

武汉大学学报(信息科学版) Geomatics and Information Science of Wuhan University ISSN 1671-8860,CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目:	基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法
作者 :	李佩玲,李志伟,毛文祥
DOI:	10.13203/j.whugis20240162
收稿日期:	2024-05-28
网络首发日期:	2024-06-24
引用格式:	李佩玲,李志伟,毛文祥.基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正
	方法[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).
	https://doi.org/10.13203/i.whugis20240162





网络首发:在编辑部工作流程中,稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶 段。录用定稿指内容已经确定,且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期 刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件,可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出 版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出 版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定;学术研究成果具有创新性、科学性和先进性,符合编 辑部对刊文的录用要求,不存在学术不端行为及其他侵权行为;稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、 出版的技术标准,正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。 为确保录用定稿网络首发的严肃性,录用定稿一经发布,不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认:纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约,在《中国 学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版,以单篇或整期出版形式,在印刷 出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出 版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z),所以签约期刊的网络版上网络首 发论文视为正式出版。 **DOI:**10.13203/j.whugis20240162

引用格式:

李佩玲,李志伟,毛文祥. 基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法[J].武汉大学学报 (信息科学版),2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240162 (LI Peiling, LI Zhiwei, MAO Wenxiang. A Fast Atmospheric Correction Method of SBAS-InSAR based on Fixed Rank Kriging[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240162)

基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法

李佩玲1李志伟1毛文祥1

1 中南大学地球科学与信息物理学院,湖南长沙,410083

摘要:在合成孔径雷达干涉测量(Interferometric Synthetic Aperture Radar, InSAR)技术监测地表形变 过程中,大气延迟误差制约着形变监测结果的精度。传统小基线集 InSAR(Small Baseline Subsets, SBAS-InSAR)技术通常利用干涉相位与高程关系的统计分析和时空滤波等策略抑制大气效应,但前者 仅能去除垂直分层大气,忽略了湍流大气的影响,后者对滤波窗口的选取则具有较强的主观性。另一 方面,SAR 影像中百万乃至千万数量级的数据点为计算过程带来了不小的负担。为了提高时序 InSAR 技术的形变监测精度并保证高效的计算效率,提出了基于固定秩克里金(Fixed Rank Kriging, FRK) 和干涉图自身的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法,通过构建多尺度空间模型估计干涉图大气随机效应, 并利用空间降维大幅提高了大气改正的效率。选用覆盖山西省大同市的 25 景 Sentinel-1 SAR 影像验证 了该方法的有效性:结果表明:1)区域内真实 GNSS 数据验证结果表明,相较传统 SBAS-InSAR 方 法,新方法的 RMSE 从 0.83cm 降低至 0.43cm;2)在相同数据量下,基于固定秩克里金的大气改正效 率是普通克里金的 15 倍。

关键词:形变监测;大气改正;固定秩克里金;SBAS-InSAR

A Fast Atmospheric Correction Method of SBAS-InSAR based on

Fixed Rank Kriging

LI Peiling¹ LI Zhiwei¹ MAO Wenxiang¹

1 School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract: Objectives: In the process of monitoring surface deformation using Interferometric Synthetic

通讯作者:李志伟,博士,教授。zwli@csu.edu.cn

收稿日期: 2024-05-28

项目资助:国家杰出青年学者科学基金(41925016);国家自然科学基金重点项目(42330112)。

第一作者:李佩玲,硕士,研究方向为 InSAR 地表形变监测、InSAR 与 GNSS 融合。lipeiling2021@csu.edu.cn

Aperture Radar (InSAR) technology, the atmospheric delay error constrains the accuracy of the deformation monitoring results. The traditional small baseline subsets InSAR (SBAS-InSAR) technology usually utilizes the statistical analysis of the interferometric phase-height relationship and spatio-temporal filtering to suppress the atmospheric effect, but the former only removes the vertically stratified atmosphere and ignores the effect of turbulent atmosphere, while the latter is highly subjective in the selection of the filtering window. On the other hand, the millions or even tens of millions of data points in SAR images bring a considerable burden to the calculation process. Methods: In order to improve the deformation monitoring accuracy of time-series InSAR technology and ensure efficient calculation efficiency, a SBAS-InSAR atmospheric rapid correction method based on Fixed Rank Kriging (FRK) and the interferogram itself is proposed. Starting from spatial correlation, a multi-scale spatial model is constructed to estimate the atmospheric random effects of the interferogram, and spatial dimensionality reduction is used to greatly improve the efficiency of atmospheric correction. Finally, a real experiment was conducted using 25 scenes of Sentinel-1 SAR images covering Datong City, Shanxi Province, to verify the effectiveness and performance of this method. Results: The results show that: (1) Compared with the deformation results obtained by traditional SBAS-InSAR, the root mean square error (RMSE) of this method is reduced by 48% on average; (2) The atmospheric estimation efficiency of the fixed-rank kriging method is 15 times higher than that of the ordinary kriging method with the same amount of data. Conclusions: The proposed method can significantly improve the deformation monitoring accuracy of the SBAS-InSAR technique without relying on external data, and greatly improve the efficiency of atmospheric correction.

Keywords: Deformation monitoring; Atmospheric correction; Fixed Rank Kriging; SBAS-InSAR

合成孔径雷达干涉测量(Interferometric Synthetic Aperture Radar, InSAR)技术结合了空间大地测 量技术与主动微波遥感技术,经过几十年的发展,在形变监测方面体现出了巨大的潜力。InSAR 技术 所具有的大范围的空间覆盖面、高精度的空间分辨率和全天时全天候的成像监测能力,使其成为监测 地表形变的有力工具,并广泛应用于地球科学领域,已在城市监测^[1-3]、矿山形变^[4-6]、地震及断层运动 ^[7,8]、火山活动^[9–11]、冻土变化监测^[12,13]等方面发挥着重要的作用。为获得准确的 InSAR 地表形变场, 需要对 InSAR 干涉相位中众多误差项进行去除,如轨道误差、地形残差、大气延迟误差、观测噪声等。 其中,因大气延迟相位易与形变相位混淆的特性,使得大气延迟误差成为制约 InSAR 形变监测精度的 关键因素。InSAR 大气延迟校正也成为 InSAR 数据处理中一个重要的环节和步骤。

InSAR 大气改正方法大致可以分为两类,一类是基于外部数据的改正方法,如 GNSS 数据^[14-17]、 中等分辨率成像光谱仪^[18-20]、数值气象模型^[21,22]或是联合多源数据^[23,24]。然而,获取 SAR 影像对应时 间的高精度大气延迟图是一大难点,且因为不同产品空间分辨率不同,需要将大气延迟数据插值或重 采样到与 InSAR 观测点一致的位置上。这一过程使得该类极度依赖外部数据的大气相位校正方法在面 对不同区域和时序监测要求时存在局限性。另一类方法是基于干涉对自身进行大气延迟相位的改正, 例如依靠相位-高程相关关系^[25-27]、建立大气延迟的随机模型^[28,29]、基于大气延迟的频谱特性进行时空 域滤波和空间插值反演等。其中,相位-高程相关性分析仅能改正分层延迟,忽略了大气湍流的影响; 针对大气的随机建模因时间复杂度高和计算负担重而难以执行;基于时空滤波的大气延迟改正受限于 滤波窗口和权值的选取,因其主观性易造成感兴趣的地球物理信号的丢失。一般情况下,空间插值反 演效果受限于样本密度和插值策略两方面因素的限制。然而,InSAR 数据的空间分辨率高(相较于外 部数据源)使得插值样本数量大,发展一种基于干涉相位自身的空间插值算法来改正大气延迟受到国 内外学者的青睐^[30]。在众多插值器(如反距离权重、克里金法等)中,克里金法充分考虑了数据的空 间自相关性,能够较高精度反演全局 InSAR 大气延迟,广泛应用 InSAR 大气插值反演。但克里金法对 所有样本点的统计分析也使得其时间复杂度与数据点数量 n 成正比,空间自相关矩阵的计算成本较高。 在最简单的情况下,普通克里金(Ordinary Kriging, OK)的时间复杂度通常为 $O(n^2)$,当面对更大规 模的数据集时,时间复杂度会更高,最坏的情况下可能达到 $O(n^3)$ 。在时序 InSAR 技术快速发展的当 下,作为大范围普查手段的 InSAR 技术常常涉及数十景甚至上百景的 SAR 影像处理,相应的干涉图 数量也急剧增加。时序监测中包含的数据点量级可以达到上千万级,带来了巨大的计算负担,普通克 里金法难以满足时序监测对效率的需求。然而,基于空间随机效应模型的固定秩克里金(Fixed Rank Kriging, FRK)^[31]将 n 个数据点的方差协方差矩阵以已知固定维数的矩阵表示,通过空间降维达到降 低计算复杂度的目的。因而,FRK 适合处理大规模、高维度的空间数据,在空间统计建模和预测中发 挥着重要作用,已用于进行全球气溶胶^[32]、气温数据^[33]等的插值预测。

面对日益提高的监测需求,高效的计算效率和快速的数据处理过程是为实现对地表变化实时响应 的重要保障,以便为灾害预警、应急救援等提供及时的重要支持和辅助决策。基于此,本文利用 FRK 处理海量数据的优势,提出了一种基于 FRK 的干涉图大气延迟相位改正方法,考虑到大气的空间相关 性特点,通过快速建立空间模型预测干涉图中的大气延迟相位,进而达到大气延迟校正的目的,提高 了大气插值的效率,并且将该方法集成到了传统 SBAS-InSAR 处理流程中,获得高精度的 InSAR 形变 监测结果,进一步拓展了 SBAS-InSAR 技术在形变监测领域的应用能力。

1 基于 FRK 的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法

1.1 固定秩克里金

将空间观测数据集Z表示为线性结构,包括真值Y(s)和系统误差项 $\varepsilon(s)$

$$Z(s) = Y(s) + \mathcal{E}(s) \tag{1}$$

$$Y(s) = \mu(s) + v(s) \tag{2}$$

Y(s)表示潜在的真实空间过程, $\varepsilon(s)$ 假定为均值为 0, 方差为 σ_{ε}^{2} 的高斯白噪声过程。 $\mu(s)$ 定义了一个确定的线性趋势,通常可以由最小二乘拟合得到,v(s)表示具有空间相关性的随机过程。

将v(s)建模为空间基函数的线性组合,即

$$v(s) = S(s)'\eta \tag{3}$$

式(3)也被称为空间随机效应(Spatial Random Effects, SRE)模型, $S(s)'\eta$ 反映了空间变化,同时 实现空间降维的目的。其中, $S(s) = (S_1(s), ..., S_r(s))'$,包含r个空间基函数, η 表示r维的随机效应向量,假定 $\eta \sim N(0, K)$ 。

根据以上结构, S(s)'η中任意两点 u 和 w 的空间方差协方差矩阵可以表示为

$$cov\{v(u), v(w)\} = S(u)'KS(w)$$
(4)

在地统计学中,以协方差函数作为重要信息参考,完成在连续空间域上的插值预测。克里金法通 过构建不同已知空间位置的观测值*Z*(*s*)之间的空间相关性,进而估计或插值未知位置*s*_n的值,得到最 佳线性无偏的预测结果。

1993年, Cressie 给出了以协方差函数表示的 $Y(s_p)$ 的 Kriging 预测公式:

$$\hat{Y}(s_p) = \hat{\mu} + C(s_p) \Sigma^{-1} (Z - \hat{\mu})$$
(5)

上式中, $C(s_p)$ 为未知点与已知点的协方差, Σ 是去趋势后数据向量Z(s)的 $n \times n$ 维协方差矩阵。从 式(5)中可见,求解过程需要进行 $n \times n$ 维协方差矩阵的求逆运算,一般对称正定矩阵的求逆成本为 $O(n^3)$, 当数据量过大时,直接计算会异常艰难。例如,对于普通克里金来说,

$$C(s_p) = cov\{Y(s_p), Z\} = (C(s_p, s_1), C(s_p, s_2), ..., C(s_p, s_n))$$
(6)

$$\Sigma = C(s_i, s_j) + \sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon}$$
⁽⁷⁾

而 SRE 模型(式(3))通过特定的非平稳空间协方差(式(4))来快速计算克里金预测值, Kriging 预 测公式中的必要成分C(s_p)和Σ可以表达为:

$$C(s_p) = cov\{Y(s_p), Z\} = S(s_p)'KS$$
(8)

$$\Sigma = S'KS + \sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon} \tag{9}$$

且依据 Sherman–Morrison–Woodbury 公式^[34],式(9)的求逆操作被简化为了:

$$\Sigma^{-1} = (\sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon})^{-1} - (\sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon})^{-1} S' (K^{-1} + S(\sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon})^{-1} S')^{-1} S (\sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon})^{-1}$$
(10)

由此可见,在式(10)中 Σ^{-1} 仅涉及对固定秩 $r \times r$ 正定矩阵和 $n \times n$ 对角矩阵的求逆操作,通过将 n 个 数据点降维到 r 个空间基上进行计算,从而使得计算成本降低到O(nr²)。这种基于 SRE 模型的克里金 方法被称为固定秩克里金。

综上,可以得到 FRK 预测公式

$$\hat{Y}(s_p) = \hat{\mu} + S(s_p)' KS\Sigma^{-1}(Z - \hat{\mu})$$
(11)

1.2 联合相干性和大气方差筛选干涉图

设在某段时间内有覆盖同一区域的相同轨道的 N+1 景 SAR 影像,在限定的时间和空间基线内, 通过这 N+1 景 SAR 可以生成 M 幅干涉图 $(\frac{N}{2} \le M \le \frac{N(N+1)}{2})$ 。那么任意一幅干涉图中的差分干涉相位 可以表示为:

$$\Delta \Phi_i = \Phi_{def} + \Phi_{atm} + \Phi_{topo} + \Phi_{orb} + \Phi_{noise} \tag{12}$$

即分别包括形变相位、大气相位、地形相位、轨道相位和噪声相位。利用外部 DEM 和多项式拟合 进行地形残差相位和轨道误差相位的校正之后,式(12)中的差分干涉相位则主要为构成该干涉图的两 景 SAR 影像之间的地表形变相位和大气延迟相位以及噪声相位。

在 InSAR 误差改正中,通常认为大气在时间域具有随机性而空间域相关的特点,可以利用空间结 构函数分析大气的空间相关性,进而评估大气信号影响。本文采用球状模型估计各干涉图中差分大气 延迟的方差:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{n} [\Delta \Phi(x_k) - \Delta \Phi(x_k + h)]^2$$
(13)

(h=0)

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & (h=0) \\ C_0 + C \left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3}\right) & (0 < h \le a) \\ C_0 + C & (h > a) \end{cases}$$
(14)

式(13)和(14)分别为半变异函数和球状模型的计算公式。其中,h 表示两个像素点之间的空间距离, a 为表示两点具有空间相关性的极限距离。基台值 $C_0 + C$ 反映变量值在研究范围内的变化程度。因此, 以球状模型对每幅干涉图的半变异函数进行拟合,可以得到式(14)中的未知参数, $C_0 + C$ 用以代表干涉 图的大气方差,一共得到 M 幅干涉图的大气方差 $\sigma^2_{atm,i}$ (i = 1, 2, ..., M)。

同时,计算*M*幅干涉图的平均相干性,联合相干性(作为权重*w_i*)和大气方差进行加权标准差的计算:

$$std = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{M} w_i \left(\sigma_{atm_i}^2 - \overline{\sigma^2}\right)^2}{\sum_{i=1}^{M} w_i}}$$
(15)

三倍标准差原则是常用的去除离群异常值的方法,当大气方差大于三倍标准差时,认为该干涉图 受大气严重污染,将其从干涉图集中删除。将剩余的M'幅干涉图分为M₁幅大气方差小于均值的和M₂幅 大于等于均值的两个干涉图子集,前者被看作是质量较好的干涉图,后者是存在大气明显影响的待改 正干涉图。

1.3 基于 FRK 的干涉图大气改正

为了避免形变相位的影响,首先利用M'幅干涉图进行 Stacking 技术处理,预估出大致的形变区域, 对M₂幅干涉图进行掩膜。则认为此时干涉图中各像素点的差分干涉相位 ϕ_{rest} 主要成分为大气延迟相位 和噪声相位。为估计每一幅干涉图包括掩膜处的大气延迟相位,基于 SRE 模型,可表示为以下线性模型:

$$\phi_{rest}(s) = \phi_{atm}(s) + \varepsilon(s) \tag{16}$$

$$\phi_{atm}(s) = S(s)'\eta + \xi(s) \tag{17}$$

 $\varepsilon(s)$ 表示除大气延迟相位以外的噪声相位等误差项, $S(s) = (S_1(s), ..., S_r(s))'$, $var(\eta) = K$, $\xi(s)$ 用以补充空间降维丢失的细微空间信息,由两者共同构建大气延迟的空间随机效应。

空间基函数S中存储的是每个观测点s的权重,它取决于s到各空间基节点之间的距离,原理如图1 所示。本文采用 bi-square 函数(见式(18))作为空间基函数,分层布设不同尺度下的空间基函数近似 套合变异函数的功能。

 $S_{i}(s) = \begin{cases} 1 - (||s - v_{i}|| / r_{i})^{2} & ||s - v_{i}|| < r_{i} \\ 0 & otherwise \end{cases}$ (18)



图1 空间基函数作用示意图

Fig. 1 Schematic Diagram of Spatial Basis Function

根据式(16)和(17), ϕ_{rest} 的空间协方差矩阵为:

$$\Sigma = var(\phi_{rest}) = var(S'\eta) + var(\xi + \varepsilon) = S'KS + U$$
(19)

其中,
$$U = \sigma_{\xi}^2 V_{\xi} + \sigma_{\varepsilon}^2 V_{\varepsilon}$$
, $V_{\xi} n V_{\varepsilon} h n \times n$ 的单位对角矩阵。

通过期望最大化 (Expectation Maximization, EM) 算法进行最大似然 (Maximum Likelihood, ML) 估计,设定所求参数的初值 K_0 和 $\sigma_{\xi_0}^2$,不断迭代更新这两个参数,直至收敛。

$$K_{new} = K_{old} - K_{old} S \Sigma^{-1} S' K_{old} + (K_{old} S \Sigma^{-1} \phi_{rest}) (K_{old} S \Sigma^{-1} \phi_{rest})'$$
(20)

$$\sigma_{\xi_{-new}}^{2} = \sigma_{\xi_{-old}}^{2} + \left(\sigma_{\xi_{-old}}^{2}\right)^{2} tr(\Sigma^{-1}(\phi_{rest}\phi_{rest}'\Sigma^{-1} - I_{n})V_{\xi}/n)$$
(21)

其中,

$$\Sigma^{-1} = U^{-1} + U^{-1}S'(K^{-1} + SU^{-1}S')^{-1}SU^{-1}$$
(22)

当所有需要的参数都估计出来后,按照式(23)计算得到第 i 幅干涉图的 FRK 大气延迟相位估计值, 共基于 FRK 得到M₂幅干涉图的差分大气延迟相位,如式(24), *s*_p表示预测的空间位置点。

$$\hat{\phi}_{atm}^{i} = S(s_p)' KS\Sigma^{-1} \phi_{rest} + \sigma_{\xi}^2 V_{\xi}(s_p) \Sigma^{-1} \phi_{rest}$$
(23)

$$\boldsymbol{\varPhi}_{atm} = \left(\hat{\phi}_{atm}^{1}, \hat{\phi}_{atm}^{i}, \dots, \hat{\phi}_{atm}^{M\,2}\right)^{T} \tag{24}$$

从M2幅原始干涉图中减去估计的大气延迟相位,得到改正后的差分干涉相位为:

$$\Delta \boldsymbol{\Phi}_{M2_corr} = \Delta \boldsymbol{\Phi}_{M2} - \boldsymbol{\Phi}_{atm}^{M2}$$
(25)

组合*M*₁幅原始干涉图和*M*₂幅改正后的干涉图进行后续形变解算,即可得到基于 FRK 大气快速改正的 SBAS-InSAR 地表形变结果。

$$\Delta \boldsymbol{\Phi}_{corr} = \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\Phi}_{M1} \\ \Delta \boldsymbol{\Phi}_{M2_corr} \end{bmatrix}$$
(26)

本文所提出的方法的主要流程见图 2:





2 山西大同地区的 SBAS-InSAR 大气延迟改正实验

2.1 实验区概况与数据

本文真实实验区域位于中国山西省大同市,该区域地势较高,地表覆盖有大量发电设施,而地下的矿区开采对地表稳定性造成了严重威胁,此地已存在多处大范围的沉降盆地。选用覆盖该地区的 2020 年 8 月 01 日到 2021 年 5 月 16 日共 25 景升轨 Sentinel-1 A 影像,图 3 显示了 Sentinel-1 影像的覆盖范围,具体的 SAR 影像日期如表 1 所示。此外,以 SX01 站点作为实验区的参考点(图 3 中红色五角星所示),其余 15 个 GNSS 站点用于验证本文方法的 InSAR 形变结果的精度。

同时,收集了欧空局发布的 SAR 影像成像时刻相应的 POD 精密定轨星历数据和美国航空航天局 (National Aeronautics and Space Administration, NASA)提供的 30m 分辨率的 SRTM (Shuttle Radar Topography Misson) DEM 数据,用于 InSAR 数据处理过程中地形相位和轨道相位的校正。



图 3 实验区域的地理位置及 GNSS 站点分布图 Fig. 3 Experimental Area and GNSSSite Distribution

表1覆	盖研究区	域的 Sen	tinel-1A	影像日期

Tab	. 1	Sent	inel-	·1A	Image	Dates	covering	the	Study An	rea
-----	-----	------	-------	-----	-------	-------	----------	-----	----------	-----

编号	成像日期	编号	成像日期
1	20200801	14	20210104
2	20200813	15	20210116
3	20200825	16	20210128
4	20200906	17	20210209
5	20200918	18	20210221
6	20200930	19	20210305
7	20201012	20	20210317
8	20201024	21	20210329
9	20201105	22	20210410
10	20201117	23	20210422
11	20201129	24	20210504
12	20201211	25	20210516
13	20201223		

2.2 数据处理

通过设定时空基线阈值,在 200m 空间基线阈值、90 天时间基线阈值内共生成 146 幅干涉图,对

每一幅干涉图以方位向 3、距离向 1 的多视处理以抑制噪声。在对所有干涉图进行 Goldstein 滤波操作 后,掩膜掉相干性低于 0.4 的像素,采用最小费流法完成相位解缠,剩余共计 2261437 个像素。利用 Stacking 技术叠加 146 幅解缠干涉图进行初步解算,预估出形变所在的位置,并掩膜掉相应位置。计算 了每一幅干涉图的大气方差后,联合平均相干性进行加权均值和标准差的计算,其中均值为 1.83 *rad*, 标准差为 0.93*rad*。采用三倍标准差原则来剔除异常值,即删除大气方差与均值之差超过三倍标准差的 干涉图,如图 4 所示, 其中红色实线表示 146 幅干涉图的大气方差的三倍标准差。本次实验剔除了第 28 幅干涉图,在剩余的干涉图中,判断干涉图大气方差是否大于该 145 个方差均值,分为质量较好的 干涉图和存在大气明显影响的待改正干涉图。



图 4 146 幅干涉图的方差与其在时间域上的均值的差值统计

Fig. 4 The Difference between the Variance of the 146 Interferograms and their Mean Value in the time domain 共有 80 幅干涉图进入到大气延迟相位校正的阶段,首先在掩膜掉形变区域的干涉图中布设 bi-

square 空间基函数,图 5 展示了大、中、小三个不同尺度的空间基,各尺度分别包含 12、48、192 个,用于建立空间模型。

	$\left\langle \right\rangle$		Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
	//	0	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
$\mathbf{\mathbf{N}}$	\geq		Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
	0	0	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
0	0		Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ
0	0	0	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ	Δ

(a) 第一尺度空间基

(b) 第二尺度空间基

+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$+_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}+$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+ ⁺ + _\ + ⁺ +
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ +_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}++_{A}+$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ +_{A}+_{A}+_{A}+_{A}+_{A}+_{A}+_{A}+_{A}$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ \begin{vmatrix} + \Delta + & + &$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ +_{+}+_{+}+_{+}+_{+}+_{+}+_{+}+_{+}+_{+$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ + \Delta + \Delta + + + \Delta +$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$ +,+^{O}+,+^{O$
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	$\left \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$

(c) 第三尺度空间基

(d) 共三个尺度的空间基

图 5 空间基位置分布示意图 Fig. 5 Spatial bases location distribution

依次独立地对每幅掩膜后的待改正干涉图进行 SRE 模型的参数估计,通过式(23)获得 80 幅中每幅 干涉图包括形变掩膜区域的完整大气延迟相位。估计出干涉图中的大气延迟相位后,从原始解缠干涉 图中减去,即得到基于 FRK 大气改正后的干涉图。为了更好地展示本文所提出的方法的效果,从第 5 幅干涉图开始,步长为 10 取一幅共取 8 幅干涉图进行展示,图 6 分别绘制了改正前的原始解缠干涉相 位、本文方法估计的大气延迟相位以及改正后的干涉相位结果,其中,蓝色直方图为改正前的相位分 布统计,橙色直方图为改正后的相位分布统计。改正前后的干涉图标准差平均值分别为 1.97rad 和 1.38rad。分别对比改正前后的干涉图,例如,比较明显地,从图 6 第二行和第三行可以看出,在西南 方向和东方向以及西北方向和东北方向,原始干涉图中的显著大气影响能得到有效改正。从后 4 幅干 涉图的改正效果来看,在整张干涉图范围内,其中大范围的大气效应的表现也有所降低。



图 6 原始解缠干涉图、基于 FRK 估计的大气延迟相位、改正后的解缠干涉图以及改正前后的干涉图相位的直方图 Fig. 6 The Original Unwrapped Interferograms, the Atmospheric Delay Phase based on FRK, the Corrected Unwrapped Interferograms, and the Statistical Histogram

以第一幅干涉图为例,分别使用 OK 和 FRK 估计整幅干涉图的大气延迟相位并统计了两种方法所 花费的时间,分别为 10 770.84 s 和 720.51 s,插值像素点共 2 261 437 个。OK 过程主要包括了计算距

离与半方差、构建半变异函数模型、确定 Kriging 参数、Kriging 插值预测,FRK 过程包括了计算空间 基函数和半变异函数、EM 参数估计迭代,FRK 插值预测。由此可见,FRK 的计算效率大约是 OK 方 法的 15 倍。

3 结果分析与讨论

3.1 形变速率比较与 GNSS 验证

组合原始 65 幅受大气影响较小的干涉图和 80 幅 FRK 改正后的干涉图,参与形变解算,可得到实验区域的地表形变结果。图 7 显示了利用本章提出的改正方法和传统 SBAS-InSAR 方法获取的地表平均形变速率场。从图 7 可以发现,通过这两种方法获得的空间形变场在整体趋势上一致,该地区沉降主要由人类开采活动引起,形变也呈现典型的矿区沉降空间特征。



(a) 基于 FRK 大气快速估计的 SBAS-InSAR 方法
 图 7 平均形变速率结果
 Fig. 7 Results of the Average Deformation ate

为了验证本方法的可靠性以及更清晰地对比验证结果的精度,本章收集了实验区域内 15 个连续的 GNSS 站点的形变时间序列进行进一步的比较分析。以 GNSS 参考点为准计算相对位移,将 GNSS 的 监测值看作真值,图 8 显示的是这 15 个连续的 GNSS 站点以及分别利用本文 FRK-SBAS 和传统 SBAS-InSAR 方法处理获取的对应 InSAR 干涉图中像素点的时序累积形变量。相较于未进行大气改正的传统 SBAS 方法,利用本 FRK-SBAS 方法估计的结果与 GNSS 站点的时序形变在整体上更为一致。而在个别 GNSS 站点验证中精度出现下降,分析可能的原因在于:对于一些微小形变(如 SX06 站点中的小量级隆起),在缺少先验知识的支撑下易将形变与大气延迟现象混淆,参与大气延迟相位的建模估计与 校正,从而使得部分形变被当作大气误差去除,从而出现过改正的情况。因此,FRK-SBAS 也更适用 于具有明显形变特征的形变监测。



图 8 GNSS 站点数据以及传统 SBAS-InSAR 方法、FRK-SBAS 方法获取的累积形变量序列结果对比图 Fig. 8 Comparison of cumulative deformation sequence results obtained from GNSS site data, traditional SBAS-InSAR method and FRK-SBAS method

从上图可以看出,两种方法获取的时序形变序列存在部分差异,为了定量分析本文方法的可靠性 以及与传统 SBAS-InSAR 方法获取的形变结果的差异性,图 9 中统计了其所获取的形变序列与这 15 个 GNSS 站点的形变序列的 RMSE。整体上,FRK-SBAS 方法相较于传统方法精度有所提高,两种方法 的平均 RMSE 分别为 0.43cm 和 0.83cm。结合图 7 和 SX14、SX15、SX16 三个 GNSS 点数据可以看 出,这三个点所在的地方存在明显的大气效应,导致未去除大气延迟的传统 SBAS-InSAR 时序结果整 体上移,和 GNSS 点序列存在较大出入,而 FRK-SBAS 能够保持一致的形变趋势。这表明了本文基于 FRK 的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法能够有效提高形变监测的精度。



图 9 GNSS 站点数据与所对应的像素点分别通过传统 SBAS-InSAR 方法和本文 FRK-SBAS 方法获取的 LOS 向累积形 变量序列的 RMSE



3.2 OK 和 FRK 算法精度的比较

为了比较 OK 和 FRK 算法的精度,本文通过模拟数据进行了实验,利用分型维数为 2.2 的分形函数生成最大延迟为 12 rad 的 SAR 影像大气延迟,差分后得到干涉图的差分大气延迟相位。同时模拟了均匀分布的地形残差,误差值范围区间为-20m 到 20m,并利用时空基线模拟了去相干噪声,如图 10 所示。



Fig. 10 Simulation signals of the interferogram

真实数据处理中, InSAR 干涉图中不可避免存在未完全去除的误差项,本文通过添加不同程度的 误差项三种情况进行了实验,在模拟相干图中选择 0.65 作为相干性阈值,选出部分高相干点完成 OK 和 FRK 插值预测。图 11 分别列出了三组实验的计算结果与真值的残差统计结果,A、B、C 组分别为 添加了一倍、两倍、三倍误差项(图 10 (b)和 (c)所示)的实验组。从中可以发现,在A 组中,FRK 的预测精度略低于 OK,而当误差项增大时,在B 组和 C 组中 FRK 的预测精度优于 OK 算法。这也反 映了 OK 与 FRK 算法的不同点,OK 方法根据已知的观测空间数据预测未知空间位置的属性值,而

FRK 基于空间随机效应模型的结构,将观测空间数据分为了感兴趣的潜在空间过程(该部分以随机效 应表示)和干扰真实空间过程的观测误差项,根据已知的观测空间数据预测任意空间位置的潜在真实 值。这使得 FRK 相较于 OK 在空间插值反演过程中表现更加鲁棒和有效,尤其是在存在较大量级误差 的情况下。





3.3 面对大规模数据 OK 和 FRK 计算效率影响的讨论

插值算法的计算效率通常与数据量大小、计算复杂度、算法类型等因素有关,在处理大规模数据时,首先受到数据量大小的直接影响。在克里金算法中,其计算效率受数据量大小的影响主要体现在协方差矩阵及其逆矩阵的计算以及插值预测的计算中。FRK 是基于克里金插值和空间随机效应模型的空间统计建模方法,通过固定r个空间基捕捉n个数据点的空间相关性结构,规避了面对海量数据时数据量大小带来的指数级计算成本增长。

除去数据量大小的直接影响,进行克里金插值需要计算已知点的两两距离和半方差,这一过程在 一定程度上也会影响克里金算法的计算效率。其计算量与已知点数量n成正比,时间复杂度大致可以看 作O(n²),在实际操作中,往往会通过采样已知点来降低计算成本。但这种做法也会影响到克里金的插 值精度,其会受到采样点数量和质量共同影响。同时,采样点呈现的空间模式也会影响获得的插值图 质量^[35]。而 FRK 利用固定数量r的空间基来进行空间相关性的建模,在空间插值和预测过程中将协方 差矩阵分解为固定秩r的空间基函数相关的矩阵。r可以由人为指定,因此,改变空间基数量同样影响 FRK 算法的计算效率和插值精度。

本次真实实验区域的 SAR 影像经 3:1 多视处理后共计 2391250 个像素,在进行高相干性掩膜后 共余 2261437 个像素点。保持插值点数量不变,通过在克里金中改变采样点数量、在 FRK 中改变空间 基数量进行插值预测,并同时统计了普通克里金和 FRK 算法的插值预测过程所花费的时间分别随采样 点数量和空间基数量变化的情况,如表 2 所示。当采样点数量翻倍时,普通克里金算法的计算时间增 长了 4~5 倍,而在 FRK 算法中,得益于空间降维,当空间基数量倍数增长时其计算效率受到的影响较 小,从中也体现了 FRK 面对海量数据点时的优越计算性能。 表 2 普通克里金和固定秩克里金的计算效率分别随采样点数量和空间基数量的变化情况

_		·			
_	采样点数量	OK(s)	空间基数量	FRK(s)	_
_	11956	2652.84	106	269.67	_
	19130	6799.89	126	373.73	
	23913	11097.72	167	503.39	
	28695	20238.52	252	741.68	
	35869	26704.08	324	1030.74	
	47825	51787.73	420	1757.98	

Tab.2 Computational Efficiency of Ordinary Kriging and Fixed-Rank Kriging changes with the Number of Sampling Points and the Number of Spatial Bases Respectively

4 结语

本文提出了一种基于 FRK 的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法,利用覆盖中国山西省大同市光伏基 地的 25 景 SAR 影像进行了真实实验,同时对比了本文方法与传统 SBAS-InSAR 方法获取的地表形变 结果,并通过真实实验区域内的 GNSS 数据对获得的 InSAR 形变时间序列进行验证和分析。实验结果 表明,GNSS 验证两者的平均 RMSE 分别为 0.43cm 和 0.83cm,证明了本方法能够有效降低干涉图中 的大气延迟影响,获取更高精度的形变时间序列。

基于 FRK 的干涉图大气延迟改正方法的优势在于不需要借助外部气象数据或数值模型,减少了外部数据误差引入的不确定性,利用干涉图自身的空间相关性进行大气延迟相位的空间建模,通过分层布设多尺度空间基重建干涉图大气延迟相位,再从目标干涉图中差分去除,这一过程使得其相较于一般的大气延迟改正方法更为通用。由于 FRK 通过限制基函数的数量,使其可以在保持插值精度的同时减少计算量,在处理大数据量时具有较高的计算效率,在同等预测点数量下,FRK 的计算效率大约是OK 的 15 倍。基于干涉图的大气空间建模可作为常规处理步骤集成到传统 SBAS-InSAR 流程中,用于进行快速的大气延迟相位改正,间接地拓展了 SBAS-InSAR 技术在形变监测中的应用能力。

虽然 FRK 为实现空间降维限制了随机效应模型中的秩,但仍可根据需要选择不同类型的基函数, 并根据具体问题对模型进行调整,这种灵活性使得 FRK 能够适应多种类型的空间数据和空间相关性 结构。针对这一特性,未来将基于面对不同空间分布的情况时如何选择不同类型的空间基函数开展更 加深入的研究工作。同时,本文方法需要对形变范围进行掩膜,因此在面对大范围的形变时存在一定 的局限性,后续将针对更多形变场景进行方法的改进与完善。

参考文献

- [1] Lin Hui, Ma Peifeng, Wang Weixi. Urban Infrastructure Health Monitoring with Spaceborne Multi-temporal Synthetic Aperture Radar Interferometry[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2017, 46(10): 1421-1433. (林珲, 马培峰, 王 伟玺. 监测城市基础设施健康的星载 MT-InSAR 方法介绍[J]. 测绘学报, 2017, 46(10): 1421-1433.)
- [2] Aimaiti Y, Yamazaki F, Liu W. Multi-Sensor InSAR Analysis of Progressive Land Subsidence over the Coastal City of Urayasu, Japan[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(8): 1304.
- [3] Yang Mengshi, Liao Mingsheng, Chang Ling, et al. Interpretation of Multi-epoch InSAR Deformation for Urban Scenes: A Problem Analysis and Literature Review[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(10): 1643-1660. (杨梦诗, 廖明生, 常玲, 等. 城市场景时序 InSAR 形变解译:问题分析与研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科)

学版), 2023, 48(10): 1643-1660.)

- [4] Yang Z F, Li Z W, Zhu J J, et al. An Extension of the InSAR-Based Probability Integral Method and Its Application for Predicting 3-D Mining-Induced Displacements Under Different Extraction Conditions[J]. *IEEE Transactions on Geoscience* and Remote Sensing, 2017, 55(7): 3835-3845.
- [5] Tang Fuquan, Dong Longkai, Wang Zongliang, et al. A 3-D inversion model for InSAR detected displacements based on ground subsidence symmetry induced by horizontal coal mining [J]. *Journal of China Coal Society*, 2019, 44 (1): 210-220.
 (汤伏全,董龙凯,王宗良,等. 基于沉陷对称特征的近水平煤层开采 InSAR 三维位移反演模型[J]. 煤炭学报, 2019, 44(1): 210-220.)
- [6] Liu H, Yuan M, Li M, et al. An Efficient and Fully Refined Deformation Extraction Method for Deriving Mining-Induced Subsidence by the Joint of Probability Integral Method and SBAS-InSAR[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 1-17.
- [7] Shan Xinjian, Qu Chunyan, Gong Wenyu, et al. Coseismic deformation field of the Jiuzhaigou MS7.0 earthquake from Sentinel-1A InSAR data and fault slip inversion[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2017,60(12): 4527-4536. (单新建, 屈 春燕, 龚文瑜, 等. 2017 年 8 月 8 日四川九寨沟 7.0 级地震 InSAR 同震形变场及断层滑动分布反演[J]. 地球物理学 报, 2017, 60(12): 4527-4536.)
- [8] Bao X, Zhang R, Wang T, et al. The Source Mechanism and Fault Movement Characterization of the 2022 Mw6.7 Menyuan Earthquake Revealed by the Joint Inversion With InSAR and Teleseismic Observations[J]. Frontiers in Environmental Science, 2022, 10[2024-03-28].
- [9] Peltier A, Froger J-L, Villeneuve N, et al. Assessing the reliability and consistency of InSAR and GNSS data for retrieving 3D-displacement rapid changes, the example of the 2015 Piton de la Fournaise eruptions[J]. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 2017, 344: 106-120.
- [10] Smittarello D, Cayol V, Pinel V, et al. Combining InSAR and GNSS to Track Magma Transport at Basaltic Volcanoes[J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(19): 2236.
- [11] Xu Wenbin, Luo Xingjun, Zhu Jianjun, et al.Review of Volcano Deformation Monitoring and Modeling with InSAR
 [J].Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(10):1632-1642. (许文斌, 罗兴军, 朱建军, 等.
 InSAR 火山形变监测与参数反演研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(10): 1632-1642.)
- [12] Li Shanshan, Li Zhiwei, Hu Jun, et al. Investigation of the Seasonal oscillation of the permafrost over Qinghai-Tibet Plateau with SBAS-InSAR algorithm[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2013, 56(5): 1476-1486. (李珊珊, 李志伟, 胡俊, 等. SBAS-InSAR 技术监测青藏高原季节性冻土形变[J]. 地球物理学报, 2013, 56(5): 1476-1486.)
- [13] Zhou Huayun, Zhao Lin, Tian Liming, et al. Monitoring and analysis of surface deformation in the permafrost area of Wudaoliang on the Tibetan Plateau based on Sentinel-1 data[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 2019, 41(3): 525-536. (周华云,赵林,田黎明,等. 基于 Sentinel-1 数据对青藏高原五道梁多年冻土区地面形变的监测与分析[J]. 冰 川冻土, 2019, 41(3): 525-536.)
- [14] Onn F, Zebker H A. Correction for interferometric synthetic aperture radar atmospheric phase artifacts using time series of zenith wet delay observations from a GPS network[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2006, 111(B9).
- [15] Li Z, Fielding E J, Cross P, et al. Interferometric synthetic aperture radar atmospheric correction: GPS topography-dependent turbulence model[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2006, 111(B2).
- [16] Yu C, Li Z, Penna N T. Interferometric synthetic aperture radar atmospheric correction using a GPS-based iterative tropospheric decomposition model[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2018, 204: 109-121.
- [17] Kinoshita Y. Development of InSAR Neutral Atmospheric Delay Correction Model by Use of GNSS ZTD and Its Horizontal Gradient[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 1-14.
- [18] Li Z, Fielding E J, Cross P, et al. Advanced InSAR atmospheric correction: MERIS/MODIS combination and stacked water vapour models[J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2009, 30(13): 3343-3363.
- [19] Li Z, Pasquali P, Cantone A, et al. MERIS Atmospheric Water Vapor Correction Model for Wide Swath Interferometric

Synthetic Aperture Radar[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9(2): 257-261.

- [20] Liang Chang, Shuanggen Jin, Xiufeng He. Assessment of InSAR Atmospheric Correction Using Both MODIS Near-Infrared and Infrared Water Vapor Products[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(9): 5726-5735.
- [21] Kinoshita Y, Furuya M, Hobiger T, et al. Are numerical weather model outputs helpful to reduce tropospheric delay signals in InSAR data?[J]. Journal of Geodesy, 2013, 87(3): 267-277.
- [22] Shen L, Hooper A, Elliott J. A Spatially Varying Scaling Method for InSAR Tropospheric Corrections Using a High-Resolution Weather Model[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2019, 124(4): 4051-4068.
- [23] Song Xiaogang, Li Deren, Shan Xinjian, et al. Correction of atmospheric effect in ASAR interferogram using GPS and MODIS data[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009, 52(6): 1457-1464. (宋小刚, 李德仁, 单新建, 等. 基于 GPS 和 MODIS 的 ENVISAT ASAR 数据干涉测量中大气改正方法研究[J]. 地球物理学报, 2009, 52(6): 1457-1464.)
- [24] Zhang L, Dong J, Zhang L, et al. Adaptive Fusion of Multi-Source Tropospheric Delay Estimates for InSAR Deformation Measurements[J]. *Frontiers in Environmental Science*, 2022, 10: 859363.
- [25] Lin Y N, Simons M, Hetland E A, et al. A multiscale approach to estimating topographically correlated propagation delays in radar interferograms[J]. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 2010, 11(9).
- [26] Zhan Wenjun, Li Zhiwei, Wei Jianchao, et al. A strategy for modeling and estimating atmospheric phase of SAR interferogram[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2015, 58(7): 2320-2329. (占文俊, 李志伟, 韦健超. 一种 InSAR 大气 相位建模与估计方法[J]. 地球物理学报, 2015, 58(7): 2320-2329.)
- [27] Wei J, Li Z, Hu J, et al. Anisotropy of atmospheric delay in InSAR and its effect on InSAR atmospheric correction[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(2): 241-265.
- [28] Cao Y, Li Z, Wei J, et al. Stochastic modeling for time series InSAR: with emphasis on atmospheric effects[J]. Journal of Geodesy, 2018, 92(2): 185-204.
- [29] Li Z, Cao Y, Wei J, et al. Time-series InSAR ground deformation monitoring: Atmospheric delay modeling and estimating[J]. *Earth-Science Reviews*, 2019, 192: 258-284.
- [30] He X, Li Z, Mu M, et al. Advanced Tropospheric Delay Mitigation Method Using InSAR-Based Iterative Decomposition by Considering the Statistical Characteristics of Atmospheric Turbulence[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote* Sensing, 2024, 62: 1-10.
- [31] Cressie N, Johannesson G. Fixed Rank Kriging for Very Large Spatial Data Sets[J]. Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, 2008, 70(1): 209-226.
- [32] Nguyen H, Cressie N, Braverman A. Spatial Statistical Data Fusion for Remote Sensing Applications[J]. Journal of the American Statistical Association, 2012, 107(499): 1004-1018.
- [33] Duan Yue, Shu Hong, Hu Hongda. Using fixed rank filtering to make spatio-temporal interpolation of MODIS temperature [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University. 2015,40(8): 1036-1041. (段悦, 舒红, 胡泓达, 等. 全球 MODIS 气温数据的修正秩克里金插值分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(8): 1036-1041.)
- [34] Henderson H V, Searle S R. On Deriving the Inverse of a Sum of Matrices[J]. SLAM Review, 1981, 23(1): 53-60.
- [35] Brus D J, Heuvelink G B M. Optimization of sample patterns for universal kriging of environmental variables[J]. *Geoderma*, 2007, 138(1-2): 86-95.

网络首发:

标题:基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法 作者:李佩玲,李志伟,毛文祥 收稿日期: 2024-05-28 DOI:10.13203/j.whugis20240162

引用格式:

李佩玲,李志伟,毛文祥. 基于固定秩克里金的 SBAS-InSAR 大气快速改正方法[J].武汉大学学报 (信息科学版),2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240162(LI Peiling, LI Zhiwei, MAO Wenxiang. A Fast Atmospheric Correction Method of SBAS-InSAR based on Fixed Rank Kriging[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240162)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别,请以正式出版文件为准!

您感兴趣的其他相关论文: 一种联合估计形变和大气误差的改进 LiCSBAS 方法 高壮,何秀凤,肖儒雅,余娟娟 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(2): 285-294. http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200325

青藏高原西北缘时序 InSAR 对流层延迟改正方法评估

高梦瑶, 许才军, 刘洋 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(10): 1548-1559. http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20210254

阿尔金断裂带宽幅 InSAR 对流层延迟估计方法评估

李鹏,高梦瑶,李振洪,王厚杰 武汉大学学报(信息科学版),2020,45(6):879-887. http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20190236