

# GPS 码精密跟踪环路的研究

姚彦鑫<sup>1</sup> 杨东凯<sup>2</sup> 丁凡<sup>2</sup> 张其善<sup>2</sup>

(1 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京市海淀区学院路 37 号, 100191)

(2 北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京市海淀区学院路 37 号, 100191)

**摘要:** 为了实现卫星移动环境下 GPS 信号码相位的精密跟踪, 推导出了常见鉴相器增益的形式, 得出鉴相器增益越大、环路的牵引速度越大、稳态跟踪精度越差的推论; 讨论了相关间距、环路带宽和相关器增益对码环路跟踪的影响, 分析说明相关间距的减小较动态减小来说对跟踪更为有利。用 Matlab 仿真平台验证了推论和分析的正确性, 并提出了一种基于窄相关和点积功率型码鉴相器的更为合理的环路设计方案。

**关键词:** 全球定位系统; C/A 码; 鉴别器; 跟踪

**中图法分类号:** P228.41; P245; TN965.5

为了实现卫星移动环境下的精密定位, 码相位的精密跟踪和载波相位的精确跟踪一样, 也是关键的问题, 这是由于码相位跟踪和载波相位跟踪是互相依赖、紧紧耦合在一起的<sup>[1,2]</sup>。码相位失锁或者码稳态跟踪的测量精度不高会影响载波环路的精密跟踪。根据接收机的结构不同, 码跟踪的处理方法主要为开环跟踪和闭环跟踪, 基于延迟锁定环(delay lock loop, DLL)的码闭环的跟踪方法是有效和常用的一种方法, 具有可靠性高、计算量小、跟踪精度高的特点<sup>[3]</sup>。从本质上讲, 利用 DLL 对信号进行跟踪就是一个反馈控制的过程。DLL 分类主要基于鉴别器的不同, 它具有多种形式, 其中 4 个比较有名的码鉴别器形式为相干型、点积功率型、超前减去滞后功率型、超前减去滞后包络型等<sup>[4]</sup>, 还包括基于以上各种鉴别器的各种归一化的形式。非相干型码鉴别器对载波相位跟踪的依赖性不强, 更为常用。码鉴别器的好坏直接决定环路的性能。分析码鉴别器比较重要的两个指标是牵引速度和稳态跟踪精度<sup>[5]</sup>。精密定位就要求接收机具有抗多径性能, 并且稳态跟踪误差尽量小<sup>[6]</sup>。DLL 的窄相关技术可以抗多径和有效抑制由热噪声带来的跟踪误差<sup>[7]</sup>, 提高接收机伪码环路的测量精度<sup>[8]</sup>。分析各种形式鉴别器对码环路跟踪的影响, 尤其是分析各种形

式鉴别器在窄相关条件下的优缺点的文献较少。本文首先推导出了相关公式<sup>[9]</sup>, 然后定义了码鉴相增益的概念, 推导比较了各种常见鉴别器的增益大小, 得出鉴相器增益会影响环路的牵引速度和稳态跟踪精度的推论。

## 1 GPS 码鉴别器

暂时忽略噪声的影响, 数字中频信号乘以同相本地载波和超前支路本地码后的表达式为:

$$I_{En} = A_n A_r D[nT_s - \tau_n] C[nT_s - \tau_n] C(nT_s - \hat{\tau}_n - \delta) \cdot \cos[2\pi(f_A + f_{dn})(nT_s - t_{0n}) + \hat{\phi}_n] \cdot \cos[2\pi(f_A + \hat{f}_{dn})(nT_s - t_{0n}) + \hat{\phi}_n] \quad (1)$$

其中,  $n$  表示采样序列的序号;  $T_s$  是采样间隔;  $t_{0n}$  表示第  $n$  个采样间隔的参考历元, 取为参考间隔的中点  $t_{0n} = (n + 0.5)T_s$ ;  $D(\cdot)$  表示数据;  $C(\cdot)$  表示 C/A 码;  $A_n$  是  $t_{0n}$  时刻的接收信号幅度;  $A_r$  是本地参考载波幅度;  $\tau_n$  是  $t_{0n}$  时刻接收信号的传播时延;  $\phi_n$  是  $t_{0n}$  时刻接收信号经过下变频后的载波相位;  $f_A$  是数字中频信号的中心频率;  $f_{dn}$  是接收信号的多普勒频率;  $\hat{f}_{dn}$ 、 $\hat{\phi}_n$  和  $\hat{\tau}_n$  分别是对  $f_{dn}$ 、 $\phi_n$  和  $\tau_n$  的估计, 估计偏差分别是  $\Delta f_{dn}$ 、 $\Delta \phi_n$ 、 $\Delta \tau_n$ ;  $\delta = -d$ 、 $0$ 、 $d$  ( $d$  是相关器间距, 以 C/A 码一个码片的宽度  $T_c$  为单位)。

将以上得到的各历元的值依次以  $T_j$  为时间长度进行第  $j$  次累加,一般取  $T_j = T/(1 + \omega_d/\omega_L)$ ,  $T$  是选定的标称累加时间长度,可取为  $1 \sim 20$  ms;  $\omega_L$  是  $L_1$  载波标称频率;  $\omega_d$  是信号的多普勒频率。

假设第  $j$  次累加期间,  $A_n, D(nT_s - \tau_n), \tau_n, \hat{\tau}_n, f_{dn}, \hat{f}_{dn}, \phi_n$  和  $\hat{\phi}_n$  保持不变,可记作  $A_j, D_j, \tau_j, \hat{\tau}_j, f_{dj}, \hat{f}_{dj}, \phi_j$  和  $\hat{\phi}_j$ ,  $\tau_n, f_{dn}$  和  $\phi_n$  的估计误差记作  $\Delta\tau_j, \Delta f_{dj}$  和  $\Delta\phi_j$ , 累加区间的参考历元取其中点  $t_{0j} = n_{0j}T_s + 0.5T_j$ 。累加时,只考虑  $\Delta\tau_j < T_c$  的情况。

经过计算,超前支路同相分量的累加值为:

$$I_{Ej} = \frac{1}{2} A_n A_r D_j \frac{T_j}{T_s} R(\Delta\tau_j - \delta) \text{Sa}(\frac{1}{2} \Delta\omega_j T_j) \cos \Delta\phi_j \tag{2}$$

其中,  $R(\cdot)$  是 C/A 码的周期自相关函数;  $\text{Sa}(\cdot) = \frac{\sin(\cdot)}{\cdot}$ 。

对应于超前、即时和滞后支路的同相和正交相关值  $Q_{Ej}, I_{Pj}, Q_{Pj}, I_{Lj}$  和  $Q_{Lj}$  具有类似的表示形式。

尽管理论上,相干型码鉴别器能达到最好的跟踪精度,但是它要求载波相位跟踪处于同步状态,且对周跳敏感,而 GPS 接收机多工作在低载噪比条件下,且信号上有数据调制,高质量的相干载波不易得到,故而很少采用。非相干型码鉴别器对载波相位跟踪没有很强的依赖性,只要频率估计误差相对于预检带宽足够小即可,在高动态、低载噪比和有干扰的情况下,其综合性能较好。

## 2 码鉴别器的增益

### 2.1 鉴别器的增益

定义 1 鉴别器的增益定义为鉴别器的鉴相值关于码跟踪误差函数的导数在零处的大小。

定理 1 点积功率型、超前减去滞后功率型、超前减去滞后包络型三种非相干型鉴别器的增益分别为:

$$\begin{aligned} \delta'_1(0) &= 2A_{\text{dis}}^2 \\ \delta'_2(0) &= 4A_{\text{dis}}^2(1-d) \\ \delta'_3(0) &= 2A_{\text{dis}} \end{aligned}$$

其中,

$$A_{\text{dis}} = \frac{1}{2} A_j A_r D_j \frac{T_j}{T_s} \text{Sa}(\frac{1}{2} \Delta\omega_j T_j)$$

定义 2 鉴别器的扩展增益定义为鉴别器的鉴相值关于码跟踪误差的函数在  $|\Delta\tau_j| < d$  时的变化趋势,即鉴别器的鉴相值关于码跟踪误差的

函数在  $|\Delta\tau_j| < d$  时的导数。

定理 2 点积功率型、超前减去滞后功率型、超前减去滞后包络型三种非相干型鉴别器的扩展增益分别是:

$$\begin{cases} \delta'_1(\Delta\tau_j) \Big|_{|\Delta\tau_j| < d} = 2A_{\text{dis}}^2 - 4A_{\text{dis}}^2 |\Delta\tau_j| \Big|_{|\Delta\tau_j| < d} \\ \delta'_2(\Delta\tau_j) = 4A_{\text{dis}}^2(1-d) \Big|_{|\Delta\tau_j| < d} \\ \delta'_3(\Delta\tau_j) = 2A_{\text{dis}} \Big|_{|\Delta\tau_j| < d} \end{cases} \tag{3}$$

经过上述推导可得,  $d=0.1$  和  $0.2$  时,  $\delta'_2(0)$  比  $\delta'_1(0)$  大,  $\delta'_2(0)$  随  $d$  的增大而减小;  $d=0.5$  时,  $\delta'_2(0) = \delta'_1(0)$ 。而第一鉴别器在除了  $\Delta\tau_j = 0$  的其他  $\Delta\tau_j$  处,其瞬时斜率都小于  $\Delta\tau_j = 0$  时的斜率。

### 2.2 鉴别器增益的归一化

峡谷和室内环境中,信号功率可能会变化得非常快,这是由接收机运动或者信号受到遮挡造成的。信号功率的变化对鉴别器鉴相值的影响主要体现在  $A_{\text{dis}}^2$  项上。由于 DLL 是闭环的控制过程,鉴别器的增益随时间变化,会使得跟踪误差增大。为消除信号功率变化对信号跟踪的影响, DLL 鉴别器应被归一化。归一化的变量形式常见的有两种,即时型归一化变量为:

$$G_1(\Delta\tau_j) = I_{Pj}^2 + Q_{Pj}^2 \tag{4}$$

超前滞后型归一化变量为:

$$G_2(\Delta\tau_j) = I_{Ej}^2 + Q_{Ej}^2 + I_{Lj}^2 + Q_{Lj}^2 \tag{5}$$

定义 3 归一化变量的归一化增益定义为码片跟踪误差  $\Delta\tau_j$  为零处归一化变量的值。

定理 3 即时型和超前滞后型归一化变量归一化增益的大小分别为  $G_1(0) = A_{\text{dis}}^2, G_2(0) = A_{\text{dis}}^2(1-d)^2$ 。

可见,即时型归一化变量的归一化增益与  $d$  无关。

### 2.3 鉴别器增益对于跟踪的影响

推论 1 鉴别器的增益越大,牵引速度越快,稳态跟踪的精度越高。

为了提高抗多径的性能,接收机中常使用窄相关技术。根据定理 1,在比较点积功率型(第一种)和超前减去滞后功率型(第二种)鉴别器的增益后可知,使用两种鉴别器的跟踪效果不同:①  $d=0.1$  和  $0.2$  时,第二鉴别器的牵引速度较第一鉴别器的大;第一鉴别器稳态跟踪的误差较第二鉴别器的小;②  $d=0.5$  时,两种鉴别器的稳态跟踪误差持平。

### 2.4 码环路带宽和相关器间距对码跟踪的影响

GPS 接收机中, DLL 的测量误差主要包括由热噪声造成的码颤动和动态应力误差<sup>[3]</sup>。根据文献[4]中关于 DLL 测量误差的计算公式, 为了比较相关间距和相对运动速度对测量误差的影响, 进行如下仿真分析。对于常采用的二阶环路, 仿真卫星和接收机相对径向速度  $v$  分别设为 1 m/s、5 m/s、9 m/s,  $d=0.1\sim 0.5$ ,  $B=0\sim 40$  Hz 时, 热噪声和动态应力造成的测量误差如图 1 所示。图 1 说明, 在一定的带宽条件下,  $d$  的减小较动态的减小来说, 其对总的测量误差的减小效果更为明显。

由热噪声造成的测量误差随环路带宽的变窄而减小, 而环路带宽/自然圆频率的变窄却意味着环路对动态应力敏感度的增加, 满足动态而且使得总的测量误差取得最小值的带宽是最合理的。而由文献[10], 静止的接收机的多普勒频率变化率不大,  $B>0.2$  Hz 就可以满足动态应力的要求。尽管  $d$  减小对测量误差减小的效果更为明显, 但相关间隔的减小使得码环的动态容忍能力降低, 因而接收机码跟踪环容易失锁, 尤其当接收机运动速度较大时。实际中采用载波环路辅助码环路的跟踪策略克服这一问题, 以实现多普勒的稳定跟踪。

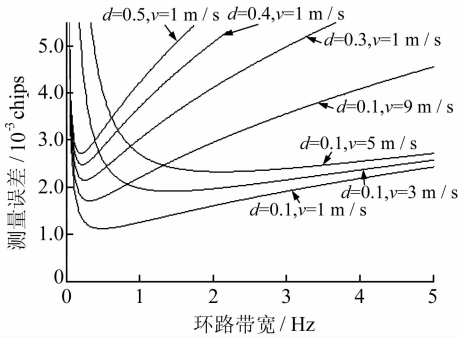


图 1 热噪声和动态应力造成的测量误差

Fig. 1 Measurement Error Caused by Heat Noise and Dynamic Stress

## 3 仿真验证

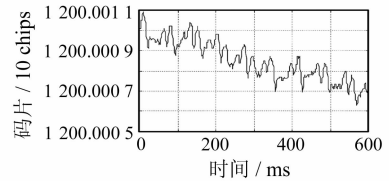
为验证以上关于鉴别器增益对跟踪影响推论的正确性, 在 Matlab 平台上搭建了具有捕获、跟踪功能的接收机。模拟 GPS 导航信号由 GPS 信号仿真器产生, 可以灵活设置 GPS 信号的码相位、载波多普勒和相位等信息。导入 Matlab 接收机的 GPS 仿真器数据参数设置如下: 22 号卫星,

有电文, 中频 4.12 MHz, 采样率 16.367 MHz, 载噪比 42 dB-Hz, 码片初始相位在 120 chips。

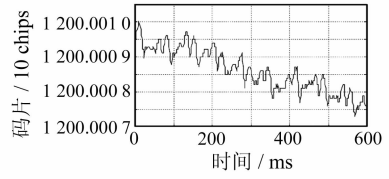
由于采用载波环路辅助码环的跟踪策略, 码环上承受的动态应力较小, 因此模拟产生的码动态设为零。这也便于实验结果只需比较跟踪曲线抖动的大小, 抖动越小, 跟踪精度越高。

### 3.1 $d=0.1$ 时两个鉴别器的牵引速度

采用二阶锁相环路, 参数  $B=0.25$ 。当设置码片初始相位在 120.000 1 chips 时, 得到第二、第一鉴别器的跟踪曲线如图 2 所示。由于纵轴上曲线的扩展尺度较小, 因此以 10 倍码片为单位。图 2 中牵引速度较快, 表明增益较大的第二鉴别器比第一鉴别器使得环路更快地朝正确的码相位牵引, 说明增益较大的鉴相器能使环路以更快的速度收敛于真实的码相位。尽管仿真时间有限, 但是由于时间间隔相同, 收敛速度的比较较为明显。



(a) 第二鉴别器的牵引速度



(b) 第一鉴别器的牵引速度

图 2 第二和第一鉴别器的牵引速度

Fig. 2 Pull-in Speed of Two Discriminators

### 3.2 $d=0.1/0.2/0.5$ 时的稳态跟踪精度

采用二阶锁相环路, 为了方便观察, 适当增大  $B$ ,  $B=10$ 。比较  $d$  分别取 0.1、0.2、0.5 时, 采用第一鉴别器和第二鉴别器得到的稳态跟踪结果。

由图 3(a) 可知,  $d=0.1$  时, 第一鉴别器的稳态跟踪精度明显比第二鉴别器高。这是由于与第二鉴别器相比, 第一鉴别器在  $d=0.1$  时的增益  $\delta'_1(0)$  较小, 因此引起的跟踪抖动较小, 更利于稳态跟踪。

为了证明是由于鉴别器增益的不同造成的差异, 记录了第一次进行环路控制时第二和第一鉴别器的鉴别值, 分别为 0.000 752 和 0.000 417。由此证明, 相同码片误差的情况下, 第一鉴别器的鉴相值大于第二鉴别器的鉴相值。

$d=0.2$  chips 时(见图 3(b)), 第一鉴别器的稳态跟踪精度明显比第二鉴别器高。 $d=0.5$  时

(见图 3(c)), 两者的精度基本相当。

对于第一鉴别器, 在  $d$  从 0.1、0.2、0.5 依次

增大的实验中, 得到的跟踪抖动依次增大; 对于第二鉴别器, 得到的结果具有类似的性质。

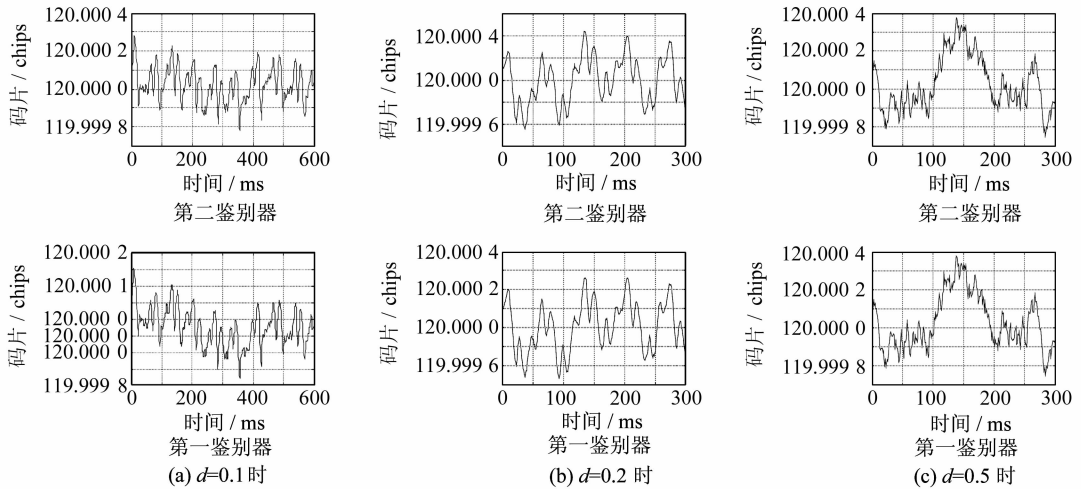


图 3  $d=0.1, 0.2, 0.5$  时鉴别器的稳态跟踪状态

Fig. 3 Steady Tracking State of Two Discriminators When  $d=0.1, 0.2, 0.5$

## 4 结 语

由以上的分析和实验可知, 相关器间距  $d$  越大, 热噪声造成的码颤动越大, 运动速度越大, 动态应力误差越大。对于固定的带宽  $B$ ,  $d$  的增加比速度的增加对跟踪精度的影响更为明显。为此, 在高精度跟踪的应用中, 应慎重选择  $d$ , 以获得良好的效果。实际中常采用的是超前减去滞后功率型鉴别器。仿真分析证明, 载波辅助码环跟踪时, 点积功率型鉴别器在 42 dB-Hz 的载噪比、0.25 Hz 的环路带宽条件下, 达到了 0.01 chips 的跟踪精度, 满足精密定位系统的测量要求。

## 参 考 文 献

- [1] 郝明, 欧吉坤, 郭建锋, 等. 一种加速精密单点定位收敛的新方法[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2007, 32(10): 902-905
- [2] 张小红, 李星星, 郭斐, 等. GPS 单频精密单点定位软件实现与精度分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(8): 783-787
- [3] Braasch M S, Van Dierendonck A J. GPS Receiver Architectures and Measurements[J]. IEEE, 1999, 87(1): 48-64
- [4] Kaplan E D. Understanding GPS: Principles and Applications[M]. Boston: Artech House Publish-

ers, 1996

- [5] 朱云龙, 柳重堪, 张其善, 等. 一种新的 GPS 接收机 C/A 码跟踪环鉴别器算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(11): 2742-2745
- [6] 周泽波, 沈云中, 李博峰. 双频 GPS 接收机单差硬件延迟分析[J]. 武汉大学学报·信息科学版, 2009, 34(6): 724-727
- [7] Fenton P, Falkenberg B, Ford T, et al. NovAtel's GPS Receiver—The High Performance OEM Sensor of the Future[C]. The 4th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Albuquerque, NM, 1991
- [8] Van Dierendonck A J, Fenton P C, Ford T J. Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS Receiver [J]. Navigation, 1992, 39(3): 265-283
- [9] 王爱华, 安建平, 黄其华. 高动态条件下 PN 码扩谱接收机的频率跟踪策略[J]. 电子与信息学报, 2004, 26(4): 586-592
- [10] 郝学坤, 马文峰, 方华, 等. 三阶锁相环跟踪卫星多普勒频偏的仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2004, 16(4): 625-627

第一作者简介: 姚彦鑫, 博士生, 主要从事组合导航、GNSS-R 遥感、数字信号处理等研究。

E-mail: yanxin\_buaa@126.com

## Precise Tracking Loop of GPS Code

YAO Yanxin<sup>1</sup> YANG Dongkai<sup>2</sup> DING Fan<sup>2</sup> ZHANG Qishan<sup>2</sup>

(1 School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beihang University, 37 Xueyuan Road, Haidian District, Beijing 100191, China)

(2 School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, 37 Xueyuan Road, Haidian District, Beijing 100191, China)

**Abstract:** In order to realize the precise tracking of GPS code in the environment of satellite motion, discriminators gain conception is given and the gain forms of the usual discriminator are derived. Then the deduction is given that the larger the discriminator gain is, the higher the pull in speed is and the lower the steady tracking precision is. The effect of correlator space, loop bandwidth and the correlator gain on precise tracking are discussed. The analysis is given that correlator space decrease deduces the tracking error more than dynamic decrease. The correctness of the deduction and the analysis are validated by the Matlab simulation platform. At last, a more reasonable loop design scheme is proposed based on narrow correlator and dot production discriminator.

**Key words:** GPS; C/A; discriminator; tracking

---

**About the first author:** YAO Yanxin, Ph.D candidate, majors in GNSS-R and digital signal processing.

E-mail: yanxin\_buaa@126.com

+++++  
(上接第 1308 页)

## Gray-level Digital Watermarking Algorithm Based on SVD

LI Xudong<sup>1</sup>

(1 School of Mathematics & Statistics, Zhejiang University of Finance & Economics, 18 Xueyuan Street, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** A novel SVD based gray-level digital watermarking algorithm is presented. In this algorithm, data from high bit to low bit of decomposed bit planes of the gray-level watermark image are embedded respectively into corresponding singular values from large to small obtained by SVD of sub blocks of the original image. And that the revision for resistance against brightness-and-contrast adjustment is adopted makes that this algorithm has the robustness against brightness-and-contrast adjustment attack. The experimental results show that this algorithm has fine transparency of the embedded watermark and has extremely strong robustness against brightness-and-contrast adjustment attack, and it has as well strong robustness against other common image-processing attacks such as image smoothing, noise adding, color dithering, and JPEG-compression.

**Key words:** digital watermark; SVD; gray-level watermark; copyright protection

---

**About the author:** LI Xudong, associate professor, Ph.D, majors in digital watermarking technology and facial image processing.

E-mail: leesheedong@163.com