

引文格式:武矿超,申文斌,李立弘.GNSS频移法测定重力位研究进展与展望[J].武汉大学学报(信息科学版),2024,49(11):  
2037-2050.DOI:10.13203/j.whugis20240161



Citation: WU Kuangchao, SHEN Wenbin, LI Lihong. Advances and Prospects in Gravity Potential Determination Based on the  
GNSS Frequency Shift Approach[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, 49(11): 2037-2050. DOI:  
10.13203/j.whugis20240161

## GNSS频移法测定重力位研究进展与展望

武矿超<sup>1</sup> 申文斌<sup>1,2</sup> 李立弘<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 武汉大学测绘学院时频地测中心,湖北 武汉,430079

<sup>2</sup> 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室,湖北 武汉,430079

**摘要:**精确测定重力位是大地测量学的基本任务之一。近年来发展起来的利用高精度时频信号测定重力位(时频测位)方法,在大地测量学和地球物理学领域引起了广泛关注。该方法基于广义相对论原理,利用高精度原子钟和高精度时频传递技术实现重力位及海拔高的直接测量。其中,全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)时频传递技术具有精度高、全天候、组网灵活、经济便利等优势,在发展中逐渐形成了GNSS频移法测定重力位的研究分支。首先介绍了时频测位的基本原理并归纳分析了厘米级精度时频测位的数学模型,并结合GNSS共视技术和GNSS精密单点定位技术总结了利用GNSS频移法测定重力位的研究进展,然后深入分析了该领域中亟待解决的难题,最后就GNSS频移法的未来发展进行讨论,为今后深入开展GNSS频移法测定重力位及相关研究提供借鉴。

**关键词:**重力位测定;重力频移;原子钟;GNSS时频传递;全球高程基准统一

中图分类号:P223

文献标识码:A

收稿日期:2024-04-05

DOI:10.13203/j.whugis20240161

文章编号:1671-8860(2024)11-2037-14

## Advances and Prospects in Gravity Potential Determination Based on the GNSS Frequency Shift Approach

WU Kuangchao<sup>1</sup> SHEN Wenbin<sup>1,2</sup> LI Lihong<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Time and Frequency Geodesy Center, School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>2</sup> State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** The precise determination of the gravity potential (geopotential) field is one of the foundational tasks in geodesy. With the rapid advancements in time and frequency science, a novel relativistic geodetic approach has garnered widespread attention in geodesy and geophysics. This method, grounded in the principles of general relativity, employs high-precision atomic clocks alongside advanced time and frequency transfer techniques to accurately measure both the geopotential difference and the orthometric height (OH) difference between two arbitrary stations on the ground. Notably, the global navigation satellite system (GNSS) time and frequency transfer technique, boasts advantages such as high precision, all-weather capability, flexible networking, and economic feasibility, gradually forming an intriguing research field of geopotential determination by a GNSS frequency shift approach. First, the principle of the relativistic geodetic approach is outlined, and the mathematical model conducive to centimeter-level geopotential difference measurement is analyzed. Second, the essential characteristics of both the cable connection and GNSS frequency shift approaches are summarized. Third, a focused review is conducted on the research progress of the GNSS frequency shift approach. The two typical GNSS time and frequency transfer methods, the common view and the precise point positioning methods, are investigated in detail. Representative experiments

基金项目:国家自然科学基金(42030105,42388102,42274011)。

第一作者:武矿超,博士生,主要研究方向为GNSS时频传递测定重力位。Kcwu@whu.edu.cn

通讯作者:申文斌,博士,教授。wbshen@sgg.whu.edu.cn

associated with these two methods are reviewed and discussed, followed by an analysis and summary of the development of the GNSS frequency shift approach. Afterward, the critical challenges that necessitate urgent resolution within this field are delineated, including but not limited to the modeling of the GNSS receiver clock offset, the error process in GNSS time and frequency transfer, and the data process for the receiver clock offset series. Considering the vital role of high-performance clocks in the GNSS frequency shift approach, a detailed overview of the development of both microwave atomic clocks and optical atomic clocks is presented. Finally, potential applications of the GNSS frequency shift approach are explored, including high-precision geopotential difference or OH difference measurement, the establishment of a unified world height datum with high accuracy, and the simultaneous measurement of three-dimensional geometric position along with their corresponding geopotential values. This paper aims to serve as a reference for further research on geopotential determination through the GNSS frequency shift approach and related studies.

**Key words:** gravity potential determination; gravity frequency shift; atomic clock; GNSS time and frequency transfer; the unification of the world height datum

重力位场作为重要的地球物理场之一,其精确确定在地球科学、空间科学、时频科学等多个学科领域具有重要作用<sup>[1-2]</sup>。传统重力位测量以牛顿力学为基础,常用的方法包括水准重力测量、重力场模型等<sup>[3]</sup>。基于广义相对论,一种新的测定重力位方法——利用高精度时频信号比对测定重力位(简称时频测位)<sup>[4-5]</sup>,引起了国内外学者的广泛关注<sup>[6-8]</sup>。随着时频科学的迅猛发展<sup>[9-11]</sup>,时频测位研究不断取得突破并逐渐发展形成时频地测学研究领域<sup>[12-14]</sup>,成为大地测量学的研究前沿之一<sup>[15-18]</sup>。

与传统测量方法不同,时频测位方法通过高精度时频信号比对实现重力位(或重力位差)的直接测定<sup>[19]</sup>。因此,只要确定了两地时钟之间的重力频移(由重力位差导致的频移),无论相隔多远,均可确定它们之间的重力位差<sup>[20]</sup>。根据比对手段不同,时频测位的方法大致分为3类<sup>[15,21]</sup>。(1) 时钟搬运法<sup>[4]</sup>:将一台高精度原子钟在两个测站之间往返搬运(两个测站均配备高精度原子钟),通过比对钟面读数变化来确定两个测站之间的重力位差,该方法主要应用于早期时钟比对<sup>[22-23]</sup>。(2) 线缆连接法<sup>[24]</sup>:将两个测站的原子钟通过线缆连接(光纤或同轴电缆)直接比对它们的频率差异,从而确定重力位差。(3) 卫星传递法<sup>[25]</sup>:将卫星作为中间“桥梁”来实现地面原子钟之间的时频信号比对及重力位差确定。

近年来,国内外学者开展了大量光钟光纤频率比对实验,致力于引力红移检验或重力位测量<sup>[24,26-29]</sup>。文献[24]在实验室对两台高差为0.33 m的<sup>27</sup>Al<sup>+</sup>光钟通过光纤进行频率比对,根据重力频移得到了 $0.37\pm 0.15$  m的高差结果。文献[26]利用3台低温<sup>87</sup>Sr光钟在相距15 km的两地(光纤链

路约为30 km)开展了超过半年的比对实验,期间开展了11次光纤频率比对,最终测定的重力位差为 $148.55\pm 0.53$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,与水准重力测量结果 $148.14\pm 0.06$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>之间的差异为 $0.41\pm 0.53$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,精度达到了厘米量级。文献[28]在日本晴空塔利用2台<sup>87</sup>Sr光钟开展了测定重力位差实验。实验中将1台<sup>87</sup>Sr光钟作为参考钟放置在晴空塔底部,将另外1台可搬运<sup>87</sup>Sr光钟从晴空塔底部抬高约450 m与参考钟进行大约7 d的光纤频率比对。随后将这两台光钟搬运到了日本理化学研究所实验室进行了大约25 d的频率比对。由此利用时频测位方法法确定的等效高差为 $452.60\pm 0.04$  m。该结果与利用全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)技术、激光测距技术以及重力仪确定的高差参考值 $452.60\pm 0.01$  m符合很好。以上研究极大推进了时频测位的研究进程。然而,线缆连接法存在以下不足:(1) 成本较高且组网不灵活<sup>[30]</sup>;(2) 易受地形条件限制,难以在山区、沙漠、海洋等场景开展<sup>[31]</sup>;(3) 传输距离受限,对于相隔几千甚至上万公里的两个测站,需要多个中继站进行传递,导致信噪比严重下降<sup>[32]</sup>。因此,线缆连接法更适用于局部区域范围内的重力位测定,对于较远距离、跨海洋跨大陆的时频测位,该方法有其局限性(见表1)。

卫星传递法可以克服地域限制,实现全球任意两点之间的重力位差测定<sup>[6,33]</sup>。其中,GNSS时频传递技术具有精度高、全天候、组网灵活、经济便利等优势,在发展中逐渐形成了GNSS频移法测定重力位<sup>[16,34-36]</sup>。GNSS频移法的核心思想是利用高精度GNSS时频传递技术实现地面任

意地点原子钟之间的信号比对和频率偏移确定,根据重力位频移方程进而确定测站之间的重力位差以及高程差。当选定重力位基准点后,利用该方法可以测定全球任意位置的重力位。GNSS 频移法是一种全新的、独立的、直接的重力位测量方法,具有如下特点(见表 1):(1) 成本低、效率高。GNSS 频移法借助高精度原子钟和卫星链路可以实现地面遥远两点之间的重力位差及高程差测定,避免了传统水准重力测量中的费时、费力问题。(2) 组网灵活、适用范围广。利用 GNSS 组网灵活的优势,GNSS 频移法可以实现地面任意两点之间的重力位差测量。同时该方法能够在山区、沙漠、海洋等场景实施,极大提高了应用价值。(3) 测量精度可期,发展潜力较大。GNSS 频移法测定重力位不存在误差积累问题,测量精度理论上只受原子钟和时频传递方法的性能,利用稳定度  $10^{-18}$  量级以上原子钟有望实现厘米级精度的重力位测量。世界上最先进的光钟精度已达到甚至超过  $10^{-19}$  量级,可分辨毫米级的高程变化<sup>[37]</sup>。因此利用 GNSS 频移法有望实现地面任意两个测站之间优于 0.01 m 精度的重力位差测量。基于 GNSS 频移法在测量重力位方面的独特优势,相关学者提出了利用该方法来解决高精度全球高程基准统一难题的构想<sup>[12,18,38-41]</sup>。本文介绍了时频测位的基本原理,整理并分析了厘米级精度时频测位的数学模型,重点梳理总结了 GNSS 频移法测定重力位研究方面的重要进展,分析了该领域研究中亟待解决的问题,并对未来发展进行了一定讨论。

表 1 线缆连接法和 GNSS 频移法测定重力位特点分析

Tab. 1 Characteristics Analysis of the Cable Connection Approach and the GNSS Frequency Shift Approach for Geopotential Determination

类别	线缆连接法	GNSS 频移法
测量精度	精度高,可达厘米级	当前精度有限,米级精度
应用成本	成本高、效率有限、组网不灵活	成本低、效率高、组网灵活
适用场景	局部区域,易受地理条件限制	全球范围,可超远距离比对

## 1 时频测位基本原理

### 1.1 相对论重力测量基础

根据广义相对论,在四维时空中任何邻近点的时空间隔  $ds^2$  可以表示为<sup>[42-43]</sup>:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (\mu, \nu = 0, 1, 2, 3) \quad (1)$$

其中,  $dx^\mu = (cdt, d\vec{x})$  是四维时空坐标增量;  $c$  是真空中光速;  $dt$  是时间坐标增量;  $d\vec{x}$  是(调和)空间坐标增量;  $g_{\mu\nu}$  是时空度规。本文采用爱因斯坦求和约定:在同一项中,若遇到两个指标相同,其中一个为上指标,另一个是下指标,则对于希腊指标情形表示从 0 到 3 求和;对于拉丁指标情形表示从 1 到 3 求和。

在四维时空中,一个粒子的运动轨迹可视为一条类时曲线,称为“世界线”<sup>[42]</sup>。在该世界线上,时空间隔  $ds^2$  与原时间隔  $d\tau$  之间存在如下关系:

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 \quad (2)$$

联立式(1)和式(2),可以得到原时与坐标时之间的关系<sup>[13,44]</sup>:

$$\left(\frac{d\tau}{dt}\right)^2 = -g_{00} - 2g_{0i} \frac{v^i}{c} - g_{ij} \frac{v^i v^j}{c^2} \quad (3)$$

其中,  $\vec{v} = (v^1, v^2, v^3) = d\vec{x}/dt$  表示粒子在空间中的运动速度( $i, j = 1, 2, 3$ )。

对于地球及近地空间的应用,选取地心天球参考系 (geocentric celestial reference system, GCRS) 作为空间参考系统,选取地心坐标时作为时间参考系统,构成了四维时空参考系统<sup>[45]</sup>。国际天文学联合会第 24 届大会 B1.3(2000) 决议给出了时空度规  $g_{\mu\nu}$  后牛顿近似的具体形式<sup>[46-47]</sup>:

$$\begin{cases} g_{00} = -1 + \frac{2U}{c^2} + \frac{2(\psi - U^2)}{c^4} \\ g_{0i} = -4 \frac{\zeta^i}{c^3} \\ g_{ij} = \delta_{ij} \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $U(t, \mathbf{x})$  表示牛顿引力位(单位:  $\text{m}^2/\text{s}^2$ );  $\psi(t, \mathbf{x})$  表示第二引力位(单位:  $\text{m}^4/\text{s}^4$ );  $\zeta^i(t, \mathbf{x})$  表示矢量位(单位:  $\text{m}^3/\text{s}^3$ );  $t$  表示地心坐标时(下同);  $\delta_{ij}$  是克罗内克符号,它的对角元均为 1,而非对角元均为 0;  $U(t, \mathbf{x})$  是地球引力位  $U_E(t, \mathbf{x})$  和外部天体(月球、太阳、行星等)引力位  $U_{\text{ext}}(t, \mathbf{x})$  之和。由于  $\zeta^i(t, \mathbf{x})$  在  $10^9 \text{ m}^3/\text{s}^3$  量级<sup>[21]</sup>,  $\zeta^i/c^3$  的量级为  $10^{-16}$ , 因此除了地球之外,只需要考虑太阳和月球的贡献。

联立式(3)和式(4),精确到  $c^{-4}$ , 可得<sup>[8,42,48]</sup>:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{v^2 + 2U}{2c^2} - \frac{v^4 + 12Uv^2 - 32\zeta^i v_i - 4U^2 + 8\psi}{8c^4} + \mathcal{O}(c^{-5}) \quad (5)$$

其中,  $v$  表示粒子在参考系 GCRS 下的运动速度 ( $v_i \equiv v^i$ );  $\mathcal{O}(c^{-5})$  表示小于等于  $c^{-5}$  的高阶项。

在地球表面,定义相对论框架下的重力位表达式为<sup>[12]</sup>:

$$W = \frac{1}{2}v^2 + U + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{8}v^4 + \frac{3}{2}v^2U - 4v_i s^i - \frac{1}{2}U^2 + \psi \right) \quad (6)$$

联立式(5)和式(6),可得:

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - \frac{W}{c^2} + \mathcal{O}(c^{-5}) \quad (7)$$

假定地球表面上A、B两点处有两台时钟 $C_A$ 、 $C_B$ ,对应的坐标时间间隔分别为 $dt_A$ 、 $dt_B$ ,在相对论框架下的重力位分别为 $W_A$ 、 $W_B$ 。根据式(7),可得:

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = 1 - c^{-2}(W_B - W_A) - c^{-4}W_A(W_B - W_A) + \mathcal{O}(c^{-5}) \quad (8)$$

其中, $\Delta t_i$  ( $i=A, B$ )表示在一段标准的时间间隔 $\Delta t$ 内由位于 $i$ 处的时钟 $C_i$ 所确定的时间间隔。当A和B位于地面时, $|c^{-4}(W_A W_B - W_A^2)| < 7.6 \times 10^{-22}$ ,对应的重力位影响小于 $7.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,因此式(8)右侧第三项的影响可忽略。

式(8)为相对论框架下利用时间比对测定重力位的数学模型,可满足 $0.1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ 精度的重力位测量(等效高程精度约为 $0.01 \text{ m}$ )。当时频传递精度不高于 $1 \times 10^{-17}$ 时,可将重力位 $W$ 按式(6)保留到前两项,此时的重力位含义与经典重力位定义保持一致<sup>[49]</sup>。基于时间比对,文献[4]最早提出了等时大地水准面和时间比对测定重力位的方法。

另一方面,从频率的角度出发,文献[5]最早提出了等频大地水准面,并提出了测量地面任意两点之间重力位差的重力位频移法(精确到 $c^{-2}$ ):

$$\frac{\Delta f_{AB}}{f_0} = \frac{f_B - f_A}{f_0} = -\frac{\Delta W_{AB}}{c^2} \quad (9)$$

其中, $f_A$ 和 $f_B$ 分别表示时钟在A、B两点处的振荡频率; $f_0$ 表示时钟的固有振荡频率。等频大地水准面具有比等时大地水准面更为牢靠的理论基础,不仅可以由广义相对论导出,还可以根据量子论和能量守恒原理导出<sup>[5]</sup>。对地球表面任意两点A、B处的高精度原子钟通过时间比对或频率比对,可以直接确定它们之间的重力位差。

## 1.2 海拔高测量

根据重力位的定义,地面上任意一点 $P$ 处的重力位, $W_P$ 可以表示为<sup>[50]</sup>:

$$W_P = W_0 + \frac{\partial W}{\partial h} H_P + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial h^2} H_P^2 + \mathcal{O}(H_P^3) \quad (10)$$

式中, $W_0$ 表示大地水准面上的重力位; $H_P$ 表示 $P$

点处的海拔高(单位:m); $\partial W/\partial h = -g_P$ 表示 $P$ 点到大地水准面上的重力(单位: $\text{m}/\text{s}^2$ ); $\partial^2 W/\partial h^2 \approx 2g_P/R$ , $R$ 表示地球平均半径(单位:m)。

根据式(10),可以确定 $P$ 点处的海拔高为<sup>[51]</sup>:

$$H_P = \frac{W_0 - W_P}{\bar{g}_P} + \frac{1}{R} \left( \frac{W_0 - W_P}{\bar{g}_P} \right)^2 \quad (11)$$

式中, $\bar{g}_P$ 表示 $P$ 点处沿铅垂线方向的平均重力。式(11)对于地势变化明显的山区同样适用。当 $P$ 点处于地势平坦地区时,式(11)等号右边保留到一阶项即可。

从式(11)可以看到,计算任意点高精度的海拔高,需要测量高精度的平均重力 $\bar{g}$ ,该数值在实际应用中很难获取,通常做法是采用 $\bar{g}$ 的近似结果,通过迭代计算来精确确定海拔高。 $P$ 点处 $\bar{g}$ 的近似值 $\hat{g} = g + 4.24 \times 10^{-5} H_P$ <sup>[52]</sup>,其中, $g$ 表示 $P$ 点处的绝对重力(单位:Gal)。 $H_P$ 在计算时先给定近似值,通过迭代计算不断精化。目前, $g$ 的测量精度很高,地表绝对测量仪器(如FG-5)和近年发展起来的量子绝对重力仪观测精度可达微伽量级( $1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m}/\text{s}^2$ )<sup>[53]</sup>。比如,华中科技大学研制的原子干涉重力仪实现了 $4.2 \mu\text{Gal}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的重力测量灵敏度<sup>[54]</sup>,在第十届绝对重力仪国际比对中与参考平均值的偏差仅为 $1.4 \mu\text{Gal}$ 。

当原子钟稳定度达到 $10^{-18}$ 量级水平时,根据式(8)~式(11),有望实现厘米级精度的重力位(或海拔高)测量。目前,世界上精度最高的光钟稳定度可达 $10^{-19} \sim 10^{-20}$ 量级,为时频测位研究提供了有力支撑。

## 2 GNSS频移法测定重力位研究进展

GNSS频移法利用高精度GNSS时频传递技术对地面不同地点的时钟展开时频比对,根据重力位频移方程实现重力位差测定<sup>[36]</sup>。该方法成本低、效率高、组网灵活、易于实施。下面讨论两种广泛应用的高精度GNSS时频传递技术,以及基于该技术的时频测位研究进展。

### 2.1 GNSS共视时频传递技术

GNSS共视法(common view, CV)诞生于20世纪80年代<sup>[55]</sup>,从90年代开始,该方法被国际计量局(bureau international des poids et mesures, BIPM)应用于国际时频链路比对、国际原子时(international atomic time, TAI)和协调世界时(coordinated universal time, UTC)的计算<sup>[56-58]</sup>。GNSS CV是远距离时间频率比对性价比最优的方法之一,时间传递的不确定度达到几个纳秒<sup>[59]</sup>。

该方法的优势在于卫星钟的影响通过两站观测作差的方式得以消除,同时公共路径误差(卫星轨道误差、电离层延迟和对流层延迟等)能够得到有效抵消,从而提高了时间传递精度。此外,该方法成本低廉、操作灵活,拓展了其应用范围。

GNSS CV 时间传递原理如下:以全球定位系统(global positioning system, GPS)为例,假设两个地面站 A、B 同时观测卫星  $s$  ( $s$  表示卫星伪随机噪声标识号),其中地面站坐标表示为  $(x_r, y_r, z_r)$  ( $r=A, B$ ),共视卫星  $s$  坐标表示为  $(x^s, y^s, z^s)$ 。在某一时刻  $\tau$ ,地面站  $r$  接收卫星  $s$  发来的信号,根据 GPS 伪距观测模型,测站时钟与该卫星时钟之间的钟差  $dt_r^s$  可以表示为<sup>[55]</sup>:

$$c \cdot dt_r^s \equiv c(dt_r - dt^s) = P_r^s - \rho_r^s - I_{\text{Ion}r}^s - T_{\text{Trp}r}^s - S_{\text{Sag}r}^s - D_r \quad (12)$$

$$\Delta t_{AB} \equiv t_B - t_A = \frac{P_B^s - P_A^s}{c} - \frac{\rho_B^s - \rho_A^s}{c} - \frac{I_{\text{Ion}B}^s - I_{\text{Ion}A}^s}{c} - \frac{T_{\text{Trp}B}^s - T_{\text{Trp}A}^s}{c} - \frac{S_{\text{Sag}B}^s - S_{\text{Sag}A}^s}{c} - \frac{D_B - D_A}{c} \quad (14)$$

## 2.2 GNSS 精密单点定位时频传递技术

考虑到载波相位观测值的精度比伪距观测值高出 2~3 个数量级<sup>[61]</sup>,基于高精度载波相位观测值的时频传递技术逐渐发展为远距离时间传递的重要手段之一<sup>[62-64]</sup>。其中,GNSS 精密单点定位(precise point positioning, PPP)技术精度高,操作灵活,单机作业即可实现全球任意位置

$$\begin{cases} P_{r,j}^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + M_{r,w}^s Z_{r,w} + \gamma_j I_{r,1}^s + b_{r,j} - b_j^s + \epsilon_{r,j}^s \\ L_{r,j}^s \equiv \lambda_j \Phi_{r,j}^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + M_{r,w}^s Z_{r,w} - \gamma_j I_{r,1}^s + \lambda_j (N_{r,j}^s + B_{r,j} - B_j^s) + \zeta_{r,j}^s \end{cases} \quad (15)$$

式中, $r, j$  分别表示接收机 ID 和观测值的频率标识; $\lambda_j$  表示载波频率  $f_j$  对应的波长; $M_{r,w}^s$  表示与卫星高度角相关的对流层湿延迟投影函数; $Z_{r,w}$  表示测站的对流层天顶湿延迟(zenith wet delay, ZWD); $\gamma$  表示电离层延迟放大因子,且  $\gamma_j = (f_1/f_j)^2 = \lambda_j^2/\lambda_1^2$ ;  $I_{r,1}^s$  表示频点  $f_1$  上的电离层延迟; $b_{r,j}$  和  $b_j^s$  分别表示接收机端、卫星端未校准的伪距硬件延迟; $B_{r,j}$  和  $B_j^s$  分别表示接收机端、卫星端未校准的相位硬件延迟(单位:周); $N_{r,j}^s$  表示与卫星和频率有关的载波相位模糊度(单位:周); $\epsilon$  和  $\zeta$  分别表示伪距、相位观测值的噪声、多路径效应以及其他未建模误差的总和; $s, \rho, dt_r$  和  $dt^s$  的含义同前。除特别说明外,各符号对应的单位均为 m。此外,式(15)中的其他误差项,如卫星与天线的相位中心偏差、测站对流层天顶静力学延迟(zenith hydrostatic delay, ZHD)、相对论椭圆轨道效应、引力时间延迟效应(即 Shapiro 效应)、固体潮、极潮和海潮负荷形变、Sagnac 效应、卫星天线相

式中, $P_r^s$  为测站  $r$  处的伪距观测值; $\rho_r^s$  为测站  $r$  和卫星  $s$  间几何距离,  $\rho_r^s = \sqrt{(x^s - x_r)^2 + (y^s - y_r)^2 + (z^s - z_r)^2}$ ;  $I_{\text{Ion}r}^s$ 、 $T_{\text{Trp}r}^s$  和  $S_{\text{Sag}r}^s$  分别表示电离层延迟、对流层延迟和萨格纳克(Sagnac)效应; $D_r$  表示接收机端的硬件延迟(线缆延迟、接收机延迟等); $dt_r$  (或  $dt^s$ ) 表示接收机时钟(或卫星时钟)与参考时之间的钟差(单位:s)。以 GPS 时( $t_{\text{GPS}}$ )作为参考时,则有:

$$\begin{cases} dt_r = t_r - t_{\text{GPS}} \\ dt^s = t^s - t_{\text{GPS}} \end{cases} \quad (13)$$

式中, $t_r$  和  $t^s$  分别表示接收机时钟和卫星时钟的钟面读数。

联合式(12)和式(13),在  $\tau$  时刻以共视卫星作为“桥梁”对测站 A、B 实施站间作差,可以得到测站 A、B 时钟之间的钟差<sup>[60]</sup>:

的高精度钟差解算,成为 GNSS 时频传递领域的研究热点<sup>[65-66]</sup>。2009 年 GNSS PPP 时频传递技术被 BIPM 正式用于 TAI 计算。此后各国守时实验室陆续将 PPP 技术用于 TAI 和 UTC 的维护。

以 GPS 系统为例,原始的伪距观测值  $P_{r,j}^s$  和相位观测值  $\Phi_{r,j}^s$  可以分别表示为<sup>[67]</sup>:

位缠绕等,事先通过相应模型进行改正。

PPP 解算常用的参数估计器是最小二乘法或卡尔曼(Kalman)滤波。其中, Kalman 滤波采用递推算法由参数的先验信息(包括状态参数的初值及其方差协方差阵)和新载入的观测数据更新状态参数,一般只需存储前一历元的状态参数估值及其方差协方差信息,无需存储所有历史观测信息,具有较高计算效率。用户端经过 PPP 解算后,可以确定本地时钟相对于  $t_{\text{GPS}}$  的钟差。对于 A、B 两个配备了高精度时钟的 GPS 测站,经过一段时间观测后,可以分别确定这两个测站时钟相对于  $t_{\text{GPS}}$  随时间  $t$  的钟差时间序列  $dt_A(t)$  和  $dt_B(t)$ 。事后对这两个测站的钟差时间序列进行站间作差,可以确定出这两个测站时钟之间的钟差时间序列:

$$\Delta t_{AB}(t) \equiv t_B(t) - t_A(t) = dt_B(t) - dt_A(t) \quad (16)$$

## 2.3 GNSS 频移法测定重力位研究进展

文献[5]最早提出利用 GNSS 信号测定海拔高的思想及重力位频移方程,文献[68]基于时间

比对从理论上分析了该方法的可行性;随后,文献[25]提出了利用GNSS信号来测定地面重力位及恢复地球外部重力场的具体方法;文献[34]进一步讨论了利用卫星频率信号直接测定两地之间的重力位差以及正高差的方法,提出了利用GNSS卫星或通讯卫星连接地面两个台站,并通过接收和转发频率信号的方式比对这两个地面测站之间信号频移,从而实现两站之间的重力位差及高程差确定,奠定了利用GNSS频移法开展重力位测定的理论基础。

文献[69]首次利用BIPM发布的GPS CV观测数据,基于重力位频移法开展了测定重力位差及海拔高的初步研究(见表2)。以EGM96重力场模型计算结果作为参考,实验结果与参考值之间的平均差异为 $32.7\pm 67.3$  m,初步验证了该方法的可行性。随后,文献[35]借助GPS CV技术和两台原子钟在相距大约35 km的两地(高差大约为850 m)开展了时频比对测定重力位差实验,实验中VET1-19型氢钟作为参考钟在整个实验过程中提供频率参考,CH1-1006型氢钟(稳定度 $7\times 10^{-15}$ @ d)作为搬运钟通过GPS CV技术与参考钟进行时频比对。实验结果与参考值之间的差异为 $133.9\pm 64.0$  m,与实验中所使用的氢钟精度基本符合。该实验结果较差的一个可能原因是实验时长相对较短,重力位差比对环节只持续了大约17.7 h,共址比对环节则只有大约6.6 h,因此结果具有较大不确定性。文献[36]同样利用GPS CV技术和两台氢钟(稳定度 $5\times 10^{-15}$ @ d)在北京和武汉两地开展了测定重力位差的实验研究,两站相距约1 000 km,实验一共持续71 d,其中共址比对6 d,远程比对65 d。实验最终结果与EGM2008重力场模型结果之间的差异为 $38.5\pm 45.9$  m,与实验中BM2101型氢钟稳定度符合较好。

文献[70]利用多系统GNSS PPP时频传递技术,对4个国际卫星导航服务组织(international GNSS service, IGS)测站的观测数据进行了海拔高测定研究,实验结果与理论值之间的差异在几十米量级,其中无电离层组合PPP计算结果与理论值的平均差异为58.0 m,非差非组合PPP计算结果与理论值的平均差异为59.0 m<sup>[70-71]</sup>。文献[72]利用两台稳定度为 $5\times 10^{-16}$ 的CH1-95型氢钟,在湖北珞珈山时频站和湖北九宫山时频站开展了GNSS PPP时频传递测定重力位差实验。两个测站距离约129 km,高差约1 250 m,显著的

高差有利于检验GNSS频移法的测量效果。解算环节采用GPS/GLONASS组合的模糊度固定解算模式。以EIGEN-6C4重力场模型确定的测站重力位作为参考,实验结果与参考值之间的差异为 $17.6\pm 57.9$  m<sup>2</sup>/s<sup>2</sup>,换算到高程为 $1.8\pm 5.9$  m。该实验结果比国际上精度最高的基于伪距的GNSS频移法实验结果提高了一个数量级,是目前GNSS频移法测定重力位研究的最高水平,表明了基于载波相位观测值的GNSS频移法的优势。考虑到世界上最先进的光钟稳定度已达到或超过 $10^{-18}$ 量级水平,未来有望配备高精度光钟开展GNSS频移法测定重力位的研究。在这一背景下,文献[73]基于原子钟钟差模型和噪声特征,构造了附加重力位信息的GPS观测数据并开展了测定重力位差的模拟实验。该研究初步分析了地面测站在配备高精度原子钟情况下,GNSS频移法测定重力位可能达到的精度水平。研究结果表明,当测站原子钟稳定度达到 $10^{-18}$ 量级水平时,利用PPP时频传递技术能够在0.2 m的精度水平实现重力位测定,表明GNSS频移法具有较好的发展潜力。以上研究对GNSS频移法测定重力位从理论研究走向实际应用起到了关键验证作用,有效推进了该领域的研究进程。

表2 GNSS频移法测定重力位实验进展

Tab. 2 Experimental Process of the Geopotential Determination Utilizing the GNSS Frequency Shift Approach

文献	时频传递技术	原子钟类型	与参考值的差异/m
刘杨等 <sup>[69]</sup>	GPS CV	IGS守时 氢钟	$32.7\pm 67.3$
Kopeikin等 <sup>[35]</sup>	GPS CV	(CH1-1006) 氢钟	$133.9\pm 64.0$
Wu等 <sup>[36]</sup>	GPS CV	(BM2101) 氢钟	$38.5\pm 45.9$
李纯 <sup>[70]</sup>	GNSS PPP	IGS守时 氢钟	50~60
徐炜 <sup>[72]</sup>	GNSS PPP	(CH1-95) 氢钟	$1.8\pm 5.9$
Cai等 <sup>[73]</sup>	GPS PPP	模拟光钟	$0.1\pm 0.2$

综上,GNSS频移法测定重力位的研究进展如下:

1) 起步较晚但发展迅猛。文献[35]于2016年开展的CV搬运钟实验可以视为该领域研究的标志性节点。研究重点由之前的理论探索为主发展到以应用为目标,随后的研究主要集中在提高重力位测量精度上。经过国内外相关学者的努力,GNSS频移法测定重力位的研究取得了明显进步,测定重力位的精度水平得到了大幅提高,达到了米级水平。

2) 测量精度与原子钟设备密切相关。原子

钟性能是影响 GNSS 频移法测量精度的一项关键因素。目前国内外在开展 GNSS 频移法测定重力位研究中,所使用的原子钟主要为微波钟,其稳定度在  $10^{-15} \sim 10^{-16}$  量级水平,限制了该方法的测量精度。由于光钟制造工艺尚未完全成熟,现阶段光钟设备还无法有效应用于 GNSS 频移法测定重力位研究。未来条件成熟时将光钟应用到 GNSS 频移法研究中,测量重力位的精度有望得到进一步突破。此外,在利用该方法进行重力位测定时要求原子钟处于自由运行状态。而 IGS 中一部分测站(守时台站)的一项重要功能是维持全球时间同步,因此存在对原子钟的驾驭操作,这是造成文献[70]实验精度不理想的原因之一。

3) 时频比对由基于伪距发展到基于载波相位。早期阶段 GNSS 频移法测定重力位的研究主要基于 CV 技术开展。该技术基于伪距观测,利用共视卫星能够在一定程度上抵消公共误差。因此在原子钟性能有限的情况下可以利用该技术进行重力位测定,文献[35-36]研究结果表明,利用该技术能够在几十米量级精度水平实现重力位测定。当原子钟稳定度提高到  $10^{-16}$  量级以上时,基于载波相位开展重力位测定是更好的选择。其中,利用 PPP 时频传递技术能够在全球范围内开展重力位测量,可以考虑将其应用到全球高程基准统一的研究中。此外,当 GNSS 频移法的测量精度达到分米级后,GNSS 时频传递中的链路残余误差不可忽略。为了实现厘米级精度的重力位测量,需要进一步精细研究 GNSS 时频传递中各项误差的影响,并对相应的误差模型进行改进优化。

随着原子钟制造工艺的不断进步,时频科学与大地测量学在发展中将进一步交叉融合。加之 GNSS 时频传递数据处理的迭代精化,GNSS 频移法的测量精度在发展中不断提升,未来有望达到分米甚至厘米级。此外,相对于水准重力方法和重力场模型方法,GNSS 频移法是一种全新的、独立的重力位测量方法,该方法在远距离跨海高程传递测量方面有其独特优势,因此具有重要的研究价值。目前而言,受实验中原子钟精度限制,GNSS 频移法的测量精度在米级水平。相较于重力场模型方法分米乃至厘米量级的测量精度<sup>[74-76]</sup>,该方法仍存在一定差距。

### 3 关键技术探讨

利用 GNSS 频移法开展重力位测量,由于电

磁波信号在空间中传播会受到大气等因素干扰,同时卫星位置、速度等误差也会影响到观测精度,因此相较于线缆连接法,GNSS 频移法在数据处理中需要精细化考虑接收机钟差建模、电磁波信号传播中的大气延迟、GNSS 中的各类偏差校正、钟差序列的数据处理等问题。

#### 3.1 GNSS 接收机钟差建模

在 GNSS 时频传递中,原子钟钟差模型的精确性对于消除钟差误差至关重要<sup>[77]</sup>。传统 GNSS 时频传递算法通常将接收机钟差参数作为白噪声估计,没有充分利用原子钟的物理特性<sup>[78-79]</sup>。而白噪声模型会吸收一部分未被模型化的误差或噪声,因此会影响时频传递精度。近年来,有学者提出在 GNSS 时频传递中考虑接收机钟差的物理模型,并取得了一定成效<sup>[80-82]</sup>。从钟差解算效果来看,接收机钟差模型对解算结果的短期稳定度提升较大,但对于长期稳定度提升并不明显。此外,目前的接收机钟差随机模型主要考虑调频白噪声、调相白噪声和随机游走噪声的影响,均没有考虑调频闪烁噪声和调相闪烁噪声的影响。时间是一个连续量,但是基于 GNSS 观测求解的接收机钟差参数在天与天之间会产生跳跃现象,简称“天跳变”现象<sup>[83]</sup>,量级可达纳秒级,严重影响了 GNSS 频移法测定重力位的性能。文献[84]基于参数先验贝叶斯估计的连续时间传递算法来抑制天跳变。文献[85]从卫星产品端和用户端出发,提出了顾及卫星产品内插端部效应和模糊度参数连续性的数据处理方法。文献[86]提出了钟差瞬时重收敛策略,利用接收机钟差和模糊度参数的强相关性,借助模糊度参数重置后所对应的较大初始方差,吸收卫星钟差产品的日边界跳变,从而保证接收机钟差解算结果的连续性。

#### 3.2 GNSS 高精度时频传递误差处理

在 GNSS 时频领域,用户最关心的参数是接收机钟差。然而,由于模型参数之间的相关性,接收机钟差不可避免会受到一些其他参数的影响(如模糊度、对流层参数)。因此要想获得高精度高稳定度的接收机钟差参数,除了对接收机钟差进行物理建模外,还需要对观测模型中的其他各项参数通过精确建模、附加先验信息等方法精确估计<sup>[67]</sup>。

时频用户通常是静态 GNSS 测站,其坐标精确已知(毫米级精度)。在精密时间传递中,可以对坐标参数采取静态紧约束处理<sup>[87]</sup>。对于电离层延迟,按电离层的处理方式可分为消电离层组合模型和非差非组合模型。消电离层组合模型可以消除

电离层一阶项的影响,但存在噪声放大问题<sup>[88]</sup>。非差非组合模型噪声放大系数最小、系统可靠性更强,在处理多频率GNSS观测值时更加灵活<sup>[89-90]</sup>,但在计算时需要引入外部电离层约束。对流层延迟是GNSS时频传递的主要误差源之一。常用的对流层延迟改正方法包括模型改正法、参数估计法和外部校正法<sup>[61]</sup>。在数据处理中通常将天顶对流层延迟改正分为ZHD和ZWD两部分进行处理。其中ZHD变化速度慢且变化幅度小,可利用模型进行改正,改正精度可达90%;而对流层中水汽变化复杂,利用模型进行改正的精度在20%左右,是对流层延迟改正建模研究中的难点问题<sup>[91]</sup>。相位模糊度问题在高精度GNSS时频传递中不能忽略。由于钟差参数与模糊度参数之间具有较强的相关性,因此模糊度的固定与否将直接影响GNSS时频传递的精度。常用的PPP模糊度固定方法有小数偏差法、整数相位钟法和钟差解耦法<sup>[67]</sup>。随着GNSS卫星频率数量的增多,IGS工作组于2016年提出了基于原始观测值的绝对信号偏差(observable-specific signal bias, OSB),用户端只需要将OSB产品改正到原始观测值上,并配套使用相应的精密钟差、轨道等产品可以实现PPP固定<sup>[92]</sup>。相关学者针对模糊度固定时频传递开展研究,证明了其相对于传统浮点解具有一定优越性,固定解时频传递精度可达亚纳秒级,长期频率稳定度可达 $10^{-17}$ 量级@ $10\text{ d}$ <sup>[93]</sup>,对应分米级精度的时频测位。此外,融合多频多模GNSS观测量可以有效提高时频传递性能。但多频多模GNSS衍生了一系列偏差类型,包括差分码偏差、系统间偏差、频率间偏差、频率间钟偏差等。为了实现多频多模高精度的GNSS时频传递,需要对各类偏差的产生机理和特性进行深入研究和精确建模。

### 3.3 接收机钟差数据处理

利用GNSS时频比对技术可以获得两个测站时钟之间的钟差时间序列。由于钟差数据的短期稳定度有限(量级在 $10^{-13}$ @ $30\text{ s}$ ),因此计算出的瞬时相对频率偏移数据不能直接用于重力位差确定。在实际应用中,通常将具有一定时间长度的钟差数据进行最优估计来确定平均相对频率偏移<sup>[94]</sup>,但使用这种策略通常需要积累较长时间的钟差数据。因此,需要探索更为有效的钟差数据处理方法来精确估计重力频移。目前国内外学者在对时频测位的测量结果进行精度评估时主要采用Allan方差或修正Allan方差<sup>[27,29,95]</sup>。然而,Allan方差本质上是统计结果,更加适合用于评估时钟的性能。对于时

频比对确定的重力位差结果,Allan方差的适用性有待进一步研究。此外,利用GNSS时频传递技术获得的钟差结果中,不可避免地包含有环境噪声、链路残余误差等,因此对钟差结果开展信号分析工作十分有必要。针对这个问题,相关学者提出利用集成经验模态分解技术<sup>[96]</sup>、奇异谱分析技术<sup>[97]</sup>以及滤波方法<sup>[98]</sup>能够在一定程度上提高重力位关联信号的精度,但该方面的研究有待进一步深化。

### 3.4 原子钟研制进展

原子钟是以原子处于基态时两个能级之间的跃迁频率作为时间频率标准的时钟。根据参考的跃迁频率,可以将原子钟分为微波钟和光钟,前者以微波波段跃迁频率( $10^9\sim 10^{10}\text{ Hz}$ )作为频率基准,而后者以光学波段跃迁频率( $10^{14}\sim 10^{15}\text{ Hz}$ )作为频率基准<sup>[99-101]</sup>。高精度原子钟在时频测位研究中发挥着重要作用,直接影响着重力位的测量精度。

1955年,世界上第一台实用原子钟,即铯钟,由英国国家物理实验室研制成功<sup>[102]</sup>,标志着人类时间标准正式进入原子时时代。之后,铷钟和氢钟分别于1961年和1965年研制成功<sup>[103-104]</sup>。20世纪90年代将激光冷却技术和离子囚禁技术应用到喷泉钟后,微波钟的精度得到了进一步提升<sup>[105-106]</sup>。目前,世界上最优秀的铯钟或氢钟的稳定度达到了 $10^{-16}$ 量级水平<sup>[107]</sup>。微波钟可以保持长时间连续稳定工作,同时还具备小型化、经济性和便携性等优势,因此在许多应用和设施中发挥着重要作用,例如国际单位制中的秒定义、网络同步、GNSS和空间站<sup>[108-109]</sup>。未来微波钟主要有两个发展方向:(1)追求更高精度;(2)实现更小体积。

光钟概念最早由Dehmelt在20世纪70年代提出。由于光钟的参考跃迁频率比微波钟高4~5个数量级,因此具有更高的频率稳定度<sup>[109]</sup>。光钟研究主要集中在基于单个离子的离子光钟和基于中性冷原子气体的光晶格钟<sup>[9,31]</sup>。离子光钟采用离子阱囚禁单个离子,常用的元素包括 $^{199}\text{Hg}^+$ 、 $^{27}\text{Al}^+$ 、 $^{171}\text{Yb}^+$ 、 $^{88}\text{Sr}^+$ 、 $^{40}\text{Ca}^+$ 、 $^{117}\text{In}^+$ 等。目前国际上离子光钟的不确定度已经达到了 $10^{-19}$ 量级<sup>[9]</sup>。此外,科学家正在研制基于多离子的光钟,有望进一步提升离子光钟的频率稳定度。光晶格钟采用激光形成的驻波场(即光晶格)囚禁中性原子,研究主要集中在 $^{87}\text{Sr}$ 光晶格钟、 $^{171}\text{Yb}$ 光晶格钟等。最新研究显示,光晶格钟稳定度甚至达到了 $10^{-19}\sim 10^{-20}$ 量级<sup>[11]</sup>。由于光钟的卓越性能,BIPM计划于2030年



前基于光钟完成秒的重定义<sup>[110-111]</sup>。目前光钟在应用时主要面临两项难题:(1)小型化挑战。光钟体积较大使得运输成为一项难题。(2)难以长时间连续稳定运行。一些研究团队正在致力于可移动光钟的研发并取得了重大进展<sup>[28,112-113]</sup>。因此可以预见在今后 5~10 年,随着光钟研制的进一步成熟和小型化,将光钟及相关时频技术应用到 GNSS 频移法测定重力位研究中,达到甚至优于传统方法的精度水平,将带来重力位测量方法的重大进展。

## 4 未来展望

### 1) 实现高精度重力位差测量

对于全球范围内任意两个地点的 GNSS 观测站,当接收机配备有高精度原子钟后,利用 GNSS 频移法可以直接测定这两个测站之间的重力位差。因此借助全天候高精度的 GNSS,利用 GNSS 频移法有望实现全球任意两个测站之间的高精度重力位差测量。初步分析表明,在现有 GNSS 信号体制下,在接收机端配备  $10^{-18}$  稳定度水平的光钟,利用 GNSS 频移法有望在 0.2 m 精度水平实现重力位差(或高程差)测量<sup>[73]</sup>。目前,IGS 测站中已经有超过 130 个测站配备了高性能的氢钟、铯钟或铷钟,为 GNSS 频移法测定重力位奠定了良好基础。

### 2) 实现高精度全球高程基准统一

平均海平面和固体地球的局部地球重力场是不断变化的,因此大地水准面在全球和局域都是变化的。各个国家间由于采用了不同区域的平均海平面作为高程起算面,使得国家之间存在明显的高程系统差异,最大可达  $\pm 2$  m<sup>[3]</sup>。全球高程基准统一是继全球大地测量坐标系及其参考基准统一之后,大地测量学科面临和亟待解决的一个重要问题。21 世纪大地测量领域的战略目标之一是以优于 0.01 m 的精度统一全球高程基准<sup>[40]</sup>。GNSS 频移法提供了一种解决全球高程基准统一难题的新方案<sup>[12,18,39]</sup>。利用 GNSS 频移法,通过测定各国基准站之间的重力位差进而确定高程差,从而实现国家间高程系统的高精度统一。各国基准站之间也可组成多条 GNSS 时频链路,从而提高解算结果的准确性和可靠性。对于覆盖全世界的多个地面基准站,通过 GNSS 时频链路可以构建 GNSS 海拔高程观测网络,对全球高程基准站进行组网平差,从而实现高精度全球高程基准统一。

### 3) 实现“两位”同时测量

GNSS 技术的迅猛发展使大地测量学科进入

了卫星定位时代,实现了高精度、高效率的三维几何定位<sup>[3]</sup>。重力位则通过水准重力测量、重力场模型等方法测定。迄今为止,还没有一种技术可以满足三维几何位置和及其重力位(简称“两位”)的同时高精度测量。利用 GNSS 平台有望实现“两位”同时测量这一目标。以 PPP 技术为例,PPP 定位技术和 PPP 时频传递技术的数学模型相同,前者关注三维几何位置参数的解算结果,后者则关注接收机钟差参数的解算结果。PPP 技术利用 IGS 或多系统 GNSS 实验提供的精密轨道和钟差等产品,在精确考虑各项误差改正的基础上能够获得在国际地球参考框架下的静态毫米级定位精度。因此,对于某一配备了高精度原子钟的测站,在开展一段时间的 GNSS 观测后,利用 PPP 静态定位可以高精度解算测站所在的三维几何位置。同时,利用 GNSS 频移法通过与基准站进行时频比对,可以确定该站与基准站之间的重力位差。当基准站重力位已知,即可确定出该站的重力位,从而实现“两位”同时测量。此外,GNSS 频移法还有望用于监测质量迁移、开展地震监测、统一陆海空时空基准等研究。

## 5 结 语

时频测位法提出以来引起了国内外相关学者的广泛关注。经过 30 余年的研究发展,逐渐形成大地测量学领域的一个重要分支——时频地测学,丰富和拓展了大地测量学的研究内涵。其中,GNSS 频移法测定重力位凭借经济高效、节约人力、实施性强等优势,逐渐成为时频测位领域的研究热点。目前,国内外关于 GNSS 频移法测定重力位的研究正处于快速发展阶段。随着时频科学的迅猛发展以及 GNSS 数据处理的迭代精化,GNSS 频移法的测量精度在不断提升。利用 GNSS 频移法可实现全球任意位置的重力位与海拔高直接测量,为高精度全球高程基准统一提供了新途径,将推进大地测量学、时频科学、卫星导航、物理学等多学科的深度交叉融合。

## 参 考 文 献

- [1] Chen Junyong. On the Development of Modern Geodesy[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2003, 28(2): 1-5. (陈俊勇. 现代大地测量学的进展[J]. 测绘科学, 2003, 28(2): 1-5.)
- [2] Ning Jinsheng, Chen Junyong, Li Deren, et al. Introduction to Geomatics[M]. 3rd ed. Wuhan: Wu-

- han University Press, 2016. (宁津生, 陈俊勇, 李德仁, 等. 测绘学概论[M]. 3版. 武汉: 武汉大学出版社, 2016.)
- [3] Li Jiancheng. Study and Progress in Theories and Crucial Techniques of Modern Height Measurement in China[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2007, 32(11): 980-987. (李建成. 我国现代高程测定关键技术若干问题的研究及进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2007, 32(11): 980-987.)
- [4] Bjerhammar A. On a Relativistic Geodesy[J]. *Bulletin Géodésique*, 1985, 59(3): 207-220.
- [5] Shen W, Chao D, Jin B. On Relativistic Geoid[J]. *Bollettino di Geodesia et Scienze Affini*, 1993, 52(3): 207-216.
- [6] Shen Z Y, Shen W B, Zhang S X. Determination of Gravitational Potential at Ground Using Optical-Atomic Clocks on Board Satellites and on Ground Stations and Relevant Simulation Experiments[J]. *Surveys in Geophysics*, 2017, 38(4): 757-780.
- [7] Mcgrew W F, Zhang X, Fasano R J, et al. Atomic Clock Performance Enabling Geodesy Below the Centimetre Level[J]. *Nature*, 2018, 564(7734): 87-90.
- [8] Philipp D, Hackmann E, Lämmerzahl C, et al. Relativistic Geoid: Gravity Potential and Relativistic Effects[J]. *Physical Review D*, 2020, 101(6): 064032.
- [9] Brewer S M, Chen J S, Hankin A M, et al. An  $^{27}\text{Al}^+$  Quantum-Logic Clock with a Systematic Uncertainty Below  $10^{-18}$ [J]. *Physical Review Letters*, 2019, 123(3): 033201.
- [10] Wu Y W, Burau J J, Mehling K, et al. High Phase-Space Density of Laser-Cooled Molecules in an Optical Lattice[J]. *Physical Review Letters*, 2021, 127(26): 263201.
- [11] Bothwell T, Kennedy C J, Aepli A, et al. Resolving the Gravitational Redshift Across a Millimetre-Scale Atomic Sample [J]. *Nature*, 2022, 602(7897): 420-424.
- [12] Shen Wenbin, Ning Jinsheng, Chao Dingbo. Relativity and Relativistic Gravity Measurement [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2008. (申文斌, 宁津生, 晁定波. 相对论与相对论重力测量[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2008.)
- [13] Mai E. Time, Atomic Clocks, and Relativistic Geodesy[M]. München, Germany: Deutsche Geodätische Kommission, 2013.
- [14] Puetzfeld D, Lämmerzahl C. Relativistic Geodesy [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2019.
- [15] Mehlstäubler T E, Grosche G, Lisdat C, et al. Atomic Clocks for Geodesy[J]. *Reports on Progress in Physics*, 2018, 81(6): 64401.
- [16] Tanaka Y, Katori H. Exploring Potential Applications of Optical Lattice Clocks in a Plate Subduction Zone[J]. *Journal of Geodesy*, 2021, 95(8): 93.
- [17] Zheng X, Dolde J, Cambria M C, et al. A Lab-Based Test of the Gravitational Redshift with a Miniature Clock Network [J]. *Nature Communications*, 2023, 14(1): 4886.
- [18] Sun Heping, Yang Yuanxi, Ye Zhaohui, et al. Key Scientific Frontiers and Core Technologies in Space-Time Reference Research in the Era of Precision (Quantum) Measurement [J]. *Bulletin of National Natural Science Foundation of China*, 2024, 38(1): 172-181. (孙和平, 杨元喜, 叶朝辉, 等. 精密(量子)测量时代下时空基准研究中的关键科学问题和核心技术[J]. 中国科学基金, 2024, 38(1): 172-181.)
- [19] Lion G, Panet I, Wolf P, et al. Determination of a High Spatial Resolution Geopotential Model Using Atomic Clock Comparisons[J]. *Journal of Geodesy*, 2017, 91(6): 597-611.
- [20] Shen Z Y, Shen W B, Xu X Y, et al. A Method for Measuring Gravitational Potential of Satellite's Orbit Using Frequency Signal Transfer Technique Between Satellites [J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(14): 3514.
- [21] Shen Ziyu. Study of Determining the Geopotential Using the Time and Frequency Transfer Approach [D]. Wuhan: Wuhan University, 2017. (申子宇. 时频信号传递测定重力位的研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2017.)
- [22] Hafele J C, Keating R E. Around-the-World Atomic Clocks: Predicted Relativistic Time Gains[J]. *Science*, 1972, 177(4044): 166-168.
- [23] Briatore L, Leschiutta S. Evidence for the Earth Gravitational Shift by Direct Atomic-Time-Scale Comparison [J]. *Il Nuovo Cimento B (1971-1996)*, 1977, 37(2): 219-231.
- [24] Chou C W, Hume D B, Rosenband T, et al. Optical Clocks and Relativity [J]. *Science*, 2010, 329(5999): 1630-1633.
- [25] Shen W B, Ning J S. The Application of GPS Technique in Determining the Earth's Potential Field [J]. *Journal of Global Positioning Systems*, 2005, 4(1&2): 268-276.
- [26] Takano T, Takamoto M, Ushijima I, et al. Geopotential Measurements with Synchronously Linked

- Optical Lattice Clocks[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10: 662-666.
- [27] Grotti J, Koller S, Vogt S, et al. Geodesy and Metrology with a Transportable Optical Clock[J]. *Nature Physics*, 2018, 14: 437-441.
- [28] Takamoto M, Ushijima I, Ohmae N, et al. Test of General Relativity by a Pair of Transportable Optical Lattice Clocks[J]. *Nature Photonics*, 2020, 14(7): 411-415.
- [29] Huang Y, Zhang H, Zhang B, et al. Geopotential Measurement with a Robust, Transportable  $\text{Ca}^+$  Optical Clock[J]. *Physical Review A*, 2020, 102(5): 50802.
- [30] Shen Z Y, Shen W B, Zhang S X. Formulation of Geopotential Difference Determination Using Optical-Atomic Clocks Onboard Satellites and on Ground Based on Doppler Cancellation System[J]. *Geophysical Journal International*, 2016, 206(2): 1162-1168.
- [31] Katori H. Optical Lattice Clocks and Quantum Metrology[J]. *Nature Photonics*, 2011, 5: 203-210.
- [32] Shen Q, Guan J Y, Ren J G, et al. Free-Space Dissemination of Time and Frequency with  $10^{-19}$  Instability over 113 km[J]. *Nature*, 2022, 610(7933): 661-666.
- [33] Bagherbandi M, Shirazian M, Amin H D, et al. Time Transfer and Significance of Vertical Land Motion in Relativistic Geodesy Applications: A Review Paper[J]. *Frontiers in Earth Science*, 2023, 11: 1139211.
- [34] Shen W B, Ning J S, Liu J N, et al. Determination of the Geopotential and Orthometric Height Based on Frequency Shift Equation[J]. *Natural Science*, 2011, 3(5): 388-396.
- [35] Kopeikin S M, Kanushin V F, Karpik A P, et al. Chronometric Measurement of Orthometric Height Differences by Means of Atomic Clocks[J]. *Gravitation and Cosmology*, 2016, 22(3): 234-244.
- [36] Wu K C, Shen W B, Sun X, et al. Measuring the Gravity Potential Between Two Remote Sites with CVSTT Technique Using Two Hydrogen Clocks[J]. *Geo-Spatial Information Science*, 2023, DOI: 10.1080/10095020.2023.2231515.
- [37] Kim K, Aepli A, Bothwell T, et al. Evaluation of Lattice Light Shift at Low  $10^{-19}$  Uncertainty for a Shallow Lattice Sr Optical Clock[J]. *Physical Review Letters*, 2023, 130(11): 113203.
- [38] Wu H, Müller J, Lämmerzahl C. Clock Networks for Height System Unification: A Simulation Study[J]. *Geophysical Journal International*, 2019, 216(3): 1594-1607.
- [39] Yao Yibin, Yang Yuanxi, Sun Heping, et al. Geodesy Discipline: Progress and Perspective[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(10): 1243-1251. (姚宜斌, 杨元喜, 孙和平, 等. 大地测量学科发展现状与趋势[J]. 测绘学报, 2020, 49(10): 1243-1251.)
- [40] Dang Yamin, Jiang Tao, Chen Junyong. Review on Research Progress of the Global Height Datum[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1576-1586. (党亚民, 蒋涛, 陈俊勇. 全球高程基准研究进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10): 1576-1586.)
- [41] Shen Z Y, Shen W B, Zhang S X, et al. Unification of a Global Height System at the Centimeter-Level Using Precise Clock Frequency Signal Links[J]. *Remote Sensing*, 2023, 15(12): 3020.
- [42] Weinberg S, Dicke R H. Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity[M]. New York, Chichester: John Wiley & Sons, 1972.
- [43] Damour T, Soffel M, Xu C M. General-Relativistic Celestial Mechanics. I. Method and Definition of Reference Systems[J]. *Physical Review D*, 1991, 43(10): 3273-3307.
- [44] Kopeikin S, Vlasov I, Han W B. Normal Gravity Field in Relativistic Geodesy[J]. *Physical Review*, 2018, 97(4): 045020.
- [45] Savalle E, Guerlin C, Delva P, et al. Gravitational Redshift Test with the Future ACES Mission[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2019, 36(24): 245004.
- [46] Han Wenbiao, Tao Jinhe, Ma Wei. Review and Prospect of the Relativistic Astronomical Reference System[J]. *Progress in Astronomy*, 2014, 32(1): 95-117. (韩文标, 陶金河, 马维. 相对天文参考系的回顾与展望[J]. 天文学进展, 2014, 32(1): 95-117.)
- [47] Kopeikin S, Han W B, Mazurova E. Post-Newtonian Reference Ellipsoid for Relativistic Geodesy[J]. *Physical Review D*, 2016, 93(4): 044069.
- [48] Misner C W, Thorne K S, Wheeler J A. Gravitation[M]. UK: Macmillan, 1973.
- [49] Shen W B, Ning J S, Chao D B, et al. A Proposal on the Test of General Relativity by Clock Transportation Experiments[J]. *Advances in Space Research*, 2009, 43(1): 164-166.
- [50] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy[J]. *Bulletin Gèodésique*, 1967, 86(1): 491-492.
- [51] Moritz H. Classical Physical Geodesy[M]. Berlin,

- Heidelberg: Springer, 2013: 1-33.
- [52] Hofmann-Wellenhof B, Moritz H. Physical Geodesy[M]. Heidelberg: Springer, 2005.
- [53] Sun Heping, Sun Wenke, Shen Wenbin, et al. Research Progress of Earth's Gravity Field and Its Application in Geosciences—A Summary of Annual Meeting of Chinese Geoscience Union in 2020[J]. *Advances in Earth Science*, 2021, 36(5): 445-460. (孙和平, 孙文科, 申文斌, 等. 地球重力场及其地学应用研究进展——2020中国地球科学联合学术年会专题综述[J]. 地球科学进展, 2021, 36(5):445-460.)
- [54] Hu Z K, Sun B L, Duan X C, et al. Demonstration of an Ultrahigh-Sensitivity Atom-Interferometry Absolute Gravimeter[J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043610.
- [55] Allan D W, Weiss M A. Accurate Time and Frequency Transfer During Common-View of a GPS Satellite[C]//The 34th Annual Symposium on Frequency Control, Philadelphia, USA, 1980.
- [56] Allan D W, Thomas C. Technical Directives for Standardization of GPS Time Receiver Software: To Be Implemented for Improving the Accuracy of GPS Common-View Time Transfer[J]. *Metrologia*, 1994, 31(1): 69-79.
- [57] Imae M, Suzuyama T, Hongwei S. Impact of Satellite Position Error on GPS Common-View Time Transfer[J]. *Electronics Letters*, 2004, 40(11): 709-710.
- [58] Gao Yuping, Qi Yi, Wang Zhengming. A Dual Frequency GPS Receivers Developed to Compare Time for JATC [J]. *Journal of Time and Frequency*, 2006, 29(1): 6-12. (高玉平, 漆溢, 王正明. 用于JATC远程时间比对的双频GPS接收机[J]. 时间频率学报, 2006, 29(1): 6-12.)
- [59] Ray J, Senior K. Geodetic Techniques for Time and Frequency Comparisons Using GPS Phase and Code Measurements [J]. *Metrologia*, 2005, 42(4): 215-232.
- [60] Lewandowski W, Thomas C. GPS Time Transfer[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1991, 79(7):991-1000.
- [61] Li Zhenghang, Huang Jinsong. GPS Surveying and Data Processing [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2005. (李征航, 黄劲松. GPS测量与数据处理[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005.)
- [62] Larson K M, Levine J. Carrier-Phase Time Transfer [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 1999, 46(4): 1001-1012.
- [63] Nie Guigen. Error Analysis and Application Investigation of Precise Timing and Time Transfer by GPS [D]. Wuhan: Wuhan University, 2002. (聂桂根. 高精度GPS测时与时间传递的误差分析及应用研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2002.)
- [64] Zhang Xiaohong, Cheng Shilai, Li Xingxing, et al. Precise Timing Using Carrier Phase Smoothed Pseudorange from Single Receiver[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2009, 34(4): 463-465. (张小红, 程世来, 李星星, 等. 单站GPS载波平滑伪距精密授时研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2009, 34(4): 463-465.)
- [65] Ge Y L, Zhou F, Dai P P, et al. Precise Point Positioning Time Transfer with Multi-GNSS Single-Frequency Observations [J]. *Measurement*, 2019, 146: 628-642.
- [66] Petit G, Meynadier F, Harmegnies A, et al. Continuous IPPP Links for UTC [J]. *Metrologia*, 2022, 59(4):45007.
- [67] Teunissen P J G, Montenbruck O. Handbook of Global Navigation Satellite Systems [M]. Cham: Springer International Publishing, 2017
- [68] Brumberg V A, Groten E. On Determination of Heights by Using Terrestrial Clocks and GPS Signals[J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(1): 49-54.
- [69] Liu Yang, Shen Wenbin, Xia Min, et al. Determination of Geopotential Difference and Orthometric Height Difference Using GPS Common View [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(6): 640-643. (刘杨, 申文斌, 夏敏, 等. 利用GPS共视法确定重力位差及海拔高差的实验研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(6): 640-643.)
- [70] Li Chun. Time-Frequency Transfer and Elevation Difference from Multi-GNSS Precise Point Positioning[D]. Xiangtan: Xiangtan University, 2020. (李纯. 多系统GNSS精密单点定位时间传递与高程差估计[D]. 湘潭: 湘潭大学, 2020.)
- [71] Jin Shuanggen, Wang Qisheng, Shi Qiqi. Parameters Estimation and Applications from Single to Five-Frequency Multi-GNSS Precise Point Positioning[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(7): 1239-1248. (金双根, 汪奇生, 史奇奇. 单频到五频多系统GNSS精密单点定位参数估计与应用[J]. 测绘学报, 2022, 51(7): 1239-1248.)
- [72] Xu Wei. Research on the Determination of Geopotential by Multi-frequency and Multi-mode GNSS Carrier Phase Time and Frequency signal[D]. Wuhan: Wuhan University, 2022. (徐炜. 多频多模GNSS载波相位时频信号测定重力位的研究[D]. 武汉大学, 2022.)
- [73] Cai C H, Shen W B, Shen Z Y, et al. Geopotential

- Determination Based on Precise Point Positioning Time Comparison: A Case Study Using Simulated Observation[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 204283-204294.
- [74] Wu Fumei, Wei Ziqing. Height Transfer from Land to Island Based on GNSS and EGM2008 Model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(5): 698-703. (吴富梅, 魏子卿. 利用 GNSS 和 EGM2008 模型进行跨海高程传递[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(5): 698-703.)
- [75] Wei Ziqing. Height Modernization Issue[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2001, 26(5): 377-380. (魏子卿. 高程现代化问题[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(5): 377-380.)
- [76] He Lin, Li Jiancheng, Chu Yonghai. The Vertical Shift Between 1985 National Height Datum and Global Vertical Datum[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(7): 768-774. (赫林, 李建成, 褚永海. 1985 国家高程基准与全球高程基准之间的垂直偏差[J]. 测绘学报, 2016, 45(7): 768-774.)
- [77] Jadsuzliwer B, Camparo J. Past, Present and Future of Atomic Clocks for GNSS[J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(1): 27.
- [78] Zhang Xiaohong, Chen Xinghan, Guo Fei. High-Performance Atomic Clock Modeling and Its Application in Precise Point Positioning[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2015, 44(4): 392-398. (张小红, 陈兴汉, 郭斐. 高性能原子钟钟差建模及其在精密单点定位中的应用[J]. 测绘学报, 2015, 44(4): 392-398.)
- [79] Li X X, Ge M R, Dai X L, et al. Accuracy and Reliability of Multi-GNSS Real-Time Precise Positioning: GPS, GLONASS, BeiDou, and Galileo[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(6): 607-635.
- [80] Wang K, Rothacher M. Stochastic Modeling of High-Stability Ground Clocks in GPS Analysis[J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(5): 427-437.
- [81] Yu Heli, Hao Jinming, Liu Weiping, et al. A Time Transfer Algorithm of Precise Point Positioning with Additional Atomic Clock Physical Model[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45(11): 1285-1292. (于合理, 郝金明, 刘伟平, 等. 附加原子钟物理模型的 PPP 时间传递算法[J]. 测绘学报, 2016, 45(11): 1285-1292.)
- [82] Ge Y L, Zhou F, Liu T J, et al. Enhancing Real-Time Precise Point Positioning Time and Frequency Transfer with Receiver Clock Modeling[J]. *GPS Solutions*, 2018, 23(1): 20.
- [83] Zhang X B, Guo J, Hu Y H, et al. Influence of Precise Products on the Day-Boundary Discontinuities in GNSS Carrier Phase Time Transfer[J]. *Sensors*, 2021, 21(4): 1156.
- [84] Huang Guanwen. Research on Quality Evaluation and Precision Clock Error Algorithm of GNSS Satellite Atomic Clock[D]. Xi'an: Chang'an University, 2012. (黄观文. GNSS 星载原子钟质量评价及精密钟差算法研究[D]. 西安: 长安大学, 2012.)
- [85] Zhang Pengfei. The Research of Key Technology and Approach for Time and Frequency Transfer Based on GNSS Carrier Phase Observation[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2019. (张鹏飞. GNSS 载波相位时间传递关键技术与方法研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2019.)
- [86] Lyu D Q, Zeng F L, Ouyang X F, et al. Enhancing Multi-GNSS Time and Frequency Transfer Using a Refined Stochastic Model of a Receiver Clock[J]. *Measurement Science and Technology*, 2019, 30(12): 125016.
- [87] Zhang P F, Tu R, Gao Y P, et al. Improving Galileo's Carrier-Phase Time Transfer Based on Prior Constraint Information[J]. *Journal of Navigation*, 2019, 72(1): 121-139.
- [88] Zhang Xiaohong, Liu Gen, Guo Fei, et al. Model Comparison and Performance Analysis of Triple-Frequency BDS Precise Point Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2124-2130. (张小红, 柳根, 郭斐, 等. 北斗三频精密单点定位模型比较及定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12): 2124-2130.)
- [89] Zhang Baocheng. Study on the Theoretical Methodology and Applications of Precise Point Positioning Using Undifferenced and Uncombined GNSS Data[D]. Wuhan: Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, 2013. (张宝成. GNSS 非差非组合精密单点定位的理论方法与应用研究[D]. 武汉: 中国科学院测量与地球物理研究所, 2013.)
- [90] Odijk D, Zhang B C, Khodabandeh A, et al. On the Estimability of Parameters in Undifferenced, Uncombined GNSS Network and PPP-RTK User Models by Means of S-System Theory[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(1): 15-44.
- [91] Chen J, Jiang Y S, Fan Y, et al. Comprehensive Analysis of the Global Zenith Tropospheric Delay Real-Time Correction Model Based GPT3[J]. *At-*

- mosphere*, 2023, 14(6): 946.
- [92] Li X, Li X X, Jiang Z H, et al. A Unified Model of GNSS Phase/Code Bias Calibration for PPP Ambiguity Resolution with GPS, BDS, Galileo and GLONASS Multi-frequency Observations[J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(3): 84.
- [93] Petit G. Sub- $10^{-16}$  Accuracy GNSS Frequency Transfer with IPPP[J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(1): 22.
- [94] Wu Y F, Shen W B. Simulation Experiments on High-Precision VGOS Time Transfer for Future Geopotential Difference Determination[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 68(6): 2453-2469.
- [95] Shen W B, Zhang P F, Shen Z Y, et al. Testing Gravitational Redshift Based on Microwave Frequency Links Onboard the China Space Station[J]. *Physical Review D*, 2023, 108(6): 064031.
- [96] Wu K C, Shen Z Y, Shen W B, et al. A Preliminary Experiment of Determining the Geopotential Difference Using Two Hydrogen Atomic Clocks and TWSTFT Technique[J]. *Geodesy and Geodynamics*, 2020, 11(4): 229-241.
- [97] Cheng P, Shen W B, Sun X, et al. Measuring Height Difference Using Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(3): 451.
- [98] Shen W B, Sun X, Cai C H, et al. Geopotential Determination Based on a Direct Clock Comparison Using Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer[J]. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 2019, 30(1): 21-31.
- [99] Ramsey N F. History of Early Atomic Clocks[J]. *Metrologia*, 2005, 42(3): S1-S3.
- [100] Diddams S A, Bergquist J C, Jefferts S R, et al. Standards of Time and Frequency at the Outset of the 21st Century[J]. *Science*, 2004, 306(5700): 1318-1324.
- [101] Audoin C, Guinot B. The Measurement of Time: Time, Frequency, and the Atomic Clock[M]. New York: Cambridge University Press, 2001.
- [102] Leschiutta S. The Definition of the 'Atomic' Second[J]. *Metrologia*, 2005, 42(3): S10-S19.
- [103] Arditi M, Carver T R. Pressure, Light, and Temperature Shifts in Optical Detection of 0-0 Hyperfine Resonance of Alkali Metals[J]. *Physical Review*, 1961, 124(3): 800-809.
- [104] Kleppner D, Berg H C, Crampton S B, et al. Hydrogen-Maser Principles and Techniques[J]. *Physical Review*, 1965, 138(4A): A972-A983.
- [105] Bize S, Laurent P, Abgrall M, et al. Cold Atom Clocks and Applications[J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2005, 38(9): S449-S468.
- [106] Clairon A, Laurent P, Santarelli G, et al. A Cesium Fountain Frequency Standard: Preliminary Results[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1995, 44(2): 128-131.
- [107] Guéna J, Abgrall M, Rovera D, et al. Progress in Atomic Fountains at LNE-SYRTE [J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2012, 59(3): 391-410.
- [108] Oelker E, Hutson R B, Kennedy C J, et al. Demonstration of  $4.8 \times 10^{-17}$  Stability at 1 s for Two Independent Optical Clocks [J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(10): 714-719.
- [109] Denker H, Timmen L, Voigt C, et al. Geodetic Methods to Determine the Relativistic Redshift at the Level of  $10^{-18}$  in the Context of International Time-scales: A Review and Practical Results[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(5): 487-516.
- [110] Riehle F, Gill P, Arias F, et al. The CIPM List of Recommended Frequency Standard Values: Guidelines and Procedures[J]. *Metrologia*, 2018, 55(2): 188-200.
- [111] Riehle F. Optical Clock Networks[J]. *Nature Photonics*, 2017, 11(1): 25-31.
- [112] Poli N, Schioppo M, Vogt S, et al. A Transportable Strontium Optical Lattice Clock[J]. *Applied Physics B*, 2014, 117(4): 1107-1116.
- [113] Koller S B, Grotti J, Vogt S, et al. Transportable Optical Lattice Clock with  $7 \times 10^{-17}$  Uncertainty[J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(7): 073601.