

# 利用网格搜索进行地球椭球面闪电定位

文银平<sup>1, 2</sup> 胡志祥<sup>1, 2</sup> 赵文光<sup>1, 2</sup> 朱宏平<sup>1, 2</sup>

(1 华中科技大学土木工程与力学学院,武汉市珞喻路 1037 号,430074)  
(2 华中科技大学控制结构湖北省重点实验室,武汉市珞喻路 1037 号,430074)

**摘 要:**提出了一种利用网格搜索法定位地球椭球面闪电位置的方法,在闪电可能发生的整个区域内寻找最适应解,通过采用多级网格搜索策略,计算结果将迅速收敛至最终解。分别用仿真数据和电网雷电定位系统实际电力线雷击事故点进行计算,证明了该方法的有效性和稳定性。

**关键词:**雷电定位;地球椭球面;网格搜索;到达时间;卡方分布  
**中图法分类号:**P237.9; P226

由多个雷电探测站组成的大区域雷电探测网可以向气象、电力、航天等部门提供准实时的闪电信息,为闪电灾害预警和事故处理提供重要依据<sup>[1]</sup>。探测站可记录雷电信号的到达时间和方向,当多个探测站接收到信号时,便可计算闪电的发生时间和位置<sup>[2-4]</sup>。对于地闪探测,一般取低频段闪电信号,这时电波沿地球表面传播,其传播线路可以认为是大地线,这种非视距传播给闪电的定位解算造成了困难。目前已有的解算方法大都是迭代平差算法,存在初始值难以确定的问题;另外,此类方法需多次对系数矩阵进行求逆,导致数值计算的不稳定<sup>[3]</sup>。本文给出了一种基于网格搜索的椭球面闪电定位计算方法,该算法的优点是无需初始值,也不存在对系数矩阵求逆,因此稳定性较好;为减少计算量,可采用多级网格搜索方法。因为方向测量误差比较大,本文主要采用到达时间测量值进行讨论。

## 1 椭球面闪电定位模型

假设闪电发生位置的经纬度为 $(B, L)$ ,发生时间为 $t$ ,第 $i$ 个探测站的大地坐标为 $(B_i, L_i)$ , $i = 1, 2, \dots, n$ ,它接收到雷电信号的时间为:

$$t_i = t + S_{ip}/c + \epsilon_i \quad (1)$$

式中, $S_{ip}$ 为从闪电发生位置到探测站的大地线距离; $c$ 为电磁波传播速度,一般可取真空中的光

速; $\epsilon_i$ 为时间测量误差,本文假设其服从正态分布 $\epsilon_i \sim N(0, \sigma_T^2)$ 。

大地线长度 $S_{ip}$ 的计算采用 Sodano<sup>[5]</sup>或张萍等<sup>[3, 4]</sup>给出的方法,只要给定两点的大地坐标,就能以较高的精度计算出它们之间的大地线长度。探测站位置固定不变,闪电到第 $i$ 个探测站间的大地线长度可表示为闪电位置 $(B, L)$ 的函数:

$$S_{ip} = f_i(B, L) \quad (2)$$

由于大地线长度的计算过程很复杂,当多个探测站接收到闪电信号时,由式(1)组成的方程组非线性程度很高。为简化计算,许多文献都利用探测站之间的到达时间差消去未知量 $t$ ,其观测方程为:

$$t_j - t_i = (S_{jp} - S_{ip})/c + \epsilon_j - \epsilon_i \quad (3)$$

联立时差方程组计算出闪电位置之后再由式(1)计算闪电时间,该方法称为时差定位技术。若已解算出闪电位置为 $(B_0, L_0)$ ,则闪电发生时间由下式计算:

$$t_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [t_i - f_i(B_0, L_0)/c] \quad (4)$$

由于存在测时误差,闪电发生时间 $t_0$ 可取各站推算结果的平均值。

## 2 网格搜索法

网格搜索可用于目标定位<sup>[6, 7]</sup>,其关键在于

根据已有的先验条件划分合适的网格,构造恰当的适应函数,对每个格点计算适应值。

若由先验条件得知闪电位置可能的范围为  $B \in [B_{\min}, B_{\max}]$ ,  $L \in [L_{\min}, L_{\max}]$ , 将该区域划分成  $K \times M$  个网格, 则各格点的大地坐标为:

$$B_{km} = B_{\min} + k(B_{\max} - B_{\min})/K$$
$$L_{km} = L_{\min} + m(L_{\max} - L_{\min})/M$$

(5)

式中,  $k=0, 1, 2, \dots, K$ ;  $m=0, 1, 2, \dots, M$ 。对每个格点构造一代价函数:

$$\chi^2 = \frac{1}{\sigma_T^2} \sum_{i=1}^n (t_i - f_i(B_{km}, L_{km})/c - t_0)^2$$

(6)

式中,  $f_i(B_{km}, L_{km})$  为格点  $(B_{km}, L_{km})$  到探测站  $i$  的大地线长度。当所考虑格点正好位于雷电发生的真实位置时, 由式(1)和式(4)可得:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})^2}{\sigma_T^2} = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_T^2} \sim \chi^2(n-1)$$

(7)

式中,  $\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i$ ,  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\epsilon_i - \bar{\epsilon})^2$  分别为  $(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)$  的样本均值和样本方差。显然, 其代价函数为一服从卡方分布  $\chi^2(n-1)$  的随机变量。当格点位置远离真实闪电位置时, 由式(6)计算的代价函数值将迅速增大。  $\chi^2(n-1)$  分布的概率密度函数为:

$$p(x) = \frac{x^{n/2-3/2} e^{-x/2}}{2^{n/2-1/2} \Gamma(n/2-1/2)}$$

(8)

将各格点位置对应的代价函数值代入式(8), 算出的概率密度越大, 则相应格点越接近真实闪电位置。因此, 可将式(8)计算出的概率密度值作为权重, 最终的计算结果为各有效格点的加权平均值。实际计算时, 由于  $\sigma_T^2$  未知, 通常将其设为一常数, 将代价函数最小时对应的网格位置视为闪电发生位置。

利用网格搜索算法, 只要网格间距足够小, 最终结果必定能趋近于闪电位置的最大似然估计值。但实际上网格不可能划分得无限密,  $K$ 、 $M$  的值越大, 计算量按 2 次幂增长, 必须考虑减少搜索计算量的方法。为此可以采用多级搜索的策略, 即先将较大的搜索区域划分成较为稀疏的网格, 计算每个格点的代价函数; 再以代价函数最小的格点为中心点选择一小片区域作为搜索范围, 重新划分网格。这样多级搜索之后, 可显著提高网格分辨率, 并减小计算量。

3 计算及分析

分别利用电网雷击数据及仿真探测站数据进

行了计算与分析。电网雷击点位求算给出了网格搜索的步骤, 并计算了搜索结果与雷击事故点的距离。结果表明, 网格搜索法计算出的结果在合理范围之内。仿真计算利用蒙特卡罗法产生几组探测站闪电信号到达时间, 并赋以服从正态分布的误差, 通过对网格搜索法求算出的结果进行统计分析, 可确定计算结果的分布范围。

3.1 电网雷击实例计算

某电力系统雷电探测网于 2004-07-20 探测到一次闪电事件, 该次闪电击中一电力线杆塔, 事故点大地坐标为  $(117^\circ 36' 36.1'', 31^\circ 45' 1.1'')$ , 共有 12 个探测站接收到闪电信号。探测站位置分布见图 1, 原始数据见表 1。

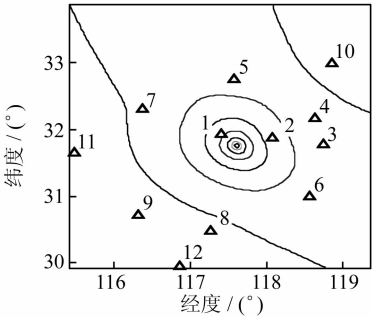


图 1 探测站分布与格点代价函数值(取对数)的分布等值线

Fig. 1 Distribution of Sensors and Contours of Logarithmic Cost Function Value

表 1 探测站坐标与原始探测数据

Tab. 1 Location of Sensors and Original Measurements Data

探测站 编号	探测站大地坐标		信号到达 时间/s
	经度	纬度	
1	117°24'41.149"	31°55'47.691"	0.488 443 5
2	118°04'53.145"	31°52'16.942"	0.488 512 8
3	118°44'14.354"	31°46'51.042"	0.488 715 6
4	118°38'04.263"	32°10'17.919"	0.488 717 3
5	117°34'30.550"	32°44'55.382"	0.488 723 6
6	118°33'40.908"	30°59'49.511"	0.488 767 1
7	115°29'07.323"	31°39'24.943"	0.488 795 2
8	117°15'54.805"	30°28'30.583"	0.488 837 7
9	116°19'18.932"	30°43'10.720"	0.488 914 5
10	118°51'38.526"	32°59'48.622"	0.488 946 2
11	115°29'07.323"	31°39'24.943"	0.489 031 7
12	116°52'00.741"	29°56'43.545"	0.489 061 9

注: 根据我国保密法相关规定, 本文实例中的探测站坐标经、纬度作了技术处理。

首先, 定义搜索级数为 3, 每次的网格数皆设为  $k=-M=100$ 。第一级搜索取闪电位置的初始搜索区域为:

$$B \in [B_1 - \frac{2\pi}{180}, B_1 + \frac{2\pi}{180}]$$

$$L \in [L_1 - \frac{2\pi}{180}, L_1 + \frac{2\pi}{180}] \tag{9}$$

这是一个以首个接收到闪电信号的探测站为中心、覆盖范围超过 400 km×400 km 的区域。显然,几乎所有探测站都位于该初始区域,且第一个探测站位于探测网中部,因此,闪电发生位置必定处于该区域。

图 1 绘出了第一级搜索代价函数  $\chi^2$  的对数值分布的等值线图形。经比较可知,图中探测站 1 东南方向不远处对应网格的  $\chi^2$  最小,因此闪电位置处于该区域。以代价函数值最小的格点 ( $B_{\min}, L_{\min}$ ) 为中心,取第二级搜索的范围为:

$$B \in [B_{\min} - \frac{0.2\pi}{180}, B_{\min} + \frac{0.2\pi}{180}]$$
$$L \in [L_{\min} - \frac{0.2\pi}{180}, L_{\min} + \frac{0.2\pi}{180}] \tag{10}$$

通过相同的方法,可计算出第二次搜索的代价函数最小值,再以其为中心进行下一次搜索。最终计算出的代价函数最小值对应的格点位置 ( $B_G, L_G$ ) 即为所求的闪电位置,其大地坐标为 (117°36′36.1″, 31°45′27.47″), 它与事故点的距离为 662.8 m。

分别设事故点和网格搜索结果 ( $B_G, L_G$ ) 为闪电发生位置,图 2 绘出了由各探测站推算的闪电发生时间与由式(4)计算的平均闪电时间的差值,称其为相对测时误差。第 10 个探测站的误差远大于其他站,接近 15  $\mu$ s,可认为含有时间测量粗差,其数据应予以摒弃。利用其余数据,以 ( $B_G, L_G$ ) 为中心再次搜索得到的代价函数最小值对应网格点的坐标为 (117°36′36.1″, 31°45′27.47″), 距事故点距离为 632.1 m。目前,国内外闪电定位的精度一般为 500~1 000 m,本文计算结果在该范围之内。另外,利用比较各探测站相对测时误差的方法,在探测站数量较多时网格搜索法可识别出含粗差的数据,剔除该数据有助于定位精度的提高。

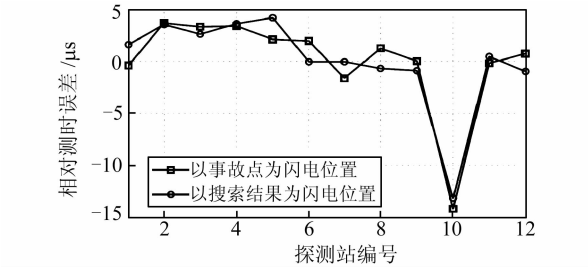


图 2 各探测站相对测时误差  
Fig.2 Ralative Time Measurement  
Error of Sensors

3.2 网格搜索算法仿真计算

假设要利用一个由 4 站雷电探测网对发生于 (117°36′36.1″, 31°45′27.47″) 的闪电进行定位,探测站的坐标由表 2 给出,雷击点位与探测站的位置如图 3 所示。采用蒙特卡罗法,进行 500 次计算,每次计算各探测站所用时间值为精确到达时间加一服从零均值正态分布的测时误差,其标准差为 0.5  $\mu$ s。图 4 绘出了以真实闪电位置为原点的网格搜索结果的散点图,图中每个黑点表示一次网格搜索的计算结果,可见所有计算结果都散布在闪电真实位置周围,且离真实位置越近,密度越大,解算结果距真实雷击点位最远不超过 500 m。

表 2 仿真计算探测网坐标

Tab.2 Network Selected for Simulation

探测站编号	探测站大地坐标	
	经度	纬度
1	117°00′00.000″	31°34′37.200″
2	116°00′00.000″	31°00′00.000″
3	118°00′00.000″	31°00′00.000″
4	117°00′00.000″	31°43′55.200″

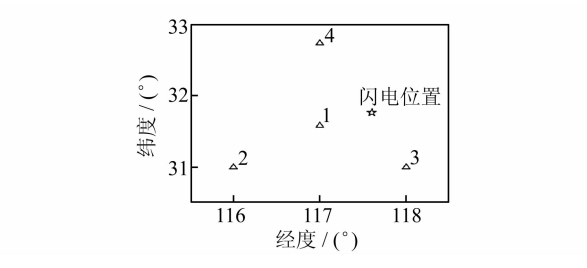


图 3 探测网与雷击点位  
Fig.3 Sensor Network and Lightning Strike Point

应指出的是,图 4 中计算结果点位的分布也受到网格搜索法最小网格分辨率的影响,因而明显可见部分点位规则地排列在网格上。但是,闪电定位的误差主要受测时误差的影响,并且网格分辨率可通过增加搜索的级数而提高,由算法本身带来的误差可忽略不计。蒙特卡罗法分析表明,普通计算机利用网格搜索算法可在短时间内

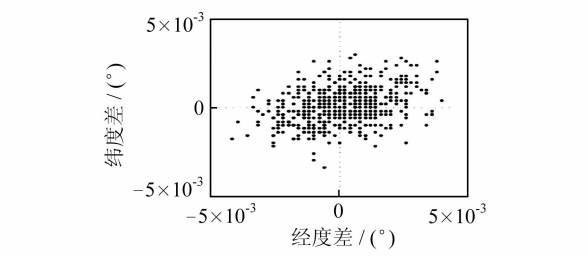


图 4 计算结果经纬度与真实位置的差别  
Fig.4 Comparison of Computed Results with  
Actual Location

进行多次闪电定位计算,每次计算耗时约 1 s;另外,该算法求算的结果都将接近真实值,不会出现发散现象。因此,利用网格搜索法解算雷击点位置是一种有效而稳健的方法。

4 结 语

本文给出了一种利用网格搜索法求算地球椭球面上闪电位置的方法。实例计算表明,通过多级搜索最小代价函数对应的位置,可以很快地趋近于最终解。该方法无需初始值,通过多级搜索的策略可以将计算量控制在合理的水平。由于计算机运算速度的日益增长,利用该方法可准实时地实现闪电定位。在未来的实际应用中,在给出迭代算法初始值的情况下,利用该算法可避免迭代算法容易发散的问题。

参 考 文 献

[1] 赵文光,王华,张文亮,等. 雷电定位与雷电信息系统[J]. 水电能源科学, 2001, 19(4): 59-62

[2] 吴璞三. 雷电定向定位和时差定位系统[J]. 高电压技术, 1995, 21(3): 3-7

[3] 张萍, 赵文光, 胡志祥, 等. 雷电定位系统云闪定位精度图形因素分析[J]. 武汉大学学报(理学版), 2009, 55(2):249-253

[4] Zhang Ping, Zhao Wenguang, Hu Zhixiang, et al. 3-D Lightning Location Solution and Precision Analysis of Cloud Flash[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2009, 14(3):241-244

[5] Sodano E M. General Non-iterative Solution of the Inverse and Direct Geodetic Problems [J]. Bull Geodesique (J Int Assoc Geodesy), 1965, 75: 69-89

[6] 赵文光, 陈家宏. 新的雷电综合定位系统的定位计算[J]. 高电压技术, 1999, 25(4): 66-68

[7] 赵文光. 椭球大地测量学研究[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1997

第一作者简介:文银平,博士,副教授,主要从事雷电探测及定位技术研究。  
E-mail:wenyiping@163.com

Grid-Search Based Method for Lightning Location  
on Oblate Earth Surface

WEN Yinping<sup>1, 2</sup> HU Zhixiang<sup>1, 2</sup> ZHAO Wenguang<sup>1, 2</sup> ZHU Hongping<sup>1, 2</sup>

(1 School of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science & Technology,  
1037 Luoyu Road, Wuhan 430074, China)

(2 Hubei Key Laboratory of Control Structure, Huazhong University of Science & Technology,  
1037 Luoyu Road, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** We proposed a novel algorithm for lightning location on oblate Earth surface. This grid-search based method is carried out overall coverage area of the network to find the most probable position of a flash. The solution of this method can rapidly approach ultimate location when multi-level gird search method is adopted. This meehod needs no initial solution, and in practice can be used to provide the initial solution for iterative algorithm. The validity and stability of the proposed method is confirmed by computer generated data and practical transmission-line lightning faults data of lightning location system for power industry.

**Key words:** lightning location; oblate Earth surface; grid-search; time-of-arrival; chi square distribution

About the first author: WEN Yinping, Ph.D, associate professor, majors in lightning location algorithm.  
E-mail: wenyiping@163.com