

遗传算法在 GPS 快速定位病态方程解算中的应用

郭秋英^{1,2} 胡振琪¹

(1 中国矿业大学(北京)资源与安全工程学院,北京市海淀区学院路丁 11 号,100083)

(2 山东建筑大学土木工程学院,济南市临港开发区凤鸣路,250101)

摘要:将 GPS 病态方程求解问题转化为一个函数优化问题,应用遗传算法求解,避免了法方程的求逆运算,从而可以得到参数的近似最优解。探讨了利用遗传算法得到模糊度浮点解、应用有偏估计的均方误差矩阵确定模糊度的搜索范围、结合 Lambda 方法快速确定整周模糊度的方法。

关键词:GPS 快速定位;病态方程;整周模糊度;遗传算法

中图分类号:P228.41

对于仅观测几个历元的 GPS 单频快速定位,用最小二乘原理进行参数估计的法方程系数阵的条件数可达 10^{10} 数量级,严重病态,因此,法方程的求逆不稳定^[1,2]。近年来,对 GPS 病态方程的处理得到了很多学者的关注^[2]。文献[3-5]提出利用遗传算法求解病态方程并进行了实例计算,在处理数学病态方程方面,得到了较好的效果。如果将 GPS 病态方程求解问题转化为一个函数优化问题,用遗传算法求解,避免了法方程的求逆运算,可以得到近似最优解。本文探讨了利用遗传算法进行 GPS 病态方程中适应度函数的设计、初始种群范围的确定及控制参数的设置等,并提出了利用遗传算法得到模糊度浮点解、应用有偏估计的均方误差矩阵确定模糊度的搜索范围、结合 Lambda 方法快速确定整周模糊度的方法,用算例进行了验证。

1 利用遗传算法解算 GPS 病态方程

1.1 适应度函数的设计

在 GPS 精密定位中,一般采用站星双差模型。设线性化后的 GPS 载波相位双差误差方程为:

$$V = A\delta X + B\hat{N} - I \quad (1)$$

式中, V 是噪声向量; A 为待求未知坐标参数的系数阵; δX 为未知点坐标改正值向量; B 为模糊度

参数的系数阵; \hat{N} 为双差模糊度向量; I 为常数向量。

若不考虑历元间的相关性, m 个历元双差观测量的权阵为:

$$P = \begin{bmatrix} P_{\nabla\Delta\varphi}(1) & 0 \cdots & 0 & \\ 0 & P_{\nabla\Delta\varphi}(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & P_{\nabla\Delta\varphi}(m) \end{bmatrix} \quad (2)$$

单个历元的双差观测量的权阵为:

$$P_{\nabla\Delta\varphi}(t) = \frac{1}{2\sigma_0^2 k} \begin{bmatrix} k-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & k-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & & & \vdots \\ -1 & -1 & \cdots & k-1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, k 为同步观测的卫星个数; σ_0 为验前单位权中误差。

根据最小二乘原理 $V^T P V = \min$, 得到用遗传算法解算 GPS 方程的适应度函数:

$$f(X) = (A\delta X + B\hat{N} - I)^T P (A\delta X + B\hat{N} - I) \quad (4)$$

式(4)中的变量个数为 3 个坐标改正数与 $(k-1)$ 个双差模糊度个数之和。

1.2 遗传操作算子及基本遗传算法参数设置

遗传算法有 3 个基本操作:选择、交叉和变异。选择算子有多种,最常用的选择算子是轮盘

赌选择。交叉算子根据个体编码表示方法的不同有单点交叉、两点交叉、多点交叉及均匀交叉等。变异算子也有多种类型,常用的有基本位变异、均匀变异、高斯变异等^[6]。

在运行遗传算法前,需要设置一些基本运行参数,包括种群的大小、交叉率、变异概率及最大进化代数等。遗传算法运行参数一般通过实验的方法确定。通常,取初始群体的大小为 20~100;交叉概率取 0.4~0.99;变异概率通常取 0.001~0.1;最大进化代数作为一种终止条件,一般视具体问题而定,取 100~500 代。对于具体问题而言,衡量参数设置恰当与否,要依据多次运行的收敛情况和解的质量来判断^[6]。

经实验,本文采用的基本遗传算子及基本运行参数设置见表 1。

表 1 遗传算子及基本运行参数设置

Tab.1 Genetic Operator and Parameter Setting of Basic Genetic Algorithms

遗传操作	遗传算子设置	遗传算法参数	参数取值
选择算子	轮盘赌选择	种群大小	80
交叉算子	两点交叉	最大进化代数	400
变异算子	均匀变异	交叉概率	0.75
		变异概率	0.02

1.3 初始种群的生成及初始种群范围的设定

初始种群生成的方法为:根据问题固有的先验信息,设法把握待求参数最优解的分布范围,然后在此分布范围内设定初始群体。

初始种群范围设定的方法为:先确定待求的 3 个坐标改正数的范围,双差模糊度的范围根据 3 个坐标未知数范围的边界值代入式(1)按最小二乘原理求得。实例表明,参数的搜索范围越小,遗传算法解的精度越高。当坐标改正数的范围超过 ±1 m 时,用遗传算法得到的参数解偏离其准确值较大;当坐标改正数的范围在 ±0.5 m 以内时,用遗传算法可以得到精度较高的参数解。因此,本文将 3 个坐标改正数的范围均设为 -0.5~0.5 m。

2 确定模糊度参数搜索空间

根据测量平差原理,应用最小二乘原理的精度估计可获得模糊度参数解的协方差阵,即

$$D_Y = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1} = \begin{bmatrix} D_X & D_{XN} \\ D_{NX} & D_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $\hat{Y} = [\delta \hat{X} \quad \hat{N}]^T$; $\hat{\sigma}_0^2$ 为单位权方差估值; D_N 为模糊度参数解的协方差阵。

由于 GPS 快速定位的法方程严重病态,法方程的病态性会引起模糊度的估计方差剧烈膨胀,导致模糊度的搜索空间大大增加,不利于模糊度的搜索。有偏估计是以参数估值偏差的适当增大来换取方差更多地减小,矩阵 $(A^T P A + kI)$ 的求逆比 $A^T P A$ 的求逆更稳定。因此,可利用有偏估计的均方误差矩阵代替协方差阵来确定模糊度的搜索范围。有偏估计的均方误差矩阵可近似取为^[7-9]:

$$MSEM(\hat{Y}_k) = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A + kI)^{-1} = \begin{bmatrix} MSEM_X & MSEM_{XN} \\ MSEM_{NX} & MSEM_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中, k 为岭参数; $MSEM_N$ 为模糊度参数解的均方误差矩阵。

3 算例及分析

方案 1 最小二乘估计结合 Lambda 方法确定模糊度。

方案 2 利用遗传算法得到模糊度浮点解,应用最小二乘估计的协方差阵确定模糊度的搜索范围,结合 Lambda 方法确定模糊度。

方案 3 利用遗传算法得到模糊度浮点解,应用有偏估计的均方误差矩阵确定模糊度的搜索范围(k 取 0.001),结合 Lambda 方法确定模糊度。

由于遗传算法是一种随机搜索算法,每次计算结果会有所差异,故采用 5 次计算结果的平均值作为最终值。

3.1 算例 1

基线长度为 1 975.022 7 m,观测时间为 20 min,采样间隔为 15 s,观测卫星为 7 颗,用 Bernese 软件处理得到的双差模糊度固定解为 $N = [18 \quad -2 \quad -14 \quad -5 \quad -12 \quad -4]^T$,将其作为模糊度解的标准值。从观测数据中随机选取连续两个历元(如 1、2 历元)的 L_1 观测数据,分别按以上 3 种方案进行了计算,3 种方案的计算结果见表 2。

3.2 算例 2

基线长度为 2 659.517 9 m,观测时间为 30 min,采样间隔为 1 s,观测卫星为 6 颗,用 Bernese 软件处理得到的双差模糊度为 $[-71 \quad -68 \quad -64 \quad -63 \quad 14]^T$,将其作为标准值。利用连续两个历元(如 1、2 历元)的 L_1 载波相位观测数据,仍按以上 3 种方案进行了计算,3 种方案的计算结果及其与标准值的比较见表 3。

表2 3种方案计算的双差模糊度及其与标准值的比较(算例1)

Tab. 2 Comparison of Results of Double-differenced Ambiguities by Three Schemes with Standard Solutions

方案	方案1	方案2	方案3
	21.169 7	18.061 5	18.061 5
	6.245 3	-2.179 3	-2.179 3
双差模糊度浮点解	-13.334 8	-13.878 9	-13.878 9
\check{N}	-0.338 5	-4.925 5	-4.925 5
	-3.650 1	-12.081 0	-12.081 0
	0.156 2	-3.992 5	-3.992 5
$\ \check{N} - N \ _2 / \text{周}$	13.682 0	1.012 8	1.012 8
	36	28	18
	-4	-14	-2
双差模糊度固定解	12	7	-14
\check{N}	13	7	-5
	-12	-23	-12
	9	4	-4
$\ \check{N} - N \ _2 / \text{周}$	38.691 1	31.843 4	0

表3 3种方案计算的双差模糊度及其与标准值的比较(算例2)

Tab. 3 Comparison of Results of Double-differenced Ambiguities by Three Schemes with Standard Solutions

方案	方案1	方案2	方案3
	2.082 0	-71.385 1	-71.385 1
双差模糊度浮点解	-60.106 5	-67.761 0	-67.761 0
\check{N}	3.473 1	-64.323 2	-64.323 2
	-17.115 3	-63.417 8	-63.417 8
	53.533 7	13.797 7	13.797 7
$\ \check{N} - N \ _2 / \text{周}$	116.722 9	0.724 8	0.724 8
			-71
双差模糊度固定解			-68
\check{N}	不能固定模糊度	不能固定模糊度	-64
			-63
			14

从表2和表3可以看出,方案1由于最小二乘估计的法方程严重病态,双差模糊度浮点解偏离其准确值较大,其协方差阵也不能准确地反映参数的精度信息,应用 Lambda 方法不能正确固定模糊度;方案2虽然用遗传算法得到的双差模糊度浮点解较接近其准确值,但是由于应用最小二乘估计的协方差阵不能准确地反映参数的精度信息,造成模糊度搜索范围太大,应用 Lambda 方法也不能正确固定模糊度;方案3用遗传算法得到较准确的双差模糊度浮点解,利用有偏估计的均方误差阵代替最小二乘估计的协方差阵,大大改善了参数的精度信息,应用 Lambda 方法可以正确地固定模糊度。以上两个算例也进一步说明,在 GPS 快速定位中,应用 Lambda 方法要得到可靠的模糊度固定解,至少需要两个前提:

① 较准确的模糊度浮点解,② 合理的搜索范围。

4 结 语

1) 通过设计合适的适应度函数,确定合理的初始种群范围,用遗传算法解算 GPS 病态方程,可以得到精度较高的模糊度浮点解,有利于利用 Lambda 方法快速准确地固定模糊度。

2) 对于仅观测少数几个历元的单频 GPS 快速定位,如果 GPS 测站的近似坐标精度达到士 0.5 m 以内,利用遗传算法可得到较准确的模糊度浮点解。应用有偏估计的均方误差矩阵确定模糊度的搜索范围,结合 Lambda 方法可以正确地确定整周模糊度。

3) 用遗传算法解算 GPS 病态方程对参数的搜索范围有一定的要求,如何确定有效的参数搜索范围,提高解的精度,还需要进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 郭秋英,胡振琪. GPS 快速定位方程的病态性对整周模糊度及基线解的影响[J]. 测绘科学, 2007, 32(2):42-43
- [2] 曾群意,欧吉坤. 用遗传算法解算病态方程[J]. 大地测量与地球动力学, 2003, 23(3):93-97
- [3] Mera N S, Elliott L, Ingham D B. On the Use of Genetic Algorithms for Solving Ill-posed Problems [J]. Inverse Problems in Engineering, 2003, 11(2): 105-121
- [4] 黄松奇,黄守佳. 用遗传算法求解病态线性方程组[J]. 数学的实践与认识, 2003, 33(8):97-100
- [5] 赖鑫生,谭国律,周玉林. 用遗传算法解大规模病态线性方程组[J]. 上饶师范学院学报, 2006, 26(6): 85-88
- [6] 王晓平,曹立明. 遗传算法:理论、应用与软件实现[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2002
- [7] 王振杰. 大地测量中不适定问题的正则化解法研究[D]. 北京:中国科学院, 2003
- [8] 杨宁,张静,田蔚风. 遗传算法在 DGPS 动态整周模糊度解算中的应用[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(8):2 025-2 026
- [9] 雷英杰,张善文,李续武,等. MATLAB 遗传算法工具箱及应用[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 2005

第一作者简介:郭秋英,博士生,副教授,主要研究方向为 GPS 快速精密定位。

E-mail:qyguo@sdjzu.edu.cn

Application of Genetic Algorithm to Solve Ill-Conditioned Equations for GPS Rapid Positioning

GUO Qiuying^{1,2} HU Zhenqi¹

(1 College of Resources and Safety Engineering, China University of Mining and Technology,
D11 Xueyuan Road, Beijing 100083, China)

(2 School of Civil Engineering, Shandong Jianzhu University, Fengming Road, Jinan 250101, China)

Abstract: The normal equations of GPS single frequency rapid positioning are seriously ill-conditioned because of a few observational epochs, which causes the inversion of coefficient matrix of normal equations unstable. We converted the ill-conditioned normal equations of GPS rapid positioning into a function optimization problem, and used genetic algorithm to calculate parameters solutions, which avoided the inversion of coefficient matrix of normal equations and could approximately acquire best solutions. A method was developed, which use MSEM(mean square error matrix) matrix of biased estimation to determine the ambiguity search space and use GA(genetic algorithm) method combining with Lambda method to fix integer ambiguities. Experiment shows that the method can correctly fix integer ambiguities with a few several epochs.

Key words: GPS rapid positioning; ill-conditioned equations; ambiguity; genetic algorithm

About the first author: GUO Qiuying, associate professor, Ph.D candidate, majors in GPS rapid precise positioning.

E-mail: qyguo@sdjzu.edu.cn

(上接第 213 页)

Retrieval of Water Content of Crop Based on Remote Sensing

YU Junming¹ LAN Chaozhen² ZHOU Yi¹ WANG Shixin¹

(1 Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, 20A Datun Road, Beijing 100101, China)

(2 Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, 66 Middle Longhai Road, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: Remote sensing is able to provide the information of crop's growing way and an absence of water quickly, real-timely and in a large area, and make up the shortcoming of measurement in the field. We constructed a relevant statistic model for predicting crop water content based on shortwave angle slope Index (SASI), which uses the equivalent water thickness per unit area at canopy (EWT_{canopy}) receiving from global vegetation moisture index (GVMI). At the same time, the model was used to retrieve the water content of crop in Huanghuaihai plain in China. The result shows that the angle index model has strong correlation with EWT_{canopy} , and the water content of crop gets from it has good consistency with the relative moisture of soil at the same term.

Key words: vegetation water; angle index; SASI; MODIS; GVMI

About the first author: YU Junming, postgraduate, majors in retrieval of vegetation water content by RS.

E-mail: yujunming@126.com