sup>。该技术的定位精度依赖于锚点的数量和网络的拓扑结构,降低了网络的移动性。当网络超出测控的有效范围时,位置稀释因子(PDOP)恶化,制约了定位精度。②基于轨道动力学的相对定位技术<sup>[3]</sup>。对低空或海面传感器而言,受气象、海流等的影响比较大,传感器之间很难用统一的动力学规律来控制。③基于三维大地网平差的网络定位技术<sup>[4]</sup>。受到摄动环境影响的低空或海面传感器网络已不同于静止的地网,地网的形状是时不变或弱变的,而低空或海面网是时变的,该类方法很难保证时域的连续性。

本文提出了基于空间和时间联合约束的相对定位方法(space-time constraints based relative positioning method, STRP)。该算法的主要特点为:①在传感器网络间引入空域图形拓扑条件,并将其引入到传感器网络空间约束优化中;②在时间序列上引入强跟踪滤波方法。通过上述技术的引进,以确保传感器网络应对环境突变时,从而使自身定位精度得以提高。

## 1 协同任务的状态方程

以 4 个传感器协同任务为例,其状态方程可以写成:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_{k+1/k}\mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k + \mathbf{W}_k \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \quad \mathbf{X}_2 \quad \mathbf{X}_3 \quad \mathbf{X}_4]^T$  ( $i=1,2,3,4$ ),  $\mathbf{X}_i$  表示传感器的状态,  $\mathbf{X}_i = [x_i \quad \dot{x}_i \quad \ddot{x}_i \quad y_i \quad \dot{y}_i \quad \ddot{y}_i \quad z_i \quad \dot{z}_i \quad \ddot{z}_i]^T$ ,  $(x, y, z)$  为位置分量,  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  为速度分量,  $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$  为加速度分量;  $\mathbf{F}$  为状态转移矩阵;  $\mathbf{U}$  为输入矩阵;  $\mathbf{W}$  为过程噪声, 并假设为零均值, 方差为  $\mathbf{Q}$ , 且其自适应值为<sup>[5]</sup>:

$$\mathbf{Q}_k = 2\alpha\omega^2\mathbf{Q}_0 \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  为机动频率。

由于 4 个传感器受环境影响是相互独立的,即各传感器机动状态转移矩阵是相互独立的,由此,可推出式(1)和式(2)中的有关矩阵:

$$\mathbf{F}_{k/k+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{F}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{F}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{F}_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{Q}_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{Q}_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

收稿日期:2009-01-18。

项目来源:国家自然科学基金资助项目(60532070);大连舰艇学院科研发展基金资助项目(K200821);大连舰艇学院科技创新资助项目。

$$\mathbf{U}(k) = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2 \quad \mathbf{U}_3 \quad \mathbf{U}_4]^T \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{F}_i, \mathbf{Q}_i, \mathbf{U}_i$  为各传感器的参数矩阵<sup>[5]</sup>。

传感器间的相对距离观测值为:

$$r_{ij} = [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2} \quad (6)$$

由此可以得到非线性观测方程:

$$\mathbf{z}_k = f(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{z}_k = [r_{12} \quad r_{13} \quad r_{14} \quad \cdots \quad r_{43}]^T$ ;  $\mathbf{v}_k$  为测量噪声, 假设为零均值、方差为  $\mathbf{R}(k)$  的白噪声。

## 2 空时联合约束方程

利用传感器间的相对距离观测  $r_{ij}$  来进行自主定位。传感器间测距链路在不受干扰下, 可以得到 12 个距离观测值, 这正好与 4 个传感器的坐标未知数相等  $(x_j, y_j, z_j) (j=1, 2, 3, 4)$ , 满足了必要观测数的要求。

将式(7)线性化后, 可以得到观测方程:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \Delta \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{H} = \frac{\partial f(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{\mathbf{X}_{k+1/k}}$

由于观测方程(7)中的 12 个相对距离观测值并非全是独立观测量, 如果测距链路存在干扰而失锁, 则在解式(8)时缺少必要的起始数据, 矩阵  $\mathbf{H}$  是秩亏的。此时, 以 4 个传感器的位置作为平差参数, 不引入外界定位基准, 会造成传感器网络的秩亏。

在卫星编队相对定位中, 使用了动力学模型(Hill 方程)<sup>[3]</sup>, 在空间上对编队进行约束。而对低空或者海面传感器网络而言, 它们受外界影响是相互独立的, 难以满足 Hill 方程成立的要求, 必须寻求引入其他约束基准条件。

传感器在协同任务时, 一般会保持一定的几何布局, 在相邻时刻网络之间存在一定的拓扑相关性。基于这一假设, 引入下列 6 个空间基准条件<sup>[4]</sup>。

1) 绝对位移基准(3 个), 用式(9)表示为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 \hat{x}_i = 0 \\ \sum_{i=1}^4 \hat{y}_i = 0 \\ \sum_{i=1}^4 \hat{z}_i = 0 \end{array} \right. \quad (9)$$

式中,  $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$  为位置平差改正值。

2) 方位基准条件(3 个), 用式(10)表示为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^4 (\hat{z}_i^0 \hat{y}_i - y_i^0 \hat{z}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^4 (x_i^0 \hat{z}_i - z_i^0 \hat{x}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^4 (y_i^0 \hat{x}_i - x_i^0 \hat{y}_i) = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

式中,  $(x_i^0, y_i^0, z_i^0)$  为各点近似坐标, 即  $t=k-1$  时刻系统的输出值。

由此, 可得传感器在空域存在如下的拓扑关系:

$$\mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (11)$$

式中, 系数矩阵  $\mathbf{S}$  由上述 6 个条件确定。

引入空间约束方程的目的是使多传感器在协同任务时, 在数据处理过程保证式(11)成立的优化条件。

在满足  $\min_{\hat{\mathbf{X}}} E(\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|^2 | \mathbf{Z})$  条件下, 文中将空间几何约束式(11)融合到时域的强跟踪滤波(strong tracking filtering, STF)<sup>[6]</sup> 中, 以保证传感器在时域和空域跟踪的连续性, 并根据它们各自的相关性来提高传感器自身的定位精度。

首先, 建立如下的 Lagrange 方程<sup>[7]</sup>:

$$\mathbf{L} = E(\|\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}\|^2 | \mathbf{Z}) + 2\beta(\mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \quad (12)$$

Kalman 滤波可以表示为<sup>[8]</sup>:

$$\tilde{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X} | \mathbf{Z}] = \sum \mathbf{X} \mathbf{P}(\mathbf{X} | \mathbf{Z}) \quad (13)$$

则有:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} = & \sum \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{P}(\mathbf{X} | \mathbf{Z}) - 2\hat{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{X}}^T \hat{\mathbf{X}} \\ & + 2\beta(\mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) \end{aligned} \quad (14)$$

由式(14)根据变分原理, 可以得到:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{X}} = -2\hat{\mathbf{X}}_k^T + 2\hat{\mathbf{X}}_k^T + 2\beta \mathbf{S}_k = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \beta} = \mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} = 0 \quad (16)$$

进一步可得:

$$\beta^T = -(\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T)^{-1} [\mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_k \tilde{\mathbf{X}}_k] \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)可得:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \tilde{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_k^T (\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T)^{-1} [\mathbf{S}_k \tilde{\mathbf{X}}_k - \mathbf{S}_k \hat{\mathbf{X}}_k] \quad (18)$$

由 Kalman 滤波原理有:

$$\tilde{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] \quad (19)$$

用  $\hat{\mathbf{X}}(k/k-1)$  近似  $\hat{\mathbf{X}}(k)$ , 并考虑到式(11), 同时将式(19)代入式(18)可得:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_k \approx & \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}_k [\mathbf{Y}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}] - \\ & \mathbf{S}_k^T (\mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^T)^{-1} [\mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} - \mathbf{S}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1}] \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)通过约束式(11), 将传感器状态在时

间序列上的更新过程附加了空域的几何约束。

由于传感器属于非线性动态系统,很难保证系统建模的完整性。这种建模的不完整性会造成滤波器的状态估计值偏离系统的真实状态。这时,若通过在线调整增益矩阵  $\mathbf{K}_{k+1}$ ,强制残差序列处处保持正交,则可以强制滤波器保持对实际系统状态的跟踪,这便是强跟踪滤波的思想<sup>[6]</sup>。

鉴于 STF 具有这种显著的特性,将其引入到传感器网络的空时联合约束滤波中,从而得到具有空域相关和时域相关的 STF 传感器相对定位算法,其中方差矩阵  $\mathbf{P}_{k+1/k}$  如下<sup>[6]</sup>:

$$\mathbf{P}_{k+1/k} = \lambda_{k+1} \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k/k} \mathbf{F}_k^T + \boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T \quad (21)$$

式中,  $\lambda_{k+1}$  为渐消因子;  $\boldsymbol{\Gamma}$  为已知矩阵。

从上述推证中不难看出,STRP 方法和 STF 滤波相比,前者在状态一步预测值之后加了一个和空域约束相关的修正项。这样在 STF 滤波下,传感器在时间上进行滤波估计的同时,在空间上保持坐标移动量的总和为零,方位扭转量的总和为零。

### 3 仿真计算与分析

如图 1 所示,首先利用锚点定位技术<sup>[2]</sup>对传感器进行测距初始定位,然后在传感器间采用微波测距和(或)测角技术,并以此完成自主定位。

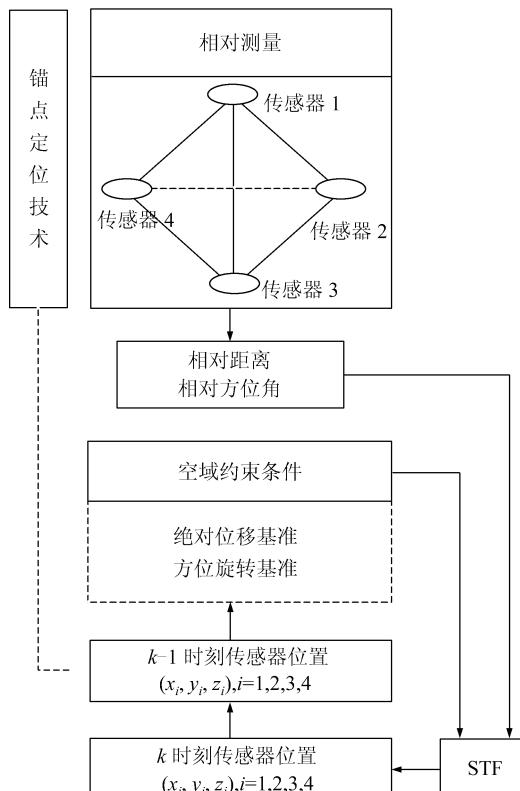


图 1 STRP 算法流程

Fig. 1 Flow of STRP Algorithm

传感器采用水平正方形布设。系统的测距精度为 1.5 m, 方位角测量精度为 0.5°, 环境抖动影响为 0.5 m, 并假设整个系统是同步的。仿真传感器在保持正常队形下, 比较 STRP 算法和 STF 算法在不同机动模式下, 应对环境干扰时算法的有效性。扫描 2 950 次, 采样周期为 1 s, 仿真如图 2 所示的轨迹, 其中, 在 1~800 s、1 743~2 243 s, 传感器作匀速直线模式运动 (maneuvering mode, MM1); 在 2 871~2 950 s, 作加速直线模式运动 (MM2); 在 801~1 742 s、2 244~2 870 s, 作半圆周转弯模式运动 (MM3), 转弯速率分别为 0.19°/s、0.29°/s。1 号传感器的初始位置为 ( $x_o = 10$  km,  $y_o = 0$  km,  $z_o = 20$  km), 初始速度为 ( $v_{x_o} = -20$  m/s,  $v_{y_o} = v_{z_o} = 0$  m/s)。

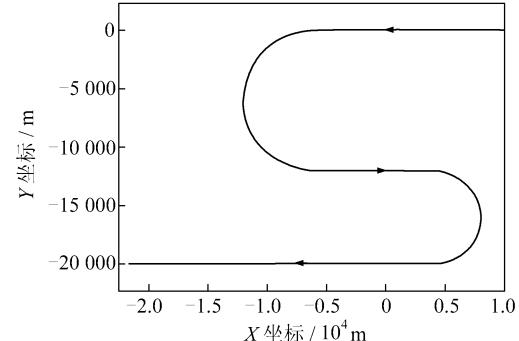


图 2 传感器 1 的机动轨迹

Fig. 2 Trajectory of Sensor No. 1

图 3 中分别给出 4 个传感器定位误差模的分布。限于图幅大小, 只绘出 2 200~2 400 s 仿真结果。表 1 为虚拟重心定位误差统计。

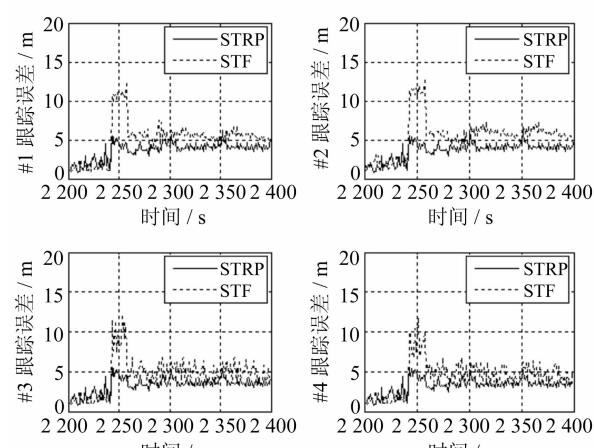


图 3 传感器网络定位误差的模

Fig. 3 Position Error Modulus of Four-Sensor Network Focused on Different Positioning Algorithms

**表1 虚拟重心定位误差统计/m**

Tab. 1 Statistical Value of Position Error Modulus of Virtual Centroid Focused on Different Positioning Algorithms/m

机动模式	最小值		最大值		平均值		均方差	
	STF	STRP	STF	STRP	STF	STRP	STF	STRP
MM1	0.88	0.72	3.81	4.25	1.92	1.44	0.70	0.51
MM2	0.87	0.83	2.54	3.88	1.54	1.97	0.46	0.54
MM3	3.50	1.21	9.94	6.42	4.41	3.82	1.65	1.06

从图3和表1中可以看出,在传感器作直线模式运动(MM1、MM2)时,STRP方法与一般的STF方法跟踪性能相当,均方差近似相等。但是,当传感器作变速半圆周运动时,特别是在半圆周运动的开始与终止的两端,STF方法相对STRP方法会发生较大的突变,表1虚拟中心点的跟踪精度降低了1/3。而STRP方法通过空域强制约束,在半圆周运动中,及时跟上传感器的机动,跟踪精度趋于一个稳定值,自主导航精度提高了36%。

## 参 考 文 献

- [1] Xiao Bin, Chen Hekang, Zhou Shuigeng. Distributed Localization Using a Moving Beacon in Wireless Sensor Networks[J]. IEEE Trans on Parallel &

- Distribute System, 2008, 19(5): 587-600  
[2] Niculescu D, Nath B. DV Based Positioning in Ad Hoc Networks [J]. Telecommunication Systems, 2003, 22(1/4): 267-280  
[3] 周凤岐, 孙东, 周军. 基于非线性滤波技术的多航天器编队飞行相对导航[J]. 宇航学报, 2005, 26(2): 212-216  
[4] 黄维彬. 近代测量平差理论及其应用[M]. 北京: 解放军出版社, 1992  
[5] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991  
[6] Liu Shirong, He Wenbo. Strong Tracking Particle Filter Based Fault Diagnosis for Nonlinear Systems [C]. The 26th Chinese Control Conference, Zhangjiajie, 2007  
[7] 左俊疆, 鲍远律, 刘艳. 一种带约束条件的GPS动态滤波新方法[J]. 计算机仿真, 2004, 21(12): 80-83  
[8] Shalom Y B, Li Xiaorong. Estimation and Tracking: Principles, Techniques and Software [M]. London: Artech house, 1993

**第一作者简介:**徐卫明,博士生。现主要从事海道测量信息处理、通信、定位技术及应用研究。

E-mail: xwm05@mails.tsinghua.edu.cn

## A Relative Positioning Method Based on Space-Time Constraints

XU Weiming<sup>1,2</sup> BAO Jingyang<sup>2</sup> LU Jianhua<sup>1</sup>

(1 Dept. of Electronic Engineering, Tsinghua University, Qinghuayuan, Beijing 100084, China)

(2 Dept. of Hydrography & Cartography Engineering, Dalian Naval Academy, 667 Jiefang Road, Dalian 116018, China)

**Abstract:** To improve the relative positioning precision of wireless sensor networks (WSN) affected by environment perturbing, this paper proposes a joint space-time constraints based relative positioning method (STRP). Firstly, the state equation in cooperative mission of WSN is presented. Secondly, space-domain geometric constraint equations of WSN are introduced according to correlation assumption of maneuvering topography. Finally, the geometric constraint equations are combined with strong tracking filter (STF) in time-domain by Lagrange multipliers to improve the positioning performance of WSN in perturbing environment. The results of Monte Carlo simulation demonstrate that the STRP techniques reduces the influence of perturbing environment and increases the positioning precision of automated navigation by 36% compared with conventional STF.

**Key words:** wireless sensor networks (WSN); relative positioning; space-time constraint; strong tracking filtering

**About the first author:** XU Weiming, Ph.D candidate, majors in hydrographic information processing, communication and positioning technique.

E-mail: xwm05@mails.tsinghua.edu.cn