



武汉大学学报(信息科学版)

Geomatics and Information Science of Wuhan University

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目： 基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型
作者： 王梦璇，杜源，黄观文，李昕，薛佳琦
DOI： 10.13203/j.whugis20240185
收稿日期： 2024-11-12
网络首发日期： 2024-11-26
引用格式： 王梦璇，杜源，黄观文，李昕，薛佳琦. 基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版),
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20240185>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20240185

引用格式：

王梦璇, 杜源, 黄观文, 等. 基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI:10.13203/J.whugis20240185 (WANG Mengxuan, DU Yuan, HUANG Guanwen, et al. GNSS Comprehensive Stochastic Model Based on Empirical Cumulative Distribution Normalization Optimization[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, DOI:10.13203/J.whugis20240185)

基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型

王梦璇¹, 杜源^{1,2*}, 黄观文^{1,2,3}, 李昕¹, 薛佳琦¹

1. 长安大学地质工程与测绘学院, 西安 710054

2. 智能北斗陕西省高校工程研究中心, 西安 710054

3. 自然资源部生态地质与灾害防控重点实验室, 西安 710054

摘要：在复杂滑坡监测环境下，全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）信号受大气延迟、多路径效应、局部遮挡等因素的影响，导致基于单一指标的高度角或信噪比随机模型无法满足复杂场景下的高精度定位需求。同时多模多频 GNSS 数据在复杂环境下站间数据质量差异化也对建立精准可靠的随机模型提出了更高的要求。针对此，提出了一种基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型，该模型基于高度角和信噪比信息进行构建，利用权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度。高遮挡环境下实验结果显示：新模型连续十天的平均固定率为 97.8%，相比高度角随机模型、信噪比随机模型和引入主成分分析的综合随机模型分别提高 24.4%、25.6%和 15.3%；固定解 RMS 在 E、N 方向为 0.007m，在 U 方向为 0.012m。该模型在提升历元固定率的同时，其固定解精度可满足复杂滑坡监测环境下 GNSS 厘米级定位需求。

关键词：GNSS，经验累计分布，归一化，随机模型，滑坡监测

GNSS Comprehensive Stochastic Model Based on Empirical Cumulative Distribution Normalization Optimization

WANG Mengxuan¹, DU Yuan^{1,2*}, HUANG Guanwen^{1,2,3}, LI Xin¹,

收稿日期：2024-11-12

项目资助：国家重点研发计划（2023YFC3008402）；国家自然科学基金（42204026）；陕西省自然科学基金基础研究计划（2019JC-20）；陕西省重点研发计划（2022KW-09；2021LLRH-06）；中央高校基本科研业务费专项（300102264905）。

第一作者：王梦璇，硕士，主要研究方向为 GNSS 高精度高可信定位。2021226007@chd.edu.cn

通信作者：杜源，博士。dy2021@chd.edu.cn

XUE Jiaqi¹

1 School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

2 Engineering Research Center of Intelligent BDS, Universities of Shaanxi Province, Xi'an 710054, China

3 Key Laboratory of Ecological Geology and Disaster Prevention, Ministry of Natural Resources, Xi'an 710054, China

Abstract: Objectives: In the complex landslide monitoring environment, the global navigation satellite system (GNSS) signals are affected by factors such as atmospheric delay, multipath effect, and local occlusion, resulting in the elevation or signal-to-noise ratio stochastic model based on a single index can not meet the high-precision positioning in complex scenes. At the same time, the data quality difference between stations of multi-mode and multi-frequency GNSS data in complex environment also puts forward higher requirements for the establishment of accurate and reliable stochastic model. **Methods:** In order to solve this problem, a GNSS comprehensive stochastic model based on empirical cumulative distribution normalization optimization is proposed. The model is constructed based on elevation and signal-to-noise ratio information, and the weight coefficient is used to refine the influence of differences between single model, multi-frequency and multi-system and stations on the stochastic model. **Results:** The experimental results under high occlusion environment show that the average fixed rate of the new model for ten consecutive days is 97.8%, which is 24.4%, 25.6% and 15.3% higher than that of the elevation stochastic model, the signal-to-noise ratio stochastic model and the comprehensive stochastic model with principal components analysis, respectively. The fixed solution RMS of the new model is 0.007m in E and N direction and 0.012m in U direction. **Conclusions:** The new model improves the epoch fixed rate while the accuracy of fixed solution can meet the requirement of GNSS centimeter positioning in complex landslide monitoring environment.

Key words: GNSS, empirical cumulative distribution, normalization, stochastic model, landslide monitoring

随着卫星导航信息的不断丰富以及多频多模融合技术的不断发展，全球导航卫星系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）已能在开阔环境下为用户提供厘米级甚至毫米级的高精度定位服务^[1-3]。但滑坡灾害多位于偏僻山区，测站周围地形起伏大、植被茂密、地质结构复杂，极易造成卫星可用数减少、卫星几何强度降低、多路径效应严重等问题，进而导致实时定位结果精度较差甚至不可用^[4-5]。

随机模型确定的方差协方差矩阵体现了观测值的随机特性和先验统计特性，构建精准可靠的随机模型是获得 GNSS 高精度高可靠定位结果的必要条件之一^[6-7]。最初采用的等权随机模型假设所有观测值之间相互独立且精度相当，因此在复杂场景下不能准确反映观测值实际权重。Euler 等^[8]基于高度角信息构建了随机模型，随后出现了依据不同函数的高度角随机模型，如三角函数、指数函数、分段函数等，相继被许多商业性和科研型软件采用^[9-13]。边少锋等^[14]采用全局检验和 ω 检验对基于分段函数、正弦函数、余弦函数以及指数函数构建的高度角随机模型进行统计检验，进一步分析了不同函数形式对定位性能的影响。该类模型不需要额外信息，简单易实现，有效降低了大气延迟误差的影响，但对信号传播

过程中带来的衍射误差削弱效果不显著。Hartinger 等^[15]基于信噪比信息构建了 SIGMA- ε 模型，Brunner 等^[16]在其基础上改进形成了 SIGMA- Δ 模型。该类模型可有效降低信号衍射带来的影响，但对大气延迟误差削弱效果不明显。非开阔环境下，高高度角低信噪比和低高度角高信噪比的现象较为常见，因而单一指标模型难以满足复杂环境下的监测需求。

高度角和信噪比的互补关系使两者的综合模型更为可靠。刘云朋等^[17]利用高度角随机模型和信噪比随机模型相乘的形式构建了高度角信噪比综合随机模型，但并未考虑两者对综合模型的贡献度。吕明慧等^[18]基于主成分分析法（Principal Components Analysis, PCA）确定了高度角模型和信噪比模型在综合模型中的贡献度，但并未考虑多频多系统间存在的差异对模型参数的影响。然而不同系统、不同频率、不同观测类型在信号体制、信号精度、抗干扰能力等方面性能各异，如何确定合适的随机模型成为多频多模 GNSS 数据融合定位的一大关键问题^[19]。部分学者已展开相关研究，王尔申等^[20]考虑了不同卫星系统间伪距和相位观测噪声的差异，提出了一种联合卫星系统间综合定权的随机模型；蔡亲青等^[21]在提取多频多系统伪距和相位噪声的基础上精化了高度角信噪比综合模型。但在 GNSS 滑坡监测中，基准站一般设在视野开阔、地基稳定的环境中，而监测站为满足实际监测需求，往往设在遮挡严重、容易发生形变的环境中，同时基准站和监测站的接收机型号也可能不同，导致站间数据质量差异大^[22]，而目前在站间差分相关的随机模型处理过程中并未考虑站间数据质量差异带来的影响。

基于上述分析，本文提出了一种基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型。该模型利用高度角和信噪比信息进行构建，通过权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度，并以验后双差残差的经验累计分布归一化最优为准则搜索权重系数，以优化观测值的权比分配，提升参数估计鲁棒性。

1. GNSS 验后双差残差获取

在滑坡形变监测中，GNSS 相对定位是最常见的技术手段之一，利用基准站和监测站同时接收在轨卫星信号，采用站星双差模型极大削弱了共有误差，从而可获得高精度定位结果。

1.1 GNSS 原始观测模型

GNSS 信号中用于空间定位的观测值主要包括伪距和载波相位两种，但由于受传播环境、硬件条件等多种因素影响，观测值中存在卫星轨道误差、卫星钟差、接收机钟差、大气延迟、硬件延迟和多路径误差等。其观测模型如下：

$$P_r^k = \rho_r^k + I_r^k + T_r^k + c \cdot (dt_r - dt^k) + c \cdot (d_r - d^k) + M_{P_r}^k + \varepsilon_P \quad (1)$$

$$\phi_r^k = \rho_r^k - I_r^k + T_r^k + c \cdot (dt_r - dt^k) + \lambda \cdot N_r^k + \lambda \cdot (b_r - b^k) + M_{\phi_r}^k + \varepsilon_\phi \quad (2)$$

式中，上标 k 代表卫星，下标 r 代表接收机， P_r^s 代表伪距观测值， ϕ_r^s 代表载波相位观测值， ρ_r^s 代表卫星与接收机之间的几何距离， I_r^s 和 T_r^s 分别代表电离层延迟和对流层延迟， c 代表光速， dt^s 和 dt_r 分别代表卫星钟差和接收机钟差， λ 代表载波相位波长， N_r^s 代表整周模糊度， d^s 、 d_r 、 b^s 、 b_r 分别代表卫星端和接收端的伪距和载波相位硬件延迟， $M_{P_r}^s$ 和 $M_{\phi_r}^s$ 分别代表伪距和载波相位的多路径误差， ε_P 和 ε_ϕ 分别代表伪距和载波相位的观测噪声。

1.2 GNSS 双差观测模型

对公式（1）（2）进行站间、星间求差可得双差观测模型。假设在 t 时刻，基准站 z 和监测站 r 观测到共视卫星 k 、 l ，则站星双差观测模型为：

$$\Delta\nabla P_{z,r}^{k,l} = \Delta\nabla\rho_{z,r}^{k,l} + \Delta\nabla I_{z,r}^{k,l} + \Delta\nabla T_{z,r}^{k,l} + \Delta\nabla M_{P,z,r}^{k,l} + \Delta\nabla\varepsilon_P \quad (3)$$

$$\Delta\nabla\phi_{z,r}^{k,l} = \Delta\nabla\rho_{z,r}^{k,l} - \Delta\nabla I_{z,r}^{k,l} + \Delta\nabla T_{z,r}^{k,l} + \lambda \cdot \Delta\nabla N_{z,r}^{k,l} + \Delta\nabla M_{\phi,z,r}^{k,l} + \Delta\nabla\varepsilon_{\phi} \quad (4)$$

式中， $\Delta\nabla$ 代表站星双差符号。从公式（3）（4）可以看出，通过站星双差消除了卫星和接收机的钟差和硬件延迟，同时极大削弱了电离层延迟、对流层延迟等误差的影响。在短基线、小高差的情况下，基准站和监测站的大气延迟会表现出较强的空间相关性，式中残余的大气残差项 $\Delta\nabla I_{z,r}^{s,l}$ 和 $\Delta\nabla I_{z,r}^{l}$ 可以忽略不计。因此，公式（3）（4）可写为：

$$\Delta\nabla P_{z,r}^{s,l} = \Delta\nabla\rho_{z,r}^{s,l} + \Delta\nabla M_{P,z,r}^{s,l} + \Delta\nabla\varepsilon_P \quad (5)$$

$$\Delta\nabla\phi_{z,r}^{s,l} = \Delta\nabla\rho_{z,r}^{s,l} + \lambda \cdot \Delta\nabla N_{z,r}^{s,l} + \Delta\nabla M_{\phi,z,r}^{s,l} + \Delta\nabla\varepsilon_{\phi} \quad (6)$$

上式即为 GNSS 滑坡监测的双差观测模型。通常采用卡尔曼滤波估计待求的位置参数和整周模糊度参数，将其重新带入公式（5）（6）即可得到包含多路径、噪声的验后双差残差。

2. GNSS 随机模型

2.1 现有随机模型

2.1.1 高度角随机模型

高度角随机模型是依赖高度角来评价观测值质量的函数模型。卫星高度角与对流层延迟、电离层延迟、多路径效应等密切相关，一般认为卫星高度角越大，观测值受大气误差、多路径误差的影响越小。高度角随机模型具有多种应用形式，较为广泛的有三角函数模型、指数函数、分段函数模型等。依据三角函数的不同，该模型又可分为正弦、余弦和正切函数模型。RTKLIB、GAMIT 等软件采用正弦函数模型^[10-11]：

$$\sigma^2 = a^2 + \frac{b^2}{\sin^2 E} \quad (7)$$

式中， a 、 b 为表示观测值先验精度的常量，一般载波相位观测值取 0.003m，伪距观测值取 0.3m。

2.1.2 信噪比随机模型

信噪比（Signal-to-Noise Ratio, SNR）和载噪比（Carrier-to-Noise Ratio, CNR）会受多路径效应、衍射效应和接收机天线增益等多种因素的影响而变化，是评估 GNSS 信号质量的重要指标^[23]。通常情况下把 1Hz 带宽上的 CNR 作为 SNR 观测值。常用信噪比随机模型为 Sigma- ε 模型：

$$\sigma^2 = C_i \cdot 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \quad (8)$$

式中， C/N_0 代表载噪比， C_i 视为常量，下标 i 代表信号频率。Brunner 等^[16]认为 C_1 经验值取 0.00224m²Hz， C_2 经验值取 0.00077m²Hz。但该模型常数项 C_i 的拟合实际操作较为复杂，一种改进的 SNR 随机模型被提出^[24]：

$$\sigma^2 = a + b \cdot 10^{-\frac{C/N_0}{10}} \quad (9)$$

式中， a 、 b 表示待拟合的经验参数。

2.1.3 高度角、SNR 综合随机模型

高度角模型能有效削弱电离层、对流层等大气误差的影响，但对信号传播过程中带来的衍射误差削弱效果不显著；信噪比在信号发生衍射时将明显衰减，但对大气延迟产生的

衰减极小。复杂监测环境下，高高度角低信噪比和低高度角高信噪比的情况普遍存在，单一指标的高度角或信噪比随机模型无法满足复杂应用场景下的高精度定位。已有学者综合利用高度角和信噪比信息构建随机模型，以引入主成分分析法（Principal Components Analysis, PCA）的高度角、SNR 综合随机模型为例，公式如下^[18]：

$$\sigma^2 = B_e \cdot \sigma_e^2 + B_s \cdot \sigma_s^2 \quad (10)$$

式中， σ_e^2 、 σ_s^2 分别代表高度角模型和 SNR 模型表示的方差， B_e 、 B_s 分别代表基于 PCA 确定的高度角模型和 SNR 模型在综合模型中的贡献度。但该模型并未考虑多频多系统间和测站间数据质量差异对模型参数的影响。

2.2 GNSS 新型综合随机模型

在考虑单一模型对误差源敏感度不同、GNSS 数据多频多系统化和复杂环境下站间数据质量差异化三方面影响的基础上，本文设定了新型综合随机模型的函数形式和权重系数，并基于经验累计分布归一化最优准则对历史固定历元的归一化验后双差残差进行搜索，得到不同系统、不同频率以及不同观测值类型的最优权重系数。

2.2.1 随机模型函数构建

新模型基于指数型高度角模型和信噪比模型相乘的形式进行构建，旨在考虑高度角和信噪比互补关系的基础上综合放大两者对随机模型的贡献。通过设计权重系数细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度，从而优化观测值的权比分配。该模型的非差方差 σ^2 表示如下：

$$\sigma_z^2 = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + a_{i,j,m,z} \times e^{-\frac{E_z}{10^\sigma}}\right)^2 \cdot \left(1 + b_{i,j,m,z} \times 10^{-S_{i,m,z}}\right) \quad (11)$$

$$\sigma_r^2 = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + a_{i,j,m,r} \times e^{-\frac{E_r}{10^\sigma}}\right)^2 \cdot \left(1 + b_{i,j,m,r} \times 10^{-S_{i,m,r}}\right) \quad (12)$$

式中， σ_0 为单位权中误差， a 、 b 分别代表高度角和信噪比在综合随机模型中的权重系数， S 代表信噪比，下标 i 代表卫星系统、 j 代表观测值类型（ j 取 p 代表伪距， j 取 ϕ 代表载波）、 m 代表观测值频率、 z 代表基准站、 r 代表监测站。该模型针对复杂滑坡监测提出，其基准站与监测站的距离介于几百米至几公里之间，属于短基线监测，测站间同一卫星的高度角之差可以忽略不计，因此公式（11）和公式（12）可以简化为：

$$\sigma_z^2 = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + a_{i,j,m} \times e^{-\frac{E}{10^\sigma}}\right)^2 \cdot \left(1 + b_{i,j,m,z} \times 10^{-S_{i,m,z}}\right) \quad (13)$$

$$\sigma_r^2 = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + a_{i,j,m} \times e^{-\frac{E}{10^\sigma}}\right)^2 \cdot \left(1 + b_{i,j,m,r} \times 10^{-S_{i,m,r}}\right) \quad (14)$$

基于公式（13）和公式（14），利用误差传播定律，可得该模型的站间单差方差 σ_{SD}^2 ：

$$\sigma_{SD}^2 = 2 \cdot \sigma_0^2 \cdot \left(1 + a_{i,j,m} \times e^{-\frac{E}{10^\sigma}}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{b_{i,j,m,z} \times 10^{-S_{i,m,z}} + b_{i,j,m,r} \times 10^{-S_{i,m,r}}}{2}\right) \quad (15)$$

在本文的实验中， σ_0 取经验值（载波相位观测值取 0.003m，伪距观测值取 0.3m）， $a_{i,j,m}$ 、 $b_{i,j,m,z}$ 、 $b_{i,j,m,r}$ 以经验累计分布归一化最优准则进行搜索。实验监测站区域属于半高空遮挡，在高度角大于 70°、信噪比大于 50dB 的情况下，观测数据受大气延迟误差和多路径误差均较小，此时 $\sigma_{SD}^2 \approx 2 \cdot \sigma_0^2$ ，结合公式（15），认为 $a_{i,j,m}$ 的搜索上限不应超过 100， $b_{i,j,m,z}$ 、 $b_{i,j,m,r}$ 的搜索上限不应超过 100000。对于高度角大于 70° 时仍存在遮挡的情况，应重新设定搜索上限。同时本文对不同系统、不同频率、不同观测值类型的数十维权重系数整体搜索，且在搜索过程中希望增强较大双差残差对搜索的影响（在 2.2.2 中具体介绍），为保障搜索时间和结果的有效性，未直接对权重系数进行连续拟合或对搜索上限以内的范围进行小间隔等距离搜索，而是以 10 的 n 次方的形式进行非等距搜索， $a_{i,j,m}$ 的具体搜索范围为{1, 10, 100}， $b_{i,j,m,z}$ 、 $b_{i,j,m,r}$ 的具体搜索范围为{1, 10, 100, 1000, 10000,

100000}。

根据公式 (15) 可以计算不同系统、不同卫星、不同频率的伪距和载波观测值站间单差方差。以 BDS 单系统单频伪距观测值为例，假设共观测到 n 颗 BDS 卫星，其站间单差方差-协方差矩阵 Q_{SD} 可表示为：

$$Q_{SD} = \text{diag}(\sigma_{SD1}^2, \sigma_{SD2}^2, \dots, \sigma_{SDn}^2) \quad (16)$$

式中， $\text{diag}(\cdot)$ 为对角阵函数。由公式 (16) 和单差-双差变换矩阵 D 可以构建观测值的站星双差方差协方差阵 Q_{DD} ，公式如下：

$$Q_{DD} = DQ_{SD}D^T \quad (17)$$

假设选定第 1 颗卫星为基准星进行星间差分，则 D 的具体形式如下所示：

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.2.2 经验累计分布归一化最优准则

当 σ^2 能够很好地描述观测值质量时，归一化验后残差分布特性应近似遵循标准正态分布，即：

$$v_0 = \frac{v}{\sigma} \sim N(0,1) \quad (19)$$

式中， v 为验后残差， v_0 为归一化的验后残差， $N(0,1)$ 为标准正态分布。同理归一化的验后双差残差也近似遵循标准正态分布，即：

$$\Delta \nabla v_0 = \frac{\Delta \nabla v}{\sigma_{DD}} \sim N(0,1) \quad (20)$$

式中， $\Delta \nabla v$ 为验后双差残差， $\Delta \nabla v_0$ 为归一化的验后双差残差， σ_{DD} 为 Q_{DD} 对角线元素的开方。其中，验后双差残差是将求得的位置参数和整周模糊度参数重新带入公式 (5) (6) 得到的，需要注意的是，本文仅对检验为正确固定历元的验后双差残差纳入经验累计分布统计。

本文将归一化验后双差残差的经验累计分布与标准正态累计分布之间的 $\Delta \bar{x}$ 最小作为搜索最优权重系数的准则， $\Delta \bar{x}$ 的计算公式如下：

$$\Delta \bar{x} = \text{mean}\{|\Delta x_j|_{j=1,2,\dots,N}\} \quad (21)$$

$$\Delta x_j = C_f^{-1}(C_e(\Delta \nabla v_0)) - \Delta \nabla v_0 \quad (22)$$

式中， $\text{mean}\{\cdot\}$ 为均值函数， N 为经验累计分布的样本数， $C_e(\cdot)$ 为标准正态累计分布函数， $C_f(\cdot)$ 为经验累计分布函数， $C^{-1}(\cdot)$ 代表 $C(\cdot)$ 的反函数，本节采用高斯核密度函数来拟合经验累计分布曲线。搜索过程将按照 2.2.1 节所设定的范围从小到大进行，由于权重系数为多维参数，为加快计算速率采用多核并行运算进行搜索。

以 $a_{i,j,m}=10$ ， $b_{i,j,m,z}$ 、 $b_{i,j,m,r}=0$ 为例，图 1 为相应的经验累计分布、标准累计分布与 Δx_j 关系示意图。如图所示， Δx_j 可理解为经验累计分布曲线和标准累计分布曲线在同一纵坐标值下所对应的横坐标之差。这里采用横坐标之差而不是纵坐标之差，主要是因为横坐标之差极大地增强了曲线尾部对搜索的影响。

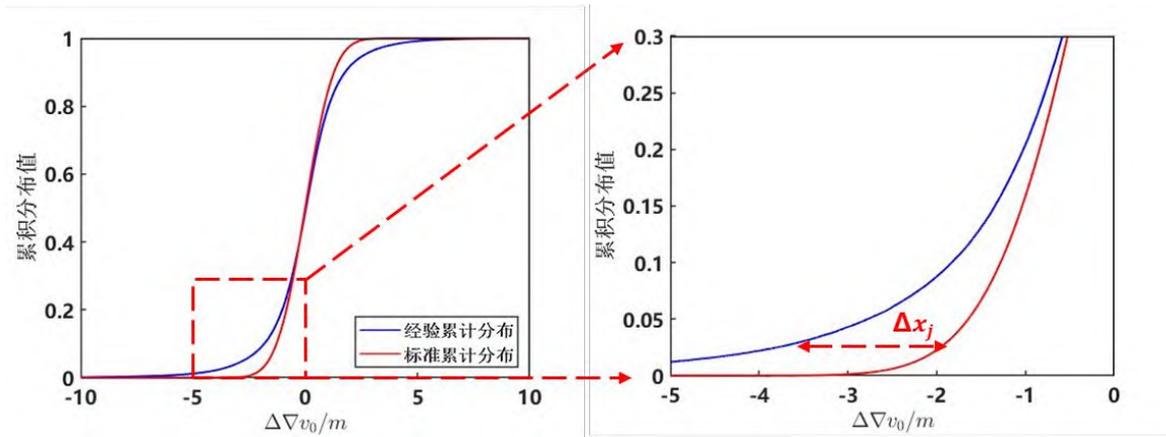


图 1 经验累计分布、标准累计分布与 Δx_j 关系示意图

Fig. 1 Schematic Diagram of the Relationship Between Standard Cumulative Distribution, Empirical Cumulative Distribution, and Δx_j

3. 实验分析

3.1 实验区域概况

本文选取三门峡油气运输管道边坡监测项目的某滑坡区域进行实验分析，图 2 显示了基准站和监测站的位置分布及周围环境。该滑坡区域处于河南省三门峡市陕州区，由于管道附近 310 国道改建工程施工开挖导致边坡一侧形成较大临空面，在极端天气影响下极有可能引发滑坡，对油气管道运输安全造成严重威胁。基准站 SMX01 位于坡顶，四周植被较少，视线无遮挡，具有良好的观测条件。监测站 SMX02 位于半坡面，东北侧受坡体遮挡，南侧半空区受 310 国道遮挡，观测环境较差。基准站和监测站接收机型号均为和芯星通 UB4B0M，天线为海积 HG-GOYH7151。



图 2 测站位置分布及周围环境

Fig. 2 Location Distribution and Surrounding Environment of Observation Stations

实验选用 UTC 时 2021 年 5 月 20 日（年积日第 140 天，记为 T_1 ）监测数据进行数据质量分析和搜索最优权重系数，选用 UTC 时 2021 年 5 月 21 日（年积日第 141 天，记为 T_2 ）监测数据验证所提模型的有效性。图 3 左右分别为 T_1 时段基准站和监测站的卫星天空视图，图中颜色从绿-橙-紫-蓝-红-灰代表信噪比越来越低，即观测数据质量越来越差。可以看出，

基准站观测值在空间上分布均匀，信噪比随高度角的降低而减小，而监测站由于受坡体和路桥遮挡，观测值在空间分布不均，高度角 40° -60° 之间出现信噪比低于 40dB 的情况。

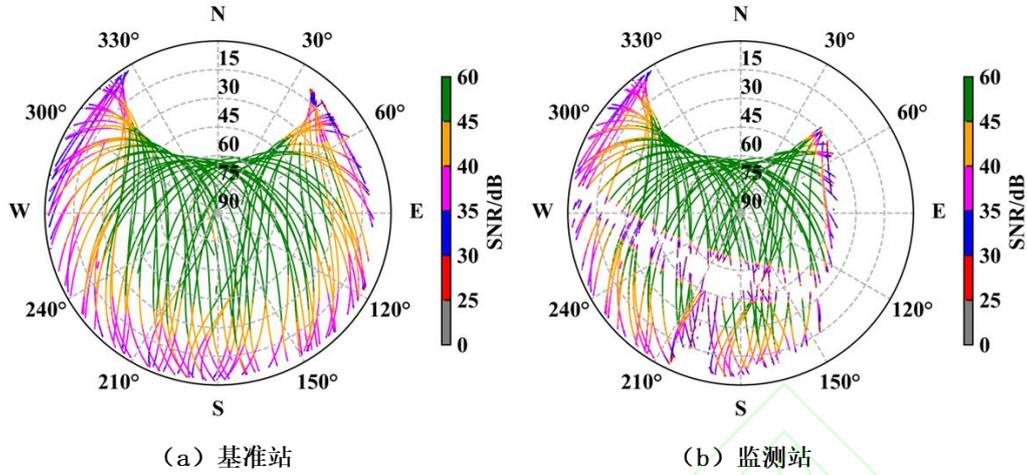


图 3 T_1 时段基准站和监测站的卫星天空视图及信噪比分布

Fig. 3 Satellite Sky Views and SNR Distribution of Reference and Monitoring Stations During Period T_1

3.2 实验分析

为验证所提综合随机模型的有效性，以测区 T_1 时段和 T_2 时段数据为例，采用表 1 的数据处理策略，设计以下 4 种方案进行对比分析：

- 方案 1：高度角随机模型（公式 7）；
- 方案 2：信噪比随机模型（公式 9）；
- 方案 3：引入 PCA 的高度角、SNR 综合随机模型（公式 10）；
- 方案 4：基于经验累计分布归一化最优的综合随机模型（公式 15）。

表 1 定位解算相关策略

Table 1 Strategies of Location Solution

参数项	策略	参数项	策略
系统	GPS+BDS	截止高度角	15°
频率	GPS:L1+L2 BDS:B1I+B3I	定位模式	Kinematic
采样间隔	5s	参数估计方法	Kalman 滤波
星历	广播星历	模糊度固定方法	LAMBDA

实验选用 T_1 时段的监测数据搜索方案 4 的最优权重系数，从而构建该方案的综合随机模型。表 2 为方案 4 综合随机模型的最优权重系数，可以看出不同系统、不同观测值类型、不同频率的最优权重系数存在差异，监测站的信噪比最优权重系数多数大于基准站，这放大了监测站信噪比对观测方差的影响。

表 2 方案 4 的最优权重系数

Table 2 The Optimal Weight Coefficient of Scheme 4

SMX02-SMX01		伪距 (m)			载波 (m)		
		$a_{i,p,m}$	$b_{i,p,m,z}$	$b_{i,j,m,r}$	$a_{i,\phi,m}$	$b_{i,\phi,m,z}$	$b_{i,\phi,m,r}$
GPS	L1	10	10	100000	1	10	10000
	L2	10	100000	100000	1	10	10000
BDS	B1I	1	100000	100000	10	10	10000

图4为四种方案标准累计分布和经验累计分布关系图。从图中可以看出，相比方案1、方案2，方案3的 $\Delta\bar{x}$ 在一定程度上减小，主要是因为 $[-1,1]$ 之间经验累计分布曲线与标准累计分布曲线更为贴近，但在 $[-10,-1]$ 和 $[1,10]$ 之间三种方案差距较小，这导致方案3的权比分配未得到整体优化；而相比方案1、方案2、方案3，方案4的 $\Delta\bar{x}$ 最小，在 $[-10,10]$ 之间经验累计分布曲线与标准累计分布曲线均较为贴近，整体权比分配最优。

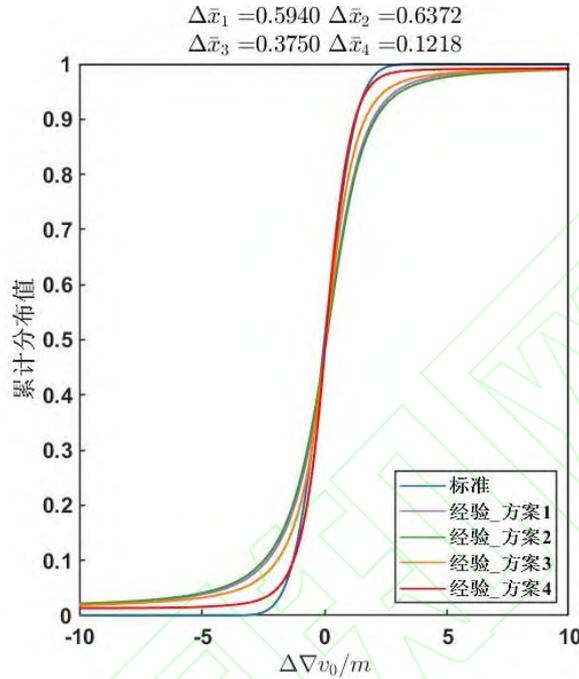


图4 四种方案标准累计分布和经验累计分布关系图

Fig. 4 Relationship Diagram Between Standard Cumulative Distribution and Empirical Cumulative Distribution for Four Schemes

选用 T_2 时段的监测数据解算定位结果，从浮点解精度和固定解精度评价所提综合随机模型的有效性。采用基于崩溃点理论的自适应滑动窗口对定位结果进行滤波，将滤波结果与定位结果做差得到残差序列^[25]。图5为四种方案浮点解E/N/U方向的残差序列，9:03至9:51之间定位结果缺失是因为在野外恶劣的观测条件下，监测站受通信、供电等外界因素影响未接收到原始观测数据导致的。从图中可以看出，方案3浮点解残差多数优于方案1、方案2，但仍有部分浮点解残差未减小甚至更差，这主要是因为方案3的权比分配未得到整体优化，部分多路径效应严重的观测值对定位结果的影响仍然较大导致的；而方案4由于整体权比分配最优，显著降低了多路径效应严重的观测值对定位结果的影响，从而使其浮点解残差整体小于方案1、方案2和方案3。表3为相应的RMS值，可以看出，相比方案1、方案2，方案3的浮点解RMS值变化不显著，这与图5中方案3部分浮点解残差未减小甚至更差有关，最终使 T_2 时段内方案3的整体浮点解RMS值未发生明显变化；相比方案1、方案2、方案3，方案4的RMS明显减小，经统计，方案4在E、N、U方向相比方案1分别提升36.2%、42.4%、34.1%，相比方案2分别提升36.5%、42.6%、35.3%，相比方案3分别提升34.8%、44.5%、33.6%。

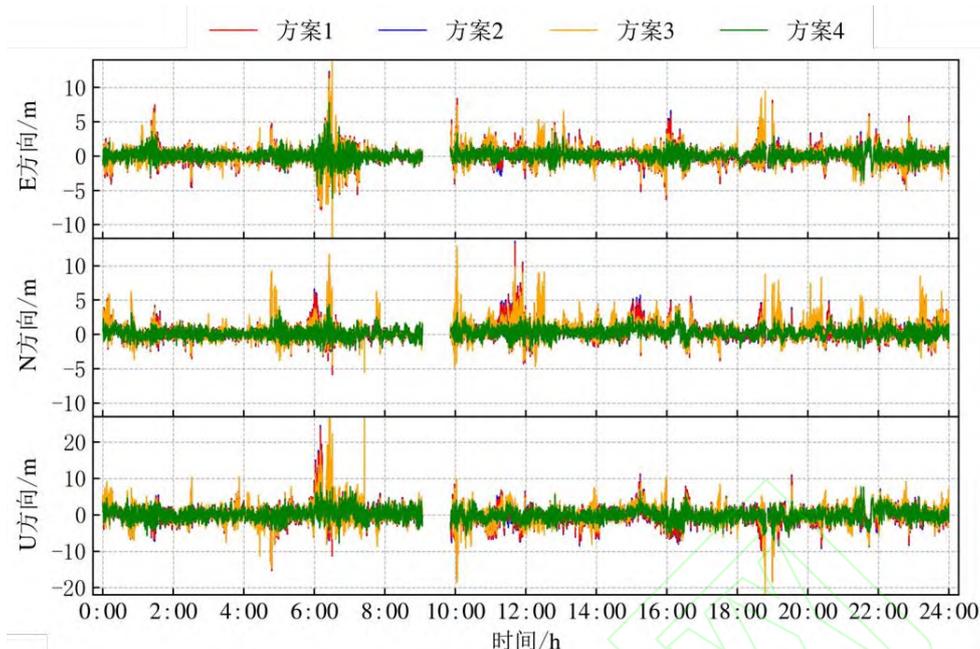


图 5 四种方案浮点解 E/N/U 方向的残差序列

Fig. 5 Floating Solution Residual Sequences of Four Schemes in the E/N/U Direction

表 3 四种方案浮点解残差序列的 RMS 值

Table 3 The RMS Value of Floating Solution Residual Sequences of Four Schemes

方向	方案 1/m	方案 2/m	方案 3/m	方案 4/m
E	1.123	1.130	1.100	0.717
N	1.281	1.286	1.329	0.738
U	2.385	2.430	2.369	1.572

随机模型的精化在影响浮点解精度的同时，还会影响浮点解方差，从而对以浮点解方差为指标选取模糊度子集的部分模糊度固定策略产生影响，最终影响固定解精度和固定率^[26]。本节实验采用以浮点解方差为指标的部分模糊度固定策略，利用 Lambda 算法进行模糊度固定。表 4 给出了四种方案的历元固定率和单固定解精度，可以看出，方案 4 相比前三种方案，历元固定率明显提高，历元固定率可达 93.2%，相比方案 1、方案 2、方案 3 分别提升了 26.7%、28.3%、19.8%，固定解 RMS 在 E、N 方向为 0.007m，在 U 方向为 0.012m，满足复杂滑坡监测环境下 GNSS 厘米级定位需求。

表 4 四种方案的历元固定率与精度统计结果

Table 4 Statistical Results of Epoch Fixed Rate and Accuracy of Four Schemes

方案	历元固定率/%	RMS/m		
		E	N	U
方案 1	66.5	0.007	0.008	0.012
方案 2	64.9	0.005	0.005	0.013
方案 3	73.4	0.006	0.008	0.011
方案 4	93.2	0.007	0.007	0.012

进一步对 UTC 时 2021 年 5 月 21 日至 5 月 30 日（年积日第 141 天至第 150 天）连续十天的历元固定率进行统计，如图 6 所示。从图中可以看出，方案 4 相比其他方案历元固定

率显著提升，连续十天的平均固定率为 97.8%，最高可达 98.5%，相比方案 1 平均固定率提高 24.4%，相比方案 2 平均固定率提高 25.6%，相比方案 3 平均固定率提高 15.3%。

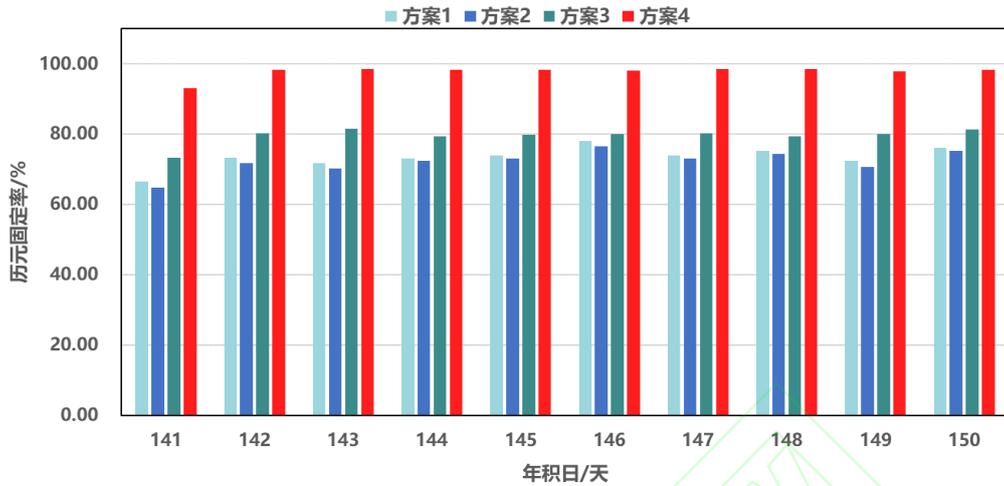


图 6 四种方案连续十天历元固定率统计结果

Fig. 6 Statistical Results of Epoch Fixed Rate of Four Schemes for Ten Consecutive Days

4. 结语

在复杂滑坡环境下，观测数据质量受各种因素的影响，如何构建精确可靠的随机模型是面临的难题之一。本文从单一模型对误差源敏感度不同、GNSS 数据多频多系统化和复杂环境下站间数据质量差异化三个角度分析了现有随机模型的局限性，提出了一种基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型，并以三门峡滑坡实测数据为例验证了该模型的有效性，得出以下结论：

(1) 该模型基于经验累计分布归一化最优准则得到了综合模型最优权重系数，细化了单一模型间、多频多系统间以及测站间的差异对随机模型的影响程度，在复杂环境下放大了监测站信噪比对观测方差的影响，优化了权比分配。

(2) 通过实测数据对比分析了高度角随机模型、信噪比随机模型、引入 PCA 的综合随机模型和新综合随机模型对定位解算的影响。结果表明：新模型连续十天平均固定率为 97.8%，相比高度角模型平均提高 24.4%，相比信噪比随机模型平均提高 25.6%，相比引入 PCA 的综合随机模型平均提高 15.3%；固定解 RMS 在 E、N 方向为 0.007m，在 U 方向为 0.012m，满足复杂滑坡监测环境下 GNSS 厘米级定位需求。

参考文献

- [1] Zhang B C, Dennis O. A method for processing GNSS data from regional reference networks to enable single-frequency PPP-RTK[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(7): 2306-2319.
- [2] Chen Zi, Huang Guan-wen, Bai Zheng-wei, et al. Field Monitoring of Expansive Soil Slope Based on Low-cost Millimeter-sized GNSS Technology [J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2022, 53(1): 214-224. (陈孜, 黄观文, 白正伟等. 基于低成本毫米级 GNSS 技术的膨胀土边坡现场监测[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2022, 53(1): 214-224.)
- [3] Zhang Xiaohong, Li Xingxing, Guo Fei, et al. Realization and Precision Analysis of Single-

- Frequency Precise Point Positioning Software[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008(8):783-787. (张小红,李星星,郭斐,等.GPS 单频精密单点定位软件实现与精度分析.武汉大学学报(信息科学版),2008(8):783-787.)
- [4] Han Junqiang, Huang Guanwen, Li Zhe. Multipath Effect Analysis and Processing Method of GNSS Landslide Monitoring Under Complicated Environment[J].Journal of Earth Sciences and Environment,2018,40(3):355-362 (韩军强,黄观文,李哲.复杂环境下 GNSS 滑坡监测多路径效应分析及处理方法[J].地球科学与环境学报,2018,40(3):355-362.)
- [5] Wang Dong, Zhou Hong-ping, Zhang Hui-chun, et al. Influencing Factors Analysis and Multipath Effects of Different Plant Cover Types on GPS Positioning Accuracy for Forest Fire Control[J]. Journal of Central South University of Forestry and Technology,2014,34(11):46-51. (汪东,周宏平,张慧春,等.不同植被 GPS 定位精度影响因素分析及多路径效应[J].中南林业科技大学学报,2014,34(11):46-51.)
- [6] Li B, Shen Y, Xu P. Assessment of stochastic models for GPS measurements with different types of receivers[J]. Chinese Science Bulletin, 2008, 53(20): 3219-3225.
- [7] Zhang Xiaohong, Ding Lele. Quality Analysis of the Second Generation Compass Observables and Stochastic Model Refining[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(07):832-836. (张小红,丁乐乐.北斗二代观测值质量分析及随机模型精化[J].武汉大学学报(信息科学版),2013,38(07):832-836.)
- [8] Euler H, Goad C. On optimal filtering of GPS dual frequency observations without using orbit information[J]. Bulletin Géodésique, 1991, 65(2): 130-143.
- [9] Kalman R E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82D: 35-45
- [10] Takasu T, Yasuda A. RTKLIB Ver. 2.4.2 Manual[M]. Tokyo. 2013: 1-181.
- [11] King R W. Documentation for the GAMIT GPS analysis software[J]. Mass.inst.of Technol, 1995.
- [12] Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with daily observations. J Geod 82, 389–399 (2008).
- [13] Han S. Quality-control issues relating to instantaneous ambiguity resolution for real-time GPS kinematic positioning. Journal of Geodesy 71, 351–361 (1997).
- [14] Bian Shaofeng, Liu Yi, Ji Bing, et al. Analysis of Statistic Testing of Elevation-Dependent Stochastic Models of BDS-3 Satellite Observation[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2022, 47(10):1615-1624. (边少锋,刘一,纪兵,等.北斗三号卫星观测信息高度角相关随机模型统计特性分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2022,47(10):1615-1624.)
- [15] Hartinger K H, Brunner F K. Variances of GPS phase observations: The SIGMA- ϵ model[J]. GPS solutions, 1999, 4(2): 35-43.
- [16] Brunner F K, Hartinger H, Troyer L. GPS signal diffraction modelling: the stochastic SIGMA- δ model[J]. Journal of geodesy, 1999, 73(5): 259-267.
- [17] Liu Yunpeng, Yin Xiao, Lou Lizhi. Robust GPS/COMPASS Combined Real-time Differential Positioning Based on Elevation Angle and SNR Combined Stochastic Model[J]. Journal of geodesy and geodynamics, 2014, 34(04):145-148. (刘云朋,尹潇,楼立志.高度角信噪比联合随机模型的抗差 GPS/COMPASS 实时差分定位算法分析[J].大地测量与地球动力学,2014,34(04):145-148.)
- [18] Lyu Minghui, Li Wei, Zhang Baocheng, et al. Refined stochastic model of combining elevation

- angle and SNR and its impact on precise point positioning in high latitude areas[J].GNSS Word of China, 2021, 46(03):15-23+53. (吕明慧,李薇,张宝成等.联合高度角与信噪比的精化随机模型及其对高纬度精密单点定位的影响[J].全球定位系统,2021,46(03):15-23+53.)
- [19] Li Bofeng, Miao Weikai, Chen Guang'e. Key Technologies and Challenges of Multi-frequency and Multi-GNSS High-Precision Positioning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(11):1769-1783. (李博峰,苗维凯,陈广鄂.多频多模 GNSS 高精度定位关键技术与挑战[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(11):1769-1783.)
- [20] Wang Ershen, Wang Heng, Zhang Yize, et al. Smartphone RTK positioning based on integrated weighting of GNSS base station signal-to-noise ratio and joint satellite system[J] GNSS World of China, 2024, 49(03):65-72+93. (王尔申,王珩,张益泽,等.GNSS 基准站信噪比联合卫星系统综合定权的手机 RTK 定位[J].全球定位系统,2024,49(03):65-72+93.)
- [21] Cai Qinqing, Zhu Feng, Chen Xi, et al. Refinement of GNSS stochastic model combining elevation angle and SNR and its effect on RTK positioning performance[J]. GNSS Word of China, 2023, 48(01):24-31. (蔡亲青,朱锋,陈曦,等.高度角与信噪比混合的 GNSS 随机模型精化及其对 RTK 定位性能的影响[J].全球定位系统,2023,48(01):24-31.)
- [22] Liu Jian, Huang Guanwen, Du Yuan, et al. Method and Application of Identifying Multipath Errors in GNSS Observation Data Based on Prior Information of Base Station's Signal-to-noise Ratio[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2022, 44(02):352-362. (刘健,黄观文,杜源,等.基于基准站信噪比先验信息的 GNSS 观测数据多路径误差识别方法及应用[J].地球科学与环境学报,2022,44(02):352-362.)
- [23] Huang Jinsong, Liu Junning, Liu Chengbao, et al. On C/N₀ of Received GPS Signal[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2007, 32(5):427-430. (黄劲松,刘峻宁,刘成宝,等.GPS 信号载噪比研究[J].武汉大学学报(信息科学版),2007,32(5):427-430.)
- [24] Wang Yingzhe, Tao Xianlu, Zhu Feng, et al. High Accuracy Differential Positioning with Smartphone GNSS Raw Measurements[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2021,46(12):1941-1950. (王颖喆,陶贤露,朱锋等.利用智能手机实现 GNSS 原始观测值的高精度差分定位[J].武汉大学学报(信息科学版),2021,46(12):1941-1950.)
- [25] Huang G W, Wang D, Du Y, et al. Deformation Feature Extraction for GNSS Landslide Monitoring Series Based on Robust Adaptive Sliding-Window Algorithm. Frontiers in Earth Science, 2022, 10: 884500.
- [26] Ma Liye. The Research on Method of GNSS Partial Ambiguity Resolution[D]. Wuhan University, 2019. (马立烨.GNSS 部分模糊度解算方法研究[D].武汉大学,2019.)

网络首发:

标题: 基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型

作者: 王梦璇, 杜源, 黄观文, 李昕, 薛佳琦

收稿日期: 2024-11-12

DOI:10.13203/j.whugis20240185

引用格式:

王梦璇, 杜源, 黄观文, 等. 基于经验累计分布归一化最优的 GNSS 综合随机模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI:10.13203/J.whugis20240185 (WANG Mengxuan, DU Yuan, HUANG Guanwen, et al. GNSS Comprehensive Stochastic Model Based on Empirical Cumulative Distribution Normalization Optimization[J]. Geomatics and Information Science of

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别，请以正式出版文件为准！

您感兴趣的其他相关论文：

基于“三查”体系的丹巴县滑坡隐患早期识别与监测

付豪, 李为乐, 陆会燕, 许强, 董秀军, 郭晨, 谢毅, 王栋, 刘刚, 马志刚

武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(5): 734-746.

<http://ch.whu.edu.cn/article/doi/10.13203/j.whugis20220418>

考虑时间滞后效应的库岸滑坡位移预测

杜岩, 宁利泽, 谢谟文, 白云飞, 李恒, 贾北凝

武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(8): 1347-1355.

<http://ch.whu.edu.cn/article/doi/10.13203/j.whugis20220133>

堆积层滑坡多源遥感动态演变特征分析研究

高志良, 解明礼, 巨能攀, 黄细超, 彭涛, 何朝阳

武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(8): 1482-1491.

<http://ch.whu.edu.cn/article/doi/10.13203/j.whugis20220149>