



引文格式:张兵,赵薇,朱建军,等.联合邻域像素观测信息的单基线PolInSAR森林高度反演算法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(8):1571-1582.DOI:10.13203/j.whugis20240498

Citation:ZHANG Bing,ZHAO Wei,ZHU Jianjun,et al.A Single-Baseline PolInSAR Forest Height Inversion Algorithm with Joint Neighborhood Pixel Observation Information[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(8):1571-1582.DOI:10.13203/j.whugis20240498

# 联合邻域像素观测信息的单基线PolInSAR 森林高度反演算法

张兵<sup>1</sup> 赵薇<sup>1</sup> 朱建军<sup>2</sup> 宋伟东<sup>1</sup> 任东风<sup>1</sup> 朱洪波<sup>1</sup> 胡忠超<sup>3</sup>

1 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院,辽宁 阜新,123000

2 中南大学地球科学与信息物理学院,湖南 长沙,410083

3 阜新生态集团数字科技研究院有限公司,辽宁 阜新,123000

**摘要:**目前极化合成孔径雷达干涉测量(polarimetric interferometric synthetic aperture radar, PolInSAR)技术在森林高度反演领域应用最为广泛的模型为随机地体二层散射模型(random volume over ground model, RVoG),但模型未知参数较多,基于单基线PolInSAR数据难以进行参数解算。鉴于此,提出了联合单基线邻域像素PolInSAR观测信息的森林高度反演算法,基于传统RVoG模型,假设在邻域像素内森林高度及消光系数保持不变,地体幅度比参数随像素改变而改变。该方法可以理解为以牺牲部分空间分辨率换取丰富的观测信息,解决单基线配置下基于RVoG模型的反演必须借助先验信息的问题。通过采用覆盖Krycklan针叶林实验区以及Mabounie热带雨林实验区的PolInSAR数据,对所提出的联合邻域像素单基线森林高度反演算法进行了实验验证,结果表明,所提方法相对传统解算策略在针叶林实验区均方根误差分别减小25%及19%,在热带雨林实验区均方根误差分别减小23%及15%。该方法适用于森林高度反演。

**关键词:**随机地体二层散射模型;极化干涉合成孔径雷达测量;森林高度反演算法;参数解算;空间分辨率

中图分类号:P237

文献标识码:A

收稿日期:2024-12-27

DOI:10.13203/j.whugis20240498

文章编号:1671-8860(2025)08-1571-12

## A Single-Baseline PolInSAR Forest Height Inversion Algorithm with Joint Neighborhood Pixel Observation Information

ZHANG Bing<sup>1</sup> ZHAO Wei<sup>1</sup> ZHU Jianjun<sup>2</sup> SONG Weidong<sup>1</sup> REN Dongfeng<sup>1</sup>  
ZHU Hongbo<sup>1</sup> HU Zhongchao<sup>3</sup>

1 School of Surveying, Mapping and Geoscience, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

2 School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

3 Fuxin Ecological Group Digital Science and Technology Research Institute Co. Ltd, Fuxin 123000, China

**Abstract: Objectives:** The most widely used model for polarimetric interferometric synthetic aperture radar (PolInSAR) in forest height inversion is random volume over ground (RVoG) model. However, there are many unknown parameters in the model, and it is difficult to solve the parameters based on single baseline PolInSAR data. **Methods:** In view of this, a forest height inversion method that combines the PolInSAR observation information of single-baseline neighboring pixels is proposed, based on traditional RVoG model, assuming that the forest height and extinction coefficient remain unchanged within the neighboring pixels, and that the ground-body magnitude ratio parameter changes with pixel changes. The method can be understood as sacrificing part of the spatial resolution for rich observation information, which solves the problem that the parameter inversion based on RVoG model in the single-baseline configuration has to rely on a priori information. **Results:** The

**基金项目:**国家自然科学基金(42204031);中国博士后科学基金(2022MD723791);辽宁省教育厅基本科研项目(LJ212410147015, LJ212410147065);2024年度辽宁省自然基金联合基金计划(20240324, 20240315)。

**第一作者:**张兵,博士,副教授,研究方向为极化干涉SAR参数反演、复数测量平差理论。zhangbing@lntu.edu.cn

**通信作者:**朱建军,博士,教授。zjj@csu.edu.cn

proposed joint-neighborhood pixel single-baseline forest height inversion algorithm is experimentally validated using PolInSAR data covering the Krycklan coniferous forest experimental area and the Mabounie rainforest experimental area, and the results show that, compared with traditional solving strategy, the root mean square error of the proposed method are reduced by 25% and 19% for the coniferous forest experimental area, and by 23% and 15% for the rainforest experimental area, respectively. **Conclusions:** Therefore, the single-baseline PolInSAR forest height inversion algorithm with joint domain pixels can obtain higher accuracy compared to traditional solution strategy and is more suitable for forest height inversion.

**Key words:** random volume over ground model; polarimetric interferometric synthetic aperture radar; forest height inversion algorithm; parameter solving; spatial resolution

森林高度是森林资源调查重要的内容之一,其对于优化森林管理、探索全球碳循环规律等方面具有十分重要的意义<sup>[1-3]</sup>。近年来,极化合成孔径雷达干涉测量(polarimetric synthetic aperture radar interferometry, PolInSAR)技术因其具备有效区分地表、冠层散射相位中心的能力<sup>[4-6]</sup>,已经逐渐应用于快速、大范围、高精度的森林高度反演。

基于 PolInSAR 技术准确反演森林高度的核心在于找到纯体散射及纯地面散射对应的极化方式,然而由于森林冠层去极化效应的影响,这两种极化方式不能通过 PolInSAR 观测信息直接获取<sup>[5-6]</sup>。鉴于此,文献[4-8]建立了极化干涉复相干性与森林高度、消光系数等森林生物物理参数之间的函数关系,即随机地体二层散射模型(random volume over ground model, RVoG),并据此反演森林高度。目前,RVoG模型已经在多波段、多基线、多场景的森林参数反演中得到了一系列应用。对于多基线 PolInSAR 配置,目前已经有很多研究表明在森林高度反演中具有一定的潜力和优势<sup>[9-13]</sup>,而本文研究着重于多基线数据缺失或难以应用的场景下如何进行森林高度反演,因此着眼于单基线 PolInSAR 配置进行森林高度反演。

在单基线 PolInSAR 配置下,文献[6]建立了极化复相干性与 RVoG 模型的关联,将基于 RVoG 模型的森林高度等参数反演概括为六维非线性方程组迭代求解问题,奠定了 PolInSAR 森林参数反演的基础。然而非线性方程组求解面临迭代初值难以确定、参数结果容易陷入局部最优等问题。因此,后续学者相继提出了一系列的智能优化算法,如遗传算法、反向传播神经网络算法等<sup>[14-17]</sup>,然而以上智能优化算法虽然提升了传统非线性迭代算法参数反演的精度,但实际上仍难以克服非线性求解自身的缺陷。针对这一问题,文献[18]基于 RVoG 模型的几何特点将其在复平面单位圆内表达为一条直线,提出三阶段算法反演森林高度。该算法不依赖

初始值,且具有较高的稳定性和易于理解的特点,仍然是目前森林高度反演领域应用最为广泛的算法之一。三阶段算法虽然有效避免了非线性求解方法的弊端,但其仍然存在以下问题:(1)三阶段算法要求必须存在某一种极化方式,其地体幅度比的参数值小于-10 dB,这在本质上是要求必须存在一种极化方式的回波信号尽可能来自森林冠层,基本不包含或仅包含微弱的地表回波信号;(2)研究表明,三阶段算法参数解算的稳定性强烈依赖于参与解算的极化方式在拟合直线上的分离程度,分离程度越高,三阶段算法未知参数解算的精度相对越高<sup>[18]</sup>。可以说,六维非线性迭代算法以及三阶段算法是目前 PolInSAR 森林高度反演领域最为经典的两种单基线算法,然而对于多数森林场景,这两种经典算法森林高度反演精度仍然不足,主要原因为传统的 RVoG 模型在参数解算过程中存在秩亏问题<sup>[13,19-20]</sup>,即未知参数较多,而提供的观测信息不足以支撑模型参数的解算。近年来,随着对单基线 PolInSAR 配置的研究不断深入,一些新的方法和技术被开发出来以提高森林高度反演的准确性,较为多见的方法可以理解为引入部分未知参数先验信息(如地体幅度比、消光系数、归一化植被指数、森林郁闭度、激光雷达森林高度产品等)减少 RVoG 模型复杂程度或对森林高度反演偏差进行建模改正<sup>[14-17,21-22]</sup>,以削弱未知参数过多对森林高度反演结果的影响,但此类方法由于缺少高精度、高分辨率的参数先验信息,难以对森林高度进行准确的提取。

本文针对传统 RVoG 模型在单基线 PolInSAR 森林高度反演中存在的秩亏问题,首先对 RVoG 模型进行简要叙述,同时分析了不同地体幅度比参数间存在一定相关关系的原理,用以证明 RVoG 模型在参数解算过程中存在秩亏问题;在此基础上,提出了联合邻域像素的单基线 PolInSAR 森林高度反演算法。首先在邻域像素内假设森林高度、消光系数参数保持不变;其次基于 RVoG 模型进行森林高度反演。本文算法的主要

思想可以理解为在不牺牲过多空间分辨率的情况下,采用邻域像素联合解算换取丰富的多余观测,解决基于 RVoG 模型进行参数反演时的秩亏问题,提升森林高度反演的准确性与稳定性。并分别采用覆盖 Krycklan 针叶林实验区以及 Mabounie 热带雨林实验区的 PolInSAR 数据对本文提出的联合邻域像素的单基线森林高度反演算法进行了实验验证。

## 1 RVoG 模型分析

### 1.1 RVoG 模型特性分析

PolInSAR 森林高度反演领域应用最为广泛的随机地体二层散射模型——RVoG 模型建立了森林高度  $h_v$ 、地表相位  $\varphi_0$ 、消光系数  $\sigma$  等森林生物物理参数与 InSAR 相干性之间的关联,其具体表达式如下<sup>[4,7-8,23]</sup>:

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_{(w)} &= e^{i\varphi_0} \gamma_v + \mu_{(w)} = e^{i\varphi_0} \frac{\gamma_v(h_v, \sigma) + \mu_{(w)}}{1 + \mu_{(w)}} \\ \gamma_v &= \frac{\int_0^{h_v} e^{\frac{2\sigma z}{\cos\theta}} e^{ik_z z} dz}{\int_0^{h_v} e^{\frac{2\sigma z}{\cos\theta}} dz} = \frac{2\sigma \left( e^{\frac{2\sigma h_v}{\cos\theta} + ik_z h_v} - 1 \right)}{(2\sigma + ik_z \cos\theta) \left( e^{\frac{2\sigma h_v}{\cos\theta}} - 1 \right)} \\ k_z &= \frac{4\pi B_{\perp}}{\lambda R \sin\theta} \end{aligned} \right. \quad (1)$$

式中,  $\gamma_{(w)}$  代表极化复相干性,其包含相干性幅度以及干涉相位,为 PolInSAR 观测值;  $w$  代表极化方式;  $\mu$  代表传统 InSAR 单一极化方式对应的地体幅度比参数;  $\gamma_v$  代表仅包含森林高度、森林垂直结构等森林冠层信息的植被体去相干因子;  $k_z$  代表垂直向有效波数;  $B_{\perp}$  为垂直基线长度;  $\lambda$  为微波的波长;  $\theta$  为微波的入射角;  $R$  代表雷达发射天线到照射目标之间的距离。

RVoG 模型在复平面单位圆内的几何表达为一条直线,且此直线恒通过复平面内的纯体去相干点  $e^{i\varphi_0} \gamma_v$  和地表相位点  $e^{i\varphi_0}$ ,如图 1 所示<sup>[4,18]</sup>。根据直线性质,平面上不重合的两个点可以确定且唯一确定一条直线。同理对应到 RVoG 模型在复平面单位圆内的相干直线,其可以通过复平面内的  $e^{i\varphi_0} \gamma_v$  和  $e^{i\varphi_0}$  两点唯一确定。进一步,拆分  $e^{i\varphi_0} \gamma_v$  和  $e^{i\varphi_0}$  两点的实部和虚部,可以发现其存在如下数学关系:

$$e^{i\varphi_0} \gamma_v = a_1 + b_1 i, e^{i\varphi_0} = a_2 + b_2 i, a_1^2 + b_1^2 = 1 \quad (2)$$

结合图 1,在复平面单位圆内  $e^{i\varphi_0} \gamma_v$  点可以提

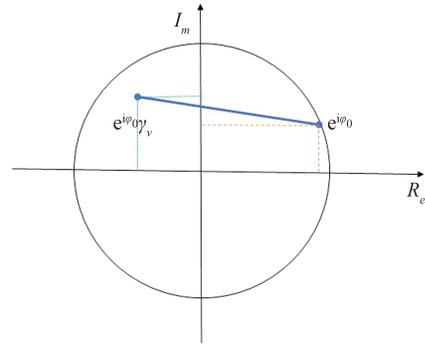


图 1 RVoG 模型相干迹

Fig. 1 RVoG Model Coherence Trace

供两个独立的实数坐标值 ( $a_1, b_1$ ), 该值为其实部或虚部; 而  $e^{i\varphi_0}$  点只能提供 1 个独立的实数坐标值, 因为其恒坐落于复平面单位圆的边界上, 实部  $a_2$  与虚部  $b_2$  的平方和恒为 1。相应地, 基于 RVoG 模型进行森林参数解算时, 最多只能固定 3 个独立的未知参数。

在单基线极化干涉合成孔径雷达配置下, 可以引入  $P$  种不同的极化方式, 则 RVoG 模型中包含的实数未知参数个数为  $3 + P$ , 即森林高度  $h_v$ 、消光系数  $\sigma$ 、地表相位  $\varphi_0$  这 3 个极化不相关的未知参数和  $P$  个极化相关的地体幅度比未知参数。注意到, 确定 RVoG 模型相干迹的两点  $e^{i\varphi_0} \gamma_v$  以及  $e^{i\varphi_0}$  均与地体幅度比参数 (对应不同的极化方式) 无关, 则 RVoG 模型建模时引入地体幅度比参数为过度参数化, 导致基于 RVoG 模型的森林高度反演未知参数过多, 存在秩亏问题。

### 1.2 地体幅度比参数相关性分析

地体幅度比表达了不同极化方式的回波信号中地面散射贡献能量与体散射贡献能量之比。基于 RVoG 模型框架, 地体幅度比参数在复平面单位圆上的几何解释可以理解为: 起到区分不同极化方式对应复相干系数在 RVoG 模型相干直线上不同位置的作用, 也即不同极化方式对应的极化复相干系数之间存在着一定的线性相关关系。通过分析地体幅度比参数的相关性, 可以识别出不同地体幅度比间的线性关系, 揭示模型中可能存在的参数冗余。

根据单基线 RVoG 模型相干迹, 如图 2(a) 所示, 地体幅度比可以由如下公式计算得到<sup>[4,24]</sup>:

$$\mu_{(w)} = \frac{F(w)}{1 - F(w)} \quad (3)$$

$$F(w) = \frac{|\gamma_{(w)} - \gamma_v|}{|e^{i\varphi_0} - \gamma_v|} = \frac{d_0}{D_0}, 0 \leq F(w) \leq 1 \quad (4)$$

式中,  $d_0$  为极化复相干系数到纯体去相干系数的距



设森林高度保持一致,因此消光系数也可以认为保持恒定不变。此外,研究证明消光系数参数对于森林高度的反演效果影响相对较小,对于相似的森林场景可以采用相同的消光系数<sup>[14,26]</sup>。因此本文假设  $N \times M$  个像素组成的邻域内消光系数参数值保持恒定不变。

2) 地表相位参数。自然界中的实际地形可能是相当复杂的,即使很小的空间范围内地表高程值也会存在一定的差异。因此,本文认为在  $N \times M$  个像素组成的一定邻域范围内,任意像素的地表相位值是不同的<sup>[14]</sup>,则此时未知地表相位参数个数也为  $N \times M$ 。

考虑到基于 RVoG 模型的森林高度反演未知参数较多,对地表相位做出进一步假设。具体如下:传统三阶段算法第一步直线拟合的目的为解算森林场景的地表相位。首先采用直线拟合方法计算干涉图中每个像素的地表相位值,然后将其从极化复相干系数中剔除。假设在  $N \times M$  个像素组成的邻域范围内通过现有三阶段算法获取相对准确的地表相位先验信息,再将其从参与森林高度反演的极化复相干系数中剔除后,残余的地表相位值可以认为是相同的。

3) 地体幅度比归一化参数。地体幅度比表达了任意分辨单元内不同极化方式的回波信号中地面散射贡献能量与体散射贡献能量之比,因此其不仅与极化方式相关,同样地由于不同像素内散射体存在差异,其地体幅度比也存在一定区别。本文根据地体幅度比参数之间的相关性,首先采用归一化参数替代了地体幅度比参数,进一步认为地体幅度比归一化参数值在  $N \times M$  个像素组成的邻域范围内随像素改变而改变。

基于以上叙述, RVoG 模型的邻域像素联合表达可表示为:

$$\begin{cases} \gamma_{\text{res}}^{nm}(\omega) = f_{\text{RVoG}}(h_v, \sigma, \varphi_{\text{res}}^{nm}, x^{nm}) \\ \gamma_{\text{res}}^{nm}(\omega) = \gamma_{\text{res}}^{nm}(\omega) e^{-i\varphi_0^{nm}} \\ \varphi_{\text{res}}^{nm} = k_z^{nm} h_g^{\text{res}} \\ \omega = 1, 2, \dots, P; n = 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M \end{cases} \quad (8)$$

式中,上标  $nm$  代表  $N \times M$  个像素组成的一定邻域内的第  $n$  行第  $m$  列个像素单元;  $\gamma_{\text{res}}^{nm}(\omega)$  表示复相干系数观测值  $\gamma^{nm}(\omega)$  剔除地表相位先验信息后的残余复相干系数;  $\gamma_0^{nm}$  代表地表相位先验信息;  $\varphi_{\text{res}}^{nm}$  代表真实地表相位剔除地表相位先验信息后获取的残余地表相位;  $h_g^{\text{res}}$  表示地表相位先验信息转换为地表高程先验信息后,再从真实地

表高程中剔除后得到的残余地表高程;  $\omega$  代表极化方式;  $P$  代表参与计算的极化方式个数。

## 2.2 基于 RVoG 模型的邻域像素联合森林高度算法

### 2.2.1 函数模型

基于测量平差思想,如式(8)所示 RVoG 模型的邻域像素联合表达可以理解为函数模型,具体地,全极化复相干系数为观测值,森林高度、消光系数、残余地表相位、各像素对应的地体幅度比归一化参数为未知参数。进一步构成观测方程组:

$$\begin{cases} \hat{L}_{11} = L_{11} + V_{11} = f_{\text{RVoG}}(h_v, \sigma, h_g^{\text{res}}, x^{11}) \\ \hat{L}_{12} = L_{12} + V_{12} = f_{\text{RVoG}}(h_v, \sigma, h_g^{\text{res}}, x^{12}) \\ \vdots \\ \hat{L}_{NM} = L_{NM} + V_{NM} = f_{\text{RVoG}}(h_v, \sigma, h_g^{\text{res}}, x^{NM}) \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $V$  为改正数向量;  $L$  为复观测值向量;  $\hat{L}$  为平差值向量,表示如下:

$$L = [\gamma_{\text{res}}^{11}(\omega), \gamma_{\text{res}}^{12}(\omega), \dots, \gamma_{\text{res}}^{NM}(\omega)]^T \quad (10)$$

$$\hat{L} = [\hat{\gamma}_{\text{res}}^{11}(\omega), \hat{\gamma}_{\text{res}}^{12}(\omega), \dots, \hat{\gamma}_{\text{res}}^{NM}(\omega)]^T \quad (11)$$

如式(11)所示的函数模型,其未知参数的个数为  $3 + NM$ ,而联合多像素进行森林高度反演时,可固定未知数个数最多为  $3NM$ ,当满足  $3 + NM < 3NM$  时,函数模型不再秩亏,可以进行参数求解。

### 2.2.2 平差准则

由于 RVoG 模型解析表达式为非线性函数,且线性化较为困难,因此本文采用复数域非线性最小二乘迭代算法进行森林高度反演<sup>[24]</sup>。以复数残差模的平方和最小为平差准则,假设邻域像素联合尺度为  $N$  行  $M$  列,则具体平差准则如下:

$$\min \left( \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M |\gamma^{nm} - \hat{\gamma}^{nm}| \right) \quad (12)$$

### 2.2.3 未知参数初始值获取及上下界确定

1) 残余地表高程初始值  $\tilde{h}_{g_0}$ 、消光系数初始值  $\tilde{\sigma}$  及森林高度初始值  $\tilde{h}_0$  的计算

本文基于 RVoG 模型,采用三阶段算法<sup>[18]</sup>并结合相位最大分离(phase diversity, PD)相干最优算法<sup>[4,27]</sup>计算地表高程、消光系数和森林高度的初始值。具体步骤如下:

(1) 直线拟合。针对每个像素,选择参考基线不同极化通道对应的极化复相干系数在复平面单位圆内进行直线拟合,如图2所示。即将式(1)表达的 RVoG 模型转换为:

$$\begin{cases} \gamma_{(\omega)} = e^{i\varphi_0} (\gamma_v(h_v, \sigma) + L_{(\omega)} (1 - \gamma_v(h_v, \sigma))) \\ L_{(\omega)} = \frac{\mu_{(\omega)}}{1 + \mu_{(\omega)}} \end{cases} \quad (13)$$

众所周知,平面上不重合的两点即可唯一确定直线的位置,同时,这两个点距离越远,直线方程确定越准确。PD相干最优算法可以在相干区域内找到两种极化方式,使其相位差异最大,换言之,这两种极化方式对应的相干系数在复平面单位圆内的距离相对较长<sup>[4]</sup>。因此对于任意像素,本文采用PD相干最优算法获取的PDHigh和PDLow这两种极化方式对应的相干系数进行直线拟合。

(2)残余地表高程初始值 $\tilde{h}_g$ 设置。拟合直线与复平面单位圆存在两个交点,地表相位点即为 $\mu_{(w)} = +\infty$ 时对应的拟合直线和复平面单位圆的交点,其对应的相位即为该基线对应的地表相位初始值 $\tilde{\varphi}_0$ 。根据PD相干最优算法,PDHigh极化通道一般认为是体散射占优极化通道,PDLow极化通道为地面散射占优极化通道,则PDHigh极化通道的相位高度距离地表相对PDLow极化通道更远,也即PDHigh极化通道至地表相位点的距离要大于PDLow极化通道至地表相位点的距离,如地表相位判断条件为:

$$|\text{PDHigh} - e^{i\tilde{\varphi}_0}| > |\text{PDLow} - e^{i\tilde{\varphi}_0}| \quad (14)$$

对于参与计算的所有极化复相干系数,根据公式:

$$\gamma_{\text{res}}^{nm}(w) = \gamma^{nm}(w) \cdot e^{-i\tilde{\varphi}_0} \quad (15)$$

将地表相位初始值从极化复相干系数中去除后,残余地表相位初始值可以设置为0,则进一步根据相高转换关系(式(1)),残余地表高程初始值 $\tilde{h}_g$ 设置为0。

(3)消光系数初始值 $\tilde{\sigma}$ 及森林高度初始值 $\tilde{h}_0$ 计算。假设PDHigh极化通道不存在地面散射贡献,即其只有植被散射体贡献的散射能量,则其地体幅度比为0,即 $\mu_{(\text{PDHigh})} = 0$ ,则纯体去相干系数估计值为 $\tilde{\gamma}_v = \gamma_{\text{PDHigh}}^{\text{ref}} e^{-i\tilde{\varphi}_0^{\text{ref}}}$ 。给定森林高度 $h_v$ 和消光系数 $\sigma$ 合理的取值范围,根据式(1)构建二维查找表,再通过比较查找表中的计算值与纯体去相干系数估计值 $\tilde{\gamma}_v = \gamma_{\text{PDHigh}}^{\text{ref}} e^{-i\tilde{\varphi}_0^{\text{ref}}}$ 之间的差异,差异最小的一组对应的森林高度和消光系数即为消光系数初始值 $\tilde{\sigma}$ 及森林高度初始值 $\tilde{h}_v$ ,具体计算公式如下:

$$[\tilde{h}_v, \tilde{\sigma}] = \min \left| \gamma_{\text{PDHigh}}^{\text{ref}} e^{i\tilde{\varphi}_0^{\text{ref}}} - \gamma_v(h_v, \sigma) \right| \quad (16)$$

需要注意的是,多个研究已经证明消光系数参数对于森林高度的反演效果影响相对较小,对于一幅干涉图中所有像素点,可以采用相同的消光系数初始值。具体地,本文建议对于P波段

PolInSAR数据<sup>[28]</sup>,在针叶林区域可以设置消光系数初始值为0.3 dB/m,在热带雨林区域可以设置消光系数初始值为0.4 dB/m,此时式(16)可以改写为:

$$[\tilde{h}_v] = \min \left| \gamma_{\text{PDHigh}}^{\text{ref}} e^{i\tilde{\varphi}_0^{\text{ref}}} - \gamma_v(h_v) \right| \quad (17)$$

对于其他波段PolInSAR数据或对于其他森林场景,本文仍建议采用式(16)计算消光系数初始值 $\tilde{\sigma}$ 及森林高度初始值 $\tilde{h}_v$ 。

在获取邻域内每个像素点的森林高度初始值后,对其取平均值作为森林高度初始值 $\tilde{h}_0$ ,公式如下:

$$\tilde{h}_0 = \frac{\tilde{h}_0^{11} + \tilde{h}_0^{12} + \dots + \tilde{h}_0^{nm} + \dots + \tilde{h}_0^{NM}}{N \times M} \quad (18)$$

2)地体幅度比归一化参数初始值 $x_0$ 设置

本文采用PD相干最优算法计算极化复相干系数,其中PDHigh通道的散射贡献主要来源于森林冠层,可以认为其在复平面单位圆上的位置尽可能靠近纯体去相干系数点。这种情况下,本文将地体幅度比归一化参数初始值设置为0,即 $\tilde{x}^{\text{ref}} = 0$ 。

3)森林高度 $h_v$ 迭代范围

本文设置森林高度迭代范围为 $0.5\tilde{h}_v \leq h_v \leq 1.5\tilde{h}_v$ <sup>[28]</sup>。

## 3 实验分析与验证

### 3.1 Krycklan 针叶林区森林高度反演

#### 3.1.1 实验数据与预处理

为验证本文联合邻域像素的单基线PolInSAR算法森林高度反演精度,采用BioSAR 2008项目提供的E-SAR机载SAR系统P波段PolInSAR数据进行实验验证。BioSAR 2008项目的主要目标是获取森林区域的SAR数据,研究其对森林生物量反演的影响。项目选中的实验区域位于瑞典北部的Krycklan河流域(64°14'N, 19°46'E),总面积约为6700 hm<sup>2</sup>,如图3所示。目前,Krycklan河流域已经成为多个项目及学科的典型实验区,重点包括物质循环研究、森林水文研究、气候对水生生态的影响研究、森林生物量反演研究等。该研究区域主要森林类型为以针叶林为主的针阔混交林,苏格兰松木和挪威云杉为针叶林主要树种,少部分桦树为阔叶林主要树种类型,森林高度实地测量平均值约为18 m,最高森林高度约为35 m。Krycklan河流域属于山地丘陵地区,地形坡度变化中等,地面高程在海拔150~380 m之间。



图3 Krycklan 实验区域 Pauli 基彩色合成图

Fig. 3 Pauli Base Color Composite Image of Krycklan Experiment Area

本文采用覆盖 Krycklan 实验区域的 2 景 P 波段全极化 SAR 数据进行实验验证。表 1 给出了 E-SAR P 波段机载 SAR 系统主要参数。以影像 1 为主影像,影像 2 为辅影像,可以构成干涉对,其中影像 2 的时间基线为 0,空间基线为 30 m,垂直向有效波数范围为 0.04~0.10。对干涉对进行极化干涉处理,包括主辅影像配准、平地相位去除、多视处理(2×1,方位向×距离向)以及极化干涉处理,采用 PD 相干最优算法获取 PDHigh、PDLow 极化方式对应的极化复相干系数观测值。

表 1 E-SAR P 波段机载 SAR 系统主要参数

Table 1 Main Parameters of E-SAR P-Band Airborne SAR System

波段	波长/cm	极化方式	飞行高度/m	方位向分辨率/m	斜距向分辨率/m
P	86	HH/HV/ VH/VV	约 3 000	0.95	1.5

### 3.1.2 森林高度反演结果与分析

基于 PDHigh 及 PDLow 极化方式对应的极化复相干系数,本文测试了联合邻域 9 像素(3×3 像素,空间分辨率为 4.5 m)时的森林高度反演效果;同时,现有单基线算法为解决基于 RVoG 模型进行森林高度反演时存在的秩亏问题,通常采用固定消光系数或者固定地体幅度比参数实现基于模型的森林高度反演<sup>[14]</sup>,因此,本文将这两种单基线森林高度反演策略作为对比实验,用以验证本文提出的联合邻域像素森林高度反演算法的可行性;采用 2008 年 10 月获取的激光雷达(light detection and ranging, LiDAR)森林高度产品用于交叉验证,以保证对比实验的准确性。

图 4 为基于三阶段算法分别采用固定地体幅度比参数、固定消光系数策略反演的森林高度、

联合邻域 9 像素时本文算法反演的森林高度,以及覆盖实验区域的 LiDAR 森林高度产品。首先进行定性分析。整体上看,基于单像素和联合邻域像素思想反演的森林高度均与 LiDAR 森林高度产品趋势一致,然而在细节方面,如高森林区域与低矮森林区域边界勾画方面,本文提出的联合邻域像素算法反演的森林高度显然与 LiDAR 森林高度产品更为一致。此外,从图 4(a)、4(b)、4(c)均可以看出森林高度反演结果呈现从左到右逐渐高估的趋势,分析产生这一现象的主要原因是:本文采用机载 SAR 数据进行实验,而机载 SAR 系统的入射角沿距离向逐渐增大,SAR 影像近距端与远距端入射角差异较大,进而导致垂直向有效波数沿距离向发生变化,干涉图近距端与远距端 InSAR 测高时的高程模糊度(测高敏感度)存在一定的差异,最终导致森林高度反演存在整体趋势性误差<sup>[4,24]</sup>。

其次,本文对基于 LiDAR 森林高度产品分别对基于单像素的 RVoG 模型以及基于联合邻域 9 像素反演的森林高度进行了定量分析。为方便进行交叉验证,首先需要在 LiDAR 森林高度产品中均匀抽取样地区域,具体方法如下:(1)在 LiDAR 森林高度图中均匀选取森林样地中心像素;(2)基于选中的中心像素,在其周边扩展选取 51×51 像素的正方形样地区域;(3)剔除存在非森林像素的样地。根据以上方法,选取了 1 318 块样地,分别计算每个样地的平均森林高度值用于定量验证本文算法在森林高度反演中的精度<sup>[13-14]</sup>。图 5 为采用三阶段算法及本文联合邻域像素算法反演的森林高度与覆盖实验区的 LiDAR 森林高度产品的交叉验证图。

在评估森林高度反演算法的性能时,决定系数  $R^2$  衡量模型解释的变异占总变异的比率,接近 1 的值表示模型对数据的拟合很好,能够很好地解释观测值的变化,从而直观地展示反演结果与真实值之间的相关性及模型的解释能力;均方根误差(root mean square error, RMSE)计算了预测值与观测值之间差异的标准差,提供了关于预测误差具体大小的绝对度量,其单位与预测变量相同,使得不同研究间的比较更加直观,并且对大误差更为敏感,有助于识别极端情况下的表现。结合使用这两个指标可以全面评估模型的适用性和可靠性,既考虑了模型的理论拟合度,又注重其实用性和预测准确性,确保所选模型不仅具有良好的拟合效果,还能在实际应用中保持较高的预测精度。因此,本文选择  $R^2$  和 RMSE 作为评

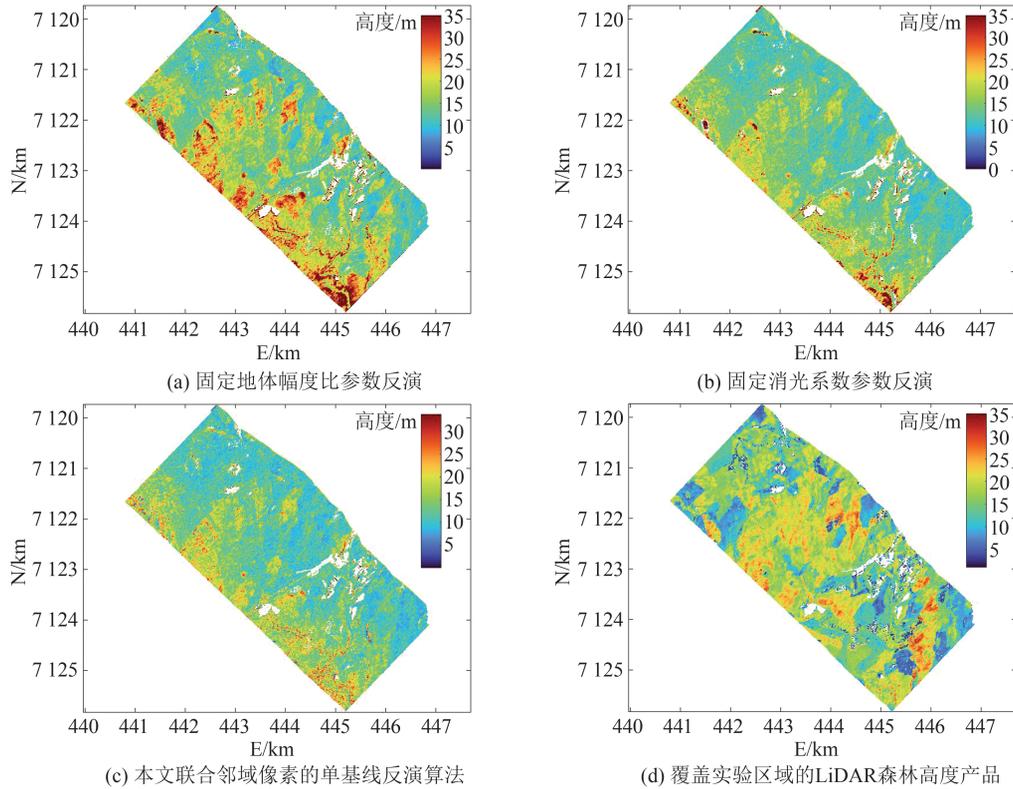


图4 Krycklan实验区域森林高度结果图

Fig. 4 Results Plots of Forest Height in Krycklan Area

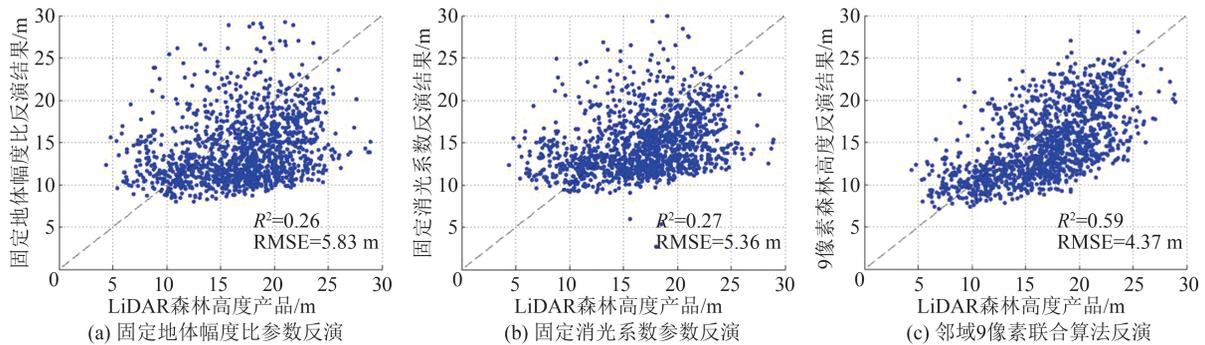


图5 采用三阶段算法及本文联合邻域像素算法反演的森林高度与覆盖Krycklan实验区的LiDAR森林高度产品的交叉验证图

Fig. 5 Cross-Validation Diagrams of the Forest Height and LiDAR Forest Height Products Covering Krycklan Experiment Area Using Three-Stage Algorithm and Joint Neighborhood Pixel Algorithm

价森林高度反演算法性能的主要依据。

根据图5可以看出,基于传统三阶段算法,采取固定地体幅度比和固定消光系数策略反演森林高度对应的RMSE分别为5.83 m及5.36 m,而采用本文联合邻域像素算法森林高反演结果的RMSE为4.37 m,相对传统单基线策略精度,分别提升了25%及19%。分析本文算法相较传统单基线算法精度更优的原因为:(1)为解决基于单基线配置的RVoG模型进行森林高度反演时存在的秩亏问题,传统单基线策略一般采用减少未知参数的方法,即作为对比实验的固定地体幅度比或固定消光系数策略。

对于固定地体幅度比策略,一般将体散射占优极化方式(本文实验中的PDHigh极化方式)对应的地体幅度比设置为0,认为PDHigh极化方式中仅包含森林冠层回波信号、不存在地面散射回波信号。然而本文采用P波段SAR数据进行森林高度反演,由于其微波波长较长,对于森林冠层的穿透能力较强,任意极化方式均存在较强的地面散射回波信号,即PDHigh极化方式的地体幅度比不能设置为0,因此产生了森林高度反演偏差;对于固定消光系数策略,整个干涉图范围内根据经验设置统一固定的消光系数数值。然而对于森林高度、密度变化较大的场景,

不同高度、密度的森林对于微波的阻碍作用显然不同,也即消光系数不同。此外,根据经验设置的固定消光系数数值不适用于 Krycklan 森林场景,也是导致森林高度反演有偏估计的原因之一。(2)对于本文提出的联合邻域像素的单基线森林高度反演算法而言,森林高度、地表相位、消光系数、地体幅度比归一化参数均作为本文算法的未知参数进行解算。与此同时,本文算法对 RVoG 模型中的森林生物物理参数进行了合理的假设,采用多像素联合解算增加了丰富的独立观测值,解决了 RVoG 模型在森林高度反演中存在的秩亏问题,森林高度反演效果更加且参数解算更为稳定,具有一定的可行性。此外,图 5 显示本文算法在部分高森林区域呈现低估状态。分析产生这种现象的主要原因为,本文联合邻域像素的单基线 PolInSAR 森林高度反演算法假设邻域内所有像素的森林高度均相同,然而当邻域内各像素的森林高度差别较大时,本文假设不再适用,则会导致森林高度反演偏差。

### 3.2 Mabounie 热带雨林区森林高度反演

#### 3.2.1 实验数据与预处理

为进一步验证本文联合邻域像素的单基线 PolInSAR 森林高度反演算法的适用性与稳定性,采用 2016 年进行的 AfriSAR 项目获取的 2 景 P 波段全极化 SAR 影像组成干涉对进行实验验证。AfriSAR 项目为对前期可行性分析的补充实验,用以直接验证 BIOMASS 卫星主要目标区域——非洲赤道周围区域的热带雨林和热带草原森林区域(生物量约为  $100\sim 300\text{ t/hm}^2$ )的适用性和可行性。SAR 影像覆盖区域为非洲西部的加蓬 Mabounie 地区 ( $10^{\circ}30'22''\text{E}, 0^{\circ}48'28''\text{S}$ ),该地区主要植被类型为成熟的原始热带森林以及部分退化热带雨林,其中,成熟林主要树高为  $40\sim 60\text{ m}$ ,退化林主要树高为  $20\text{ m}$ ,其 Pauli 基彩色合成图如图 6 所示。Mabounie 实验区为热带雨林研究的重要实验场地,地面样地调查数据、LiDAR 数据完备,可以为本文算法的实验验证提供充足的数据保障。表 2 给出了 AfriSAR 项目获取的 P 波段机载 SAR 系统主要参数。同样地,由于本文采用机载 SAR 数据进行实验,其入射角范围从  $25^{\circ}$  变化到  $55^{\circ}$ ,跨度也较大,因此与之相关的垂直向有效波数  $k_z$  变化也较大。

以影像 1 为主影像,影像 2 为辅影像,可以构成干涉对,其中影像 2 的时间基线为 0,空间基线为  $40\text{ m}$ ,垂直向有效波数范围为  $0.06\sim 0.13$ 。对干涉对进行极化干涉处理,除多视处理尺度设置为  $4\times 2$ (方位向  $\times$  距离向)外,覆盖 Mabounie 实

验区的全极化 SAR 数据其他数据预处理过程与 Krycklan 实验区一致。采用 PD 相干最优算法获取 PDHigh、PDLow 极化方式对应的极化复相干系数观测值。

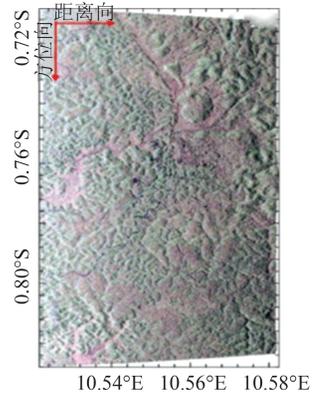


图 6 Mabounie 实验区域 Pauli 基彩色合成图

Fig. 6 Pauli Base Color Composite Image of Mabounie Experiment Area

表 2 F-SAR P 波段机载 SAR 系统主要参数

Table 2 Main Parameters of F-SAR P-Band Airborne SAR System

波段	波长/cm	极化方式	飞行高度/m	方位向分辨率/m	距离向分辨率/m
P	约 69	HH/HV/ VH/VV	约 6 000	0.90	1.20

#### 3.2.2 森林高度反演结果与分析

在 Mabounie 热带雨林实验区域,基于 §3.2.1 获取的 PDHigh 和 PDLow 极化方式对应的极化复相干系数观测值,采用本文联合邻域像素的单基线 PolInSAR 算法进行森林高度反演,固定消光系数及固定地体幅度比的三阶段算法森林高度反演结果用于对比验证,采用 2016 年覆盖实验区域的 LiDAR 森林高度产品用于交叉验证。注意到,由于云等因素的影响,LiDAR 数据只覆盖了实验场区的部分地域。

图 7 显示了基于传统三阶段算法分别采用固定地体幅度比、固定消光系数参数反演的森林高度、联合邻域 9 像素反演时本文算法森林高度结果以及覆盖实验区域的 LiDAR 森林高度产品。从图 7 可以看出,采用传统三阶段算法,分别固定地体幅度比以及消光系数参数反演的森林高度在 Mabounie 实验区域呈现明显的低估状态,而本文采用 9 像素联合解算的森林高度反演结果与 LiDAR 森林高度产品更为一致。

为进一步准确分析本文联合邻域像素的单基线森林高度反演算法的可行性与稳定性,采用

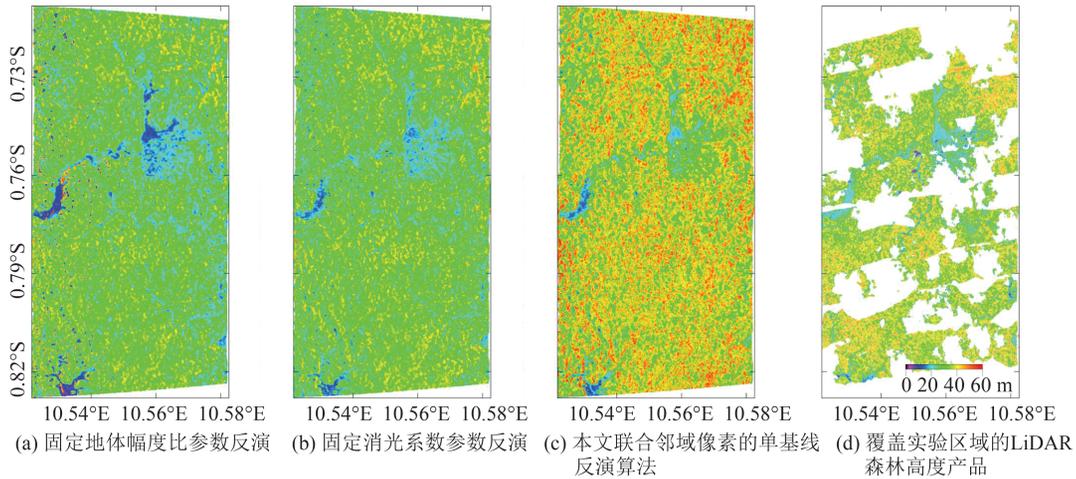


图7 Mabounie 实验区域森林高度结果图

Fig. 7 Results Plots of Forest Height in Mabounie Experimental Area

覆盖实验区域的部分 LiDAR 森林高度产品(图 7(d))进行交叉验证。为方便验证,在该实验区内最终选取了 1 170 块样地,分别计算每个样地对应的平均森林高度值用于定量验证本文算法在森林高度反演中的精度。

图 8 分别为基于三阶段算法及本文邻域联合算法反演的森林高度与覆盖实验区的 LiDAR 森林高度产品的交叉验证图。根据图 8,采用传统三阶段算法,森林高度反演结果的 RMSE 分别为 6.69 m 及 6.11 m,而联合邻域像素观测信息的单基线森林高度反演算法结果为 5.17 m,精度分别提升了 23% 及 15%。分析本文算法精度更优的主要原因,首先对于固定地体幅度比算法,由于纯体散射极化方式不能通过观测直接获取,传统三阶段算法直接假设体散射占优极化方式(PD-High 极化方式)为纯体散射极化方式,然而由于雷达波的穿透作用,PDHigh 极化方式的相位中心仍然位于森林冠层以下,进而导致了森林高度

反演低估;对于固定消光系数算法,在 Mabounie 热带雨林实验区森林高度整体较为一致,本文根据经验设置消光系数为 0.4 dB/m,虽然森林高度反演精度较固定地体幅度比的策略有所提升,但仍然相对不高。此外,虽然可以通过调整消光系数参数值改善森林高度反演结果的精度,然而这需要准确的先验信息作为支撑,但是消光系数先验信息相对难以获取。同时,本文算法通过联合邻域像素可以提供丰富的观测信息,将消光系数、地体幅度比均作为未知参数进行解算,有助于更准确地估计纯体相干性。实验结果证明了本文采用多像素联合解算策略进行森林高度反演可以解决 RVoG 模型在森林高度反演时存在的秩亏问题,参数解算更为稳定。

### 4 结语

单基线 PolInSAR 配置下,现有 RVoG 模型

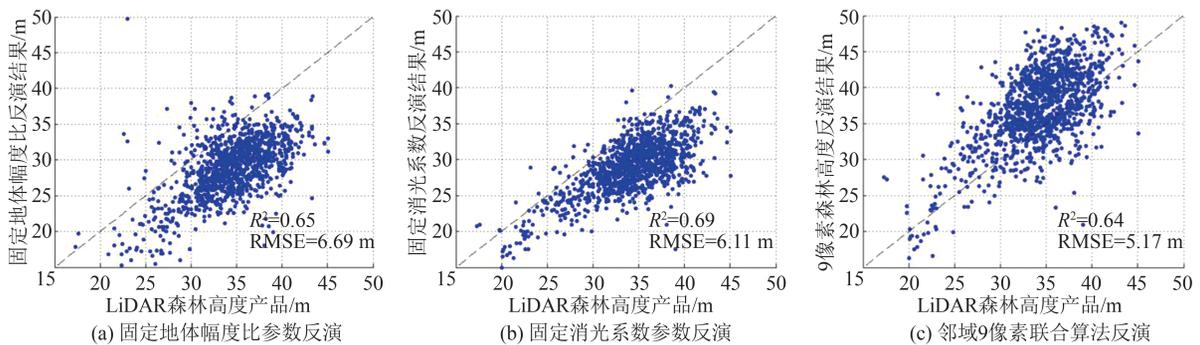


图 8 采用三阶段算法及本文联合邻域像素算法反演的森林高度与覆盖 Mabounie 实验区的 LiDAR 森林高度产品的交叉验证图

Fig. 8 Cross-Validation Diagrams of the Forest Height and LiDAR Forest Height Products Covering Mabounie Experiment Area Using Three-Stage Algorithm and Joint Neighborhood Pixel Algorithm

在森林高度反演时存在秩亏问题,现有单基线森林高度反演算法主要采取零地体幅度比假设或固定消光系数方法减少未知参数,以支撑基于 RVoG 模型的森林高度反演。针对以上问题,本文首先对 RVoG 模型在森林高度反演中存在的秩亏问题以及参数相关性等进行了分析。在此基础上,提出了联合邻域像素的单基线 PolInSAR 森林高度反演算法,首先假设森林高度、消光系数等生物物理参数在邻域内保持恒定;其次基于 RVoG 模型,联合多像素提供的丰富观测数据进行森林高度反演。在不牺牲过多空间分辨率的情况下,本文算法可以提供丰富的多余观测信息,解决了单基线 PolInSAR 配置下基于 RVoG 模型的森林高度反演秩亏问题。分别采用覆盖 Krycklan 针叶林实验区以及 Mabounie 热带雨林实验区的 P 波段 PolInSAR 数据对本文提出的联合邻域单基线森林高度反演算法进行了实验验证,并对森林高度反演结果进行了定性分析与定量分析。实验结果表明,本文算法相对传统单基线算法在针叶林实验区精度分别提升 25% 及 19%;在热带雨林实验区精度分别提升 23% 及 15%,证明了本文算法的有效性。

尽管本文提出的联合邻域像素算法在多个实验区均表现出色,但该方法并非适用于所有类型的森林高度反演场景。对于内部结构高度异质的森林区域(如混合林或人工林),邻域内各像素的森林高度差异较大,本文假设不再适用,可能导致森林高度反演偏差。未来研究可以进一步优化算法以适应更多类型的森林生态系统,特别是针对高异质性和复杂地形的森林,探索更灵活参数假设和解算策略。

### 参 考 文 献

- [1] PAN Y D, BIRDSEY R A, FANG J Y, et al. A Large and Persistent Carbon Sink in the World's Forests[J]. *Science*, 2011, 333(6045): 988-993.
- [2] HOUGHTON R A, HALL F, GOETZ S J. Importance of Biomass in the Global Carbon Cycle[J]. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*, 2009, 114(G2): G00E03.
- [3] 朱建军,付海强,汪长城. InSAR 林下地形测绘方法与研究进展[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2018, 43(12): 2030-2038.  
ZHU Jianjun, FU Haiqiang, WANG Changcheng. Methods and Research Progress of Underlying Topography Estimation over Forest Areas by InSAR [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2030-2038.
- [4] CLOUDE S. R. Polarisation: Applications in Remote Sensing [M]. New York, USA: Oxford University Press, 2009.
- [5] CLOUDE S R, PPATHANASSIOU K P. Polarimetric SAR Interferometry [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1998, 36(5): 1551-1565.
- [6] PPATHANASSIOU K P, CLOUDE S R. Single-Baseline Polarimetric SAR Interferometry [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, 39(11): 2352-2363.
- [7] TREUHAFT R N, MADSEN S N, MOGHADDAM M, et al. Vegetation Characteristics and Underlying Topography from Interferometric Radar [J]. *Radio Science*, 1996, 31(6): 1449-1485.
- [8] TREUHAFT R N, SIQUEIRA P R. Vertical Structure of Vegetated Land Surfaces from Interferometric and Polarimetric Radar [J]. *Radio Science*, 2000, 35(1): 141-177.
- [9] XIE Y Z, FU H Q, ZHU J J, et al. Improved Forest Height Mapping Using Multibaseline Low-Frequency PolInSAR Data Based on Effective Selection of Dual-Baseline Combinations [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2024, 312: 114306.
- [10] LIN D F, ZHU J J, LI Z W, et al. A Multi-Baseline PolInSAR Forest Height Inversion Method Taking into Account the Model Ill-Posed Problem [J]. *Journal of Geodesy and Geoinformation Science*, 2024, 7(3): 42-56.
- [11] ZHANG B, ZHU H B, SONG W D, et al. A Multi-Baseline Forest Height Estimation Method Combining Analytic and Geometric Expression of the RVoG Model [J]. *Forests*, 2024, 15(9): 1496.
- [12] ZHU H B, ZHANG B, SONG W D, et al. Forest Canopy Height Estimation by Integrating Structural Equation Modeling and Multiple Weighted Regression [J]. *Forests*, 2024, 15(2): 369.
- [13] 吴传军,汪长城,沈鹏,等. 线性变化消光 S-RVoG 模型的多基线 PolInSAR 森林高度反演 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2022, 47(1): 149-156.  
WU Chuanjun, WANG Changcheng, SHEN Peng, et al. A Multi-baseline PolInSAR Forest Height Inversion Method Based on S-RVoG Model with Linearly Varying Extinction [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(1): 149-156.
- [14] 范亚雄,陈尔学,李增元,等. 基于 TanDEM-X 相干系数的森林高度估测方法 [J]. *林业科学*, 2020, 56(6):

- 35-46.
- FAN Yaxiong, CHEN Erxue, LI Zengyuan, et al. Forest Height Estimation Method Using TanDEM-X Interferometric Coherence Data[J]. *Scientia Silvae Sinicae*, 2020, 56(6): 35-46.
- [15] 张涛, 朱建军, 付海强, 等. 单基线 TanDEM-X InSAR 相干性反演森林高度[J]. 测绘学报, 2022, 51(9): 1931-1941.
- ZHANG Tao, ZHU Jianjun, FU Haiqiang, et al. Forest Height Inversion with Single-Baseline TanDEM-X InSAR Coherence[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(9): 1931-1941.
- [16] BAO J F, ZHU N N, CHEN R B, et al. Estimation of Forest Height Using Google Earth Engine Machine Learning Combined with Single-Baseline TerraSAR-X/TanDEM-X and LiDAR[J]. *Forests*, 2023, 14(10): 1953.
- [17] WANG C C, HU C H, SHEN P, et al. Evaluation of Multilooking Size on Single-Baseline PolInSAR Forest Height Inversion[J]. *Forests*, 2022, 13(7): 1031.
- [18] CLOUDE S R, PAPATHANASSIOU K P. Three-Stage Inversion Process for Polarimetric SAR Interferometry [J]. *IEE Proceedings—Radar, Sonar and Navigation*, 2003, 150(3): 125.
- [19] ZHU J, XIE Q, ZUO T, et al. Complex Least Squares Adjustment to Improve Tree Height Inversion Problem in PolInSAR[J]. *Journal of Geodesy and Information Science*, 2019, 44(1):1-8.
- [20] ZHANG B, ZHU H B, XU W X, et al. A Fourier-Legendre Polynomial Forest Height Inversion Model Based on a Single-Baseline Configuration[J]. *Forests*, 2024, 15(1): 49.
- [21] HU H C, ZHU J J, FU H Q, et al. Automated Estimation of Sub-Canopy Topography Combined with Single-Baseline Single-Polarization TanDEM-X InSAR and ICESat-2 Data [J]. *Remote Sensing*, 2024, 16(7): 1155.
- [22] 符龙崇. 基于极化干涉 SAR 分解的单/双基线森林高度反演方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2023.
- FU Longchong. Study on Forest Height Inversion Using Single- and Dual-Baseline Methods Based on Polarimetric Interferometric SAR Decomposition [D]. Changsha: Central South University, 2023.
- [23] LEE S K, FATOYINBO T E, LAGOMASINO D, et al. Multi-baseline TanDEM-X Mangrove Height Estimation: The Selection of the Vertical Wavenumber[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2018, 11(10): 3434-3442.
- [24] 付海强. 顾及趋势性误差改正及观测信息增强的 InSAR/PolInSAR 林下地形及森林高度反演方法研究[D]. 长沙: 中南大学, 2018.
- FU Haiqiang. Research on InSAR/PolInSAR Forest Topography and Forest Height Inversion Method Considering Trend Error Correction and Observation Information Enhancement [D]. Changsha: Central South University, 2018.
- [25] TOBLER W R. A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region[J]. *Economic Geography*, 1970, 46(sup1): 234-240.
- [26] 付海强, 朱建军, 汪长城, 等. 极化干涉 SAR 植被高反演复数最小二乘平差法[J]. 测绘学报, 2014, 43(10): 1061-1067.
- FU Haiqiang, ZHU Jianjun, WANG Changcheng, et al. Polarimetric SAR Interferometry Vegetation Height Inversion Method of Complex Least Squares Adjustment [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2014, 43(10): 1061-1067.
- [27] TABB M, ORREY J, FLYNN T, et al. Phase Diversity: A Decomposition for Vegetation Parameter Estimation Using Polarimetric SAR Interferometry [C]// The 4th European Conference on Synthetic Aperture Radar EUSAR, Cologne, Germany, 2002.
- [28] ZHANG B, FU H Q, ZHU J J, et al. Forest Height Estimation Using Multi-baseline Low-Frequency PolInSAR Data Affected by Temporal Decorrelation [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2021, 19: 4009405.