



武汉大学学报(信息科学版)

*Geomatics and Information Science of Wuhan University*

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: 广义一步法研究及其仿真  
作者: 邹贤才, 赵敏星, 衷路萍, 潘娟霞  
DOI: 10.13203/j.whugis20240102  
收稿日期: 2024-06-08  
网络首发日期: 2024-06-24  
引用格式: 邹贤才, 赵敏星, 衷路萍, 潘娟霞. 广义一步法研究及其仿真[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版). <https://doi.org/10.13203/j.whugis20240102>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20240102

引用格式：

邹贤才, 赵敏星, 衷路萍, 等. 广义一步法研究及其仿真[J].武汉大学学报(信息科学版),2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240102 (ZOU Xiancai, ZHAO Minxing, ZHONG Luping, et al. Research on the Integrated Approach and its Simulation[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2024,DOI: 10.13203/j.whugis20240102)

## 广义一步法研究及其仿真<sup>1</sup>

邹贤才<sup>1,2</sup>, 赵敏星<sup>1,2</sup>, 衷路萍<sup>3</sup>, 潘娟霞<sup>1,2</sup>

1 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

2 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 湖北 武汉, 430079

3 中国地震局地震研究所, 湖北 武汉, 430071

**摘要：**广义一步法可在观测值层面实现多种空间大地测量技术、多种类型观测数据的整体解算，是多源空间大地测量数据融合和统一产品生成的重要方法。以地基 GNSS(Global Navigation Satellite System)和重力卫星观测数据为例，构建了广义一步法的多级观测数据联合处理模型，描述了其实现方法，并基于自主开发的平台开展了仿真实验。分析使用广义一步法对地球重力场参数、GRACE(Gravity Recovery And Climate Experiment)以及 GPS(Global Positioning System)卫星精密定轨的影响，结果表明，广义一步法中增加 GPS 卫星地面观测后，改善了地球重力场模型的二阶项精度，比只使用 GRACE 卫星观测数据的同解法精度提升了约 70%；同时相较于只使用地面站的 GPS 精密定轨结果，广义一步法中增加的两颗 GRACE 卫星的星载观测可以改善 GPS 卫星轨道精度，总体上 GPS 卫星轨道 3D RMS 平均提升约 4.7%，地面跟踪弧段较短的情况下轨道 3D RMS 最高可提升 54%。

**关键词：**广义一步法；卫星跟踪卫星；地面跟踪 GNSS；星载 GNSS；多级数据融合

## Research on the Integrated Approach and its Simulation

ZOU Xiancai<sup>1,2</sup>, ZHAO Minxing<sup>1,2</sup>, ZHONG Luping<sup>3</sup>, PAN Juanxia<sup>1,2</sup>

1 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Wuhan 430071, China

**Abstract: Objectives:** The Integrated Approach is a significant method that can be used to integrate multi-source spatial geodetic observations. It can achieve an overall solution for various types of observations at the observation level. This paper describes the multilevel observations combination based on the Integrated Approach. **Methods:** The model and technological route of the Integrated Approach are explained using ground-based GNSS (Global Navigation Satellite System) and gravity satellite observations as an example. Simulation experiments are accomplished based on self-developed software. **Results:** The analysis of the effects of the Integrated Approach and the step-by-step method on the parameters of the earth's gravity field, as well as the orbits of GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) and GPS (Global Positioning System) satellites, is presented. The results indicate that the earth's gravity field model parameters solved by the Integrated Approach have smaller errors compared to the Simultaneous Solution, due to the additional GPS orbital observation information. The addition of GRACE satellite observations can improve the GPS satellite orbits of the Integrated Approach compared to the ground station only. On average, the 3D RMS of GPS satellite orbits is improved by about 4.7%, and the orbit 3D RMS improvement is up to 54% of short ground tracking arc. **Conclusions:** These results demonstrate the important role of the Integrated Approach in the recovery of the earth's gravity field and the satellite's precision orbit determination. Future research will continue to use the Integrated Approach for real observation analysis.

**Keywords:** Integrated Approach; Satellite-Satellites Tracking; Ground Tracking GNSS; Satellite-based GNSS; Multilevel Observations Combination

<sup>1</sup> 收稿日期：2024-06-08

**基金项目：**国家自然科学基金 (U23A2028, 41874021, 42192533, 42192532); 中央高校基本科研业务费专项资金资助 (2042023kfyq01)。

**第一作者：**邹贤才, 博士, 教授, 主要研究方向为大地测量学。xczou@whu.edu.cn,

**通信作者：**赵敏星, 博士生。mxzhao@whu.edu.cn

确定地球形状大小、外部重力场、地面参考点的位置及其变化是大地测量的重要任务<sup>[1]</sup>。空间大地测量为上述目标的实现提供了多样化的观测手段，例如甚长基线干涉测量(Very Long Baseline Interferometry, VLBI)、激光测距(Satellite Laser Ranging, SLR; Lunar Laser Ranging, LLR)、全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)和多普勒卫星测轨和无线电定位组合系统(Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite, DORIS)等。除河外射电源外，这些观测技术中卫星或为观测目标，或为观测平台，或兼而有之，构成了高-中-低不同轨道高度的卫星观测网，地面跟踪、卫星间相互跟踪观测，为研究者提供了覆盖地球的不同层次、不同种类、不同网型的观测数据，广泛应用于大地测量、卫星定轨、地球自转、大气海洋和水文学等多种领域<sup>[2]</sup>。不同观测技术的优势各异，多源观测数据的联合解算可以取长补短，发挥出单一技术难以实现的参数解算优势<sup>[3]</sup>。国际地球自转和参考系统服务组织(International Earth Rotation and Reference Systems Service, IERS)的主要工作之一是使用多种空间大地测量技术(GNSS、SLR、VLBI 和 DORIS)建立和维持地球参考框架。IERS 于 2009 年组建了研究多种空间技术观测值层面联合的工作组<sup>[4-5]</sup>，用于研制最优的观测值层面技术联合的解算策略和平台，但由于观测和计算条件的限制，目前最新的 ITRF2020 框架仍然是基于法方程文件实现的技术联合<sup>[3]</sup>。观测值层面的技术联合能得到更严密的解<sup>[4-6]</sup>，可生成统一的包括天球参考框架、地球参考框架、地球定向参数和地球重力场的大地测量产品<sup>[5][7]</sup>，是大地测量学数据处理的发展趋势和研究热点<sup>[8-10]</sup>。

在未来空间基准建设中，几何和物理参数是一体的，重力卫星数据必然是多源数据融合的重要内容<sup>[11-12]</sup>。2004 年 Zhu 提出将导航卫星与重力卫星的观测值联合处理，建立统一的动力学函数关系，同时解算地球重力场模型、导航卫星和重力卫星精密轨道等参数，这种方法称为 Integrated Approach<sup>[13]</sup>，该方法可以将地球的几何参考框架和重力场联系起来，是理论上更加严密的联合多源数据建立地球参考框架的方法。国内将“Integrated Approach”称为“一步法”<sup>[14]</sup>（也译作“整体法”），在具体实现过程中将其进一步细称为“广义一步法”，对应地将固定导航卫星的信息，同时处理重力卫星星载 GNSS 和星间测距数据的方法称为“狭义一步法”<sup>[15]</sup>，也称为“同解法”<sup>[16-17]</sup>。本文均采用一步法指代广义一步法，同解法<sup>[16]</sup>指代狭义一步法。通过对比使用的观测数据和解算的主要参数类型等，可以区分一步法、同解法和地面站解算模式(表 1)，相较于一步法，同解法和地面站是分步法。一步法的数据融合思想与 IERS 提出的基于观测值层面的技术联合是高度一致的<sup>[4]</sup>，研究表明该方法可以有效改善卫星星历、地心和重力场参数的精度<sup>[13][18]</sup>，实现动力学地球参考框架的建立<sup>[4]</sup>。从同解法到一步法需要增加地面 GNSS 观测数据，涉及的观测数据量大，增加的参数众多，联合模型的建立和海量参数的估计存在难度，国内暂未见相关报道。一步法适用场景丰富，本文选择地面 GNSS 观测和 GRACE 星载观测联合确定地球重力场和卫星精密轨道作为研究内容，重点在于一步法技术路线的建立，通过仿真实验探讨目前计算条件下一步法的实现过程和参数解算的优势。

表 1 解算模式的区分

Tab. 1 Different Methods for Earth Gravity Field Recovery

解算模式	观测数据	主要参数	基准来源
地面站	地面 GNSS 观测	GNSS 卫星轨道、钟差等参数	地面测站
同解法	重力卫星星载 GNSS 观测	地球重力场参数	GNSS 卫星精密
	重力卫星星间跟踪观测	重力卫星轨道、钟差等参数	星历和钟差产品
一步法	重力卫星星载 GNSS 观测	地球重力场参数	
	重力卫星星间跟踪观测	重力卫星轨道、钟差等参数	地面测站
	地面 GNSS 观测	GNSS 卫星轨道、钟差等参数	

## 1. 一步法原理与实现方法

### 1.1. 观测模型的统一表达

为了适应不同层次观测技术的解算需求，实现观测值层面的多种观测数据联合解算，首

先要建立多类观测数据的统一模型。以本文所使用的观测数据类型为例，地面 GNSS 观测的双频消电离层观测模型为：

$$\begin{cases} L_{ground_r}^{gnss_s} = \rho(\mathbf{r}_{ground_r}, \mathbf{r}^{gnss_s}) + c(dt_{ground_r} - dt^{gnss_s}) + m_r^s \cdot Z_r + d\rho_{windup} + d\rho + \lambda N_{rs} + \varepsilon_L \\ P_{ground_r}^{gnss_s} = \rho(\mathbf{r}_{ground_r}, \mathbf{r}^{gnss_s}) + c(dt_{ground_r} - dt^{gnss_s}) + m_r^s \cdot Z_r + d\rho + \varepsilon_P \end{cases} \quad (1)$$

其中， $L$  表示载波相位距离观测， $P$  表示测距码伪距观测， $gnss_s$  表示 GNSS 卫星  $s$ ， $ground_r$  表示地面测站  $r$ ， $\mathbf{r}_{ground_r}$  表示测站  $r$  的位置矢量， $\mathbf{r}^{gnss_s}$  表示卫星  $s$  的位置矢量， $\rho(\bullet)$  表示 GNSS 卫星  $s$  和地面测站  $r$  之间的几何距离项， $\rho(\mathbf{r}_{ground_r}, \mathbf{r}^{gnss_s}) = |\mathbf{r}_{ground_r} - \mathbf{r}^{gnss_s}|$ ， $|\bullet|$  表示矢量的模， $dt$  表示钟差改正项， $m_r^s \cdot Z_r$  表示测站的对流层改正项， $m_r^s$  表示映射函数， $Z_r$  表示天顶对流层延迟， $d_{windup}$  表示相位缠绕改正项， $d\rho$  表示残余的高阶电离层影响、PCV、多路径延迟等其他距离改正项， $\lambda$  表示消电离层组合观测值的波长， $N_{rs}$  表示消电离层组合的相位模糊度（不具备整周特性）， $\varepsilon_L$  表示载波相位的观测噪声， $\varepsilon_P$  表示测距码的观测噪声。

重力卫星星载 GNSS 观测的双频消电离层观测模型为：

$$\begin{cases} L_{leo_g}^{gnss_s} = \rho(\mathbf{r}_{leo_g}, \mathbf{r}^{gnss_s}) + c(dt_{leo_g} - dt^{gnss_s}) + d\rho + \lambda N_{gs} + \varepsilon_L \\ P_{leo_g}^{gnss_s} = \rho(\mathbf{r}_{leo_g}, \mathbf{r}^{gnss_s}) + c(dt_{leo_g} - dt^{gnss_s}) + d\rho + \varepsilon_P \end{cases} \quad (2)$$

除了  $leo_g$  表示重力卫星  $g$ ，这里的符号与地面站模型中的一致， $\mathbf{r}_{leo_g}$  表示重力卫星  $g$  的位置矢量， $N_{gs}$  表示星载 GNSS 的消电离层组合相位模糊度。需要注意的是，重力卫星的轨道高度大于 200 km，可以忽略对流层影响。

重力卫星任务 GRACE 采用 K/Ka 波段测距系统提供星间跟踪观测，距离变率的观测(K-band Range-Rate, KBRR)模型为：

$$RR_{leo_g}^{leo_j} = \dot{\rho}(\mathbf{r}_{leo_g}, \mathbf{r}^{leo_j}) + d\dot{\rho}_{light\_time} + d\dot{\rho}_{ant\_center} + \varepsilon_{RR} \quad (3)$$

其中  $RR$  代表距离变率观测量， $\dot{\rho}(\bullet)$  表示两颗卫星之间的几何距离对于时间的导数函数， $d\dot{\rho}_{light\_time}$ 、 $d\dot{\rho}_{ant\_center}$  分别是光行时改正和天线相位中心改正对应的距离变率改正项，重力卫星  $leo_g$  表示信号接收端的卫星， $leo_j$  表示信号发射端的卫星。

经分析，以上观测模型可以归纳为观测站、观测目标状态之间的泛函：

$$O = f(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}^o, \mathbf{p}) + \varepsilon \quad (4)$$

观测模型是包括观测站状态  $\mathbf{r}_s$ 、观测目标状态  $\mathbf{r}^o$ 、与观测改正模型有关的参数  $\mathbf{p}$  的函数  $f(\bullet)$ ， $\varepsilon$  为观测的偶然误差， $O$  代表了上述地面 GNSS 观测、重力卫星星载 GNSS 观测和星间跟踪观测的广义观测值。为了方便描述具体的观测技术模型，这里区分了观测站和观测目标，实际上一个对象可以同时充当观测站和观测目标，在具体的算法设计时观测站和观测目标等价处理，均为“观测体”。同时，在这样的统一观测模型中，并不需要区分是属于高轨、中轨还是低轨卫星，所有卫星采用相同的方式描述，均基于轨道动力学模型进行轨道积分。这种方式可以保持不同技术中相同模型的一性，消除由于模型不同可能引入的系统误差，避免“观测体”模型的冗余。不同观测技术的相同模型参数是进行联合处理的纽带，例如地球重力场参数就是地面 GNSS 观测、星载 GNSS 观测和星间距离变率的公共参数，此外，导航卫星、重力卫星的轨道初值等参数也是部分观测的共同参数。

## 1.2. 待估参数的统一描述

接下来介绍对于参数的统一处理方法。在估计参数时，设计矩阵根据需要估计的参数对应给出，可以将参数分为与观测改正模型有关的直接参数、与观测体有关的间接参数。参数矢量形式为  $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{r} \ \mathbf{p} \ \mathbf{X}]$ ，其中  $\mathbf{r}$  和  $\mathbf{p}$  为直接参数，分别表示观测体状态参数和几何距离改正模型参数，参数  $\mathbf{X}$  则为间接参数，表示与观测体状态函数有关的参数，这些参数对应的设计矩阵部分为：

$$\frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}} \quad \frac{\partial O}{\partial \mathbf{p}} \quad \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{X}} \quad (5)$$

在本文的一步法解算中，参数  $\mathbf{r}$  涵盖  $\mathbf{r}_{ground_r}$ 、 $\mathbf{r}^{gnss_s}$ 、 $\mathbf{r}_{leo_g}$ 、 $\mathbf{r}^{leo_j}$ ，参数  $\mathbf{p}$  包括  $dt_{ground_r} / dt_{leo_g} / dt^{gnss_s}$ 、 $N_{rs} / N_{gs}$ 、 $Z_r$ ，参数  $\mathbf{x}$  包括地球重力场模型参数  $p_{egm}$ 、卫星的轨道初值  $p_{t_0}$ 、GNSS 卫星的太阳辐射压模型参数  $p_{srp}$ 、重力卫星加速度校准参数  $p_{acc}$  等。这些不同参数对应的设计矩阵元素的计算，对应参数各自的数学模型，诸如轨道动力学模型、地面测站线性模型、各种技术的观测模型等，这些模型作为单独的模块，根据观测值类型的需要进行调用。例如，地球重力场模型在 GNSS 和重力卫星的轨道摄动模型中均起作用，因此设计矩阵中对地球重力场参数的偏导数计算有：

$$\begin{cases} \frac{\partial O_{ground_r}^{gnss_s}}{\partial p_{egm}} = \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}^{gnss_s}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^{gnss_s}}{\partial p_{egm}} \\ \frac{\partial O_{leo_g}^{gnss_s}}{\partial p_{egm}} = \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}_{leo_g}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{leo_g}}{\partial p_{egm}} + \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}^{gnss_s}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^{gnss_s}}{\partial p_{egm}} \\ \frac{\partial O_{leo_g}^{leo_j}}{\partial p_{egm}} = \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}_{leo_g}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{leo_g}}{\partial p_{egm}} + \frac{\partial O}{\partial \mathbf{r}^{leo_j}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}^{leo_j}}{\partial p_{egm}} \end{cases} \quad (6)$$

这里的观测值类型包括载波相位、测距码伪距和星间距离变率。在不同类型的观测值进行联合处理时，观测值的初始权重来自经验值，解算过程中采用方差分量估计方法对不同类别观测值的权重进行调整。

为了解算中高阶重力场，通常采用一个月的观测数据，钟差这类历元参数数量巨大，会导致一步法中的参数难以进行高效解算。因此在组建法方程时，需要对参数进行分类和排列，获得利于高效解算的特定法方程结构。比如，将与特定卫星有关的参数、与特定测站有关的参数和全局参数按照一定的顺序进行排列（图 1 仅为示意，实际时段参数会存在交叉部分），最大限度地利用法方程的稀疏矩阵特性及相应算法提升计算效率<sup>[19-20]</sup>。

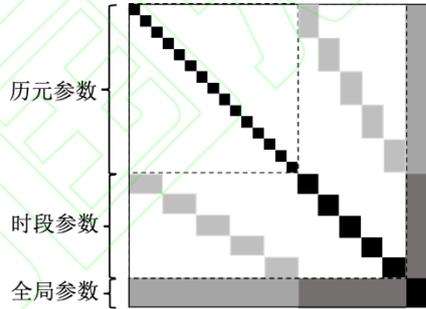


图 1 法方程参数排列和结构示意图

Fig. 1 Schematic of the Parameter Arrangement and Structure of the Normal Equation

根据不同参数的特性，例如属于不同观测体（测站/导航卫星/重力卫星等）、不同模型类别（轨道初值、加速度计、重力场等），对参数进行分类和排列，建立一个统一的参数配置文件。该文件用于实现不同技术类别待估参数的统一管理，使观测层面联合的参数解算成为可能，通过合理的参数消元策略，可进行公共参数和非公共参数的统一解算。此外，通过这种方式可以将需要解算的模型参数与具体的观测技术以及具体的观测数据文件进行解耦合，为多参数估计及其并行计算提供极大的灵活性。在这种模式下，如果增加新的观测技术，只需要修改法方程组建部分的模型；而如果增加新的估计参数，只要待估参数可以定义为全局参数、时段参数或者历元参数，将其表示在统一的参数文件中，不需要对参数解算部分的算法进行修改，即可纳入现有解算参数的框架统一处理。

本团队一直从事卫星重力场建模方面的研究，基于上述一步法的统一思想自主开发了大地测量数据处理平台，平台基于 Linux/UNIX 环境开发，核心代码使用 Fortran 语言，部分代码采用 c 编写，通过 Shell 脚本进行流程定义，以命令行模式运行。早期根据任务计算量软件采用多线程并行，现在已经迭代发展至 MPI/OpenMP 混合并行模式<sup>[21]</sup>。目前平台可以支持 SLR、GNSS 和低轨 GRACE/GOCE 重力卫星数据的单独和联合处理，可以进行地球重力场参数反演、卫星精密定轨、地心时间序列解算、加速度计校准等<sup>[22-23]</sup>，本文的一步法相关

的仿真实验均使用该软件平台进行。为实现一步法解算，实验中所有计算工作均在高性能计算集群上进行，集群上每节点 2 个 AMD 7313 CPU（共 32 核），操作系统为 Ubuntu，集群使用 slurm 作业调度系统。以本文的最大计算量为例，实验中使用一个月的观测，包括地基 GNSS 弧段 3100 个、GRACE 星载 GNSS 弧段 906 个、GRACE KBRR 弧段 401 个，法方程单个弧段计算需要约 3 分钟左右，按照弧段进行并行计算，在集群上提交至 10 个节点并行，生成法方程耗时约 40 分钟。另外，一步法待估参数包括地球重力场参数、卫星轨道参数、模糊度参数约 52 万个，钟差参数约 2700 万个，参数解算采用并行算法在集群上使用 10 个节点并行，单次迭代时间约 3 小时，计算时间是可接受的。

## 2. 仿真实验与分析

一步法仿真的具体实验内容包括（1）使用 IGS(International GNSS Service)地面跟踪站和 GPS 轨道初值<sup>[24]</sup>，仿真地面站的 GPS 跟踪数据，用仿真观测值进行 GPS 卫星精密轨道确定；（2）使用真实加速度计观测数据仿真 GRACE 卫星轨道，联合（1）仿真的 GPS 精密轨道结果获得 GRACE 星载 GPS 和 KBRR 仿真观测值，通过同解法进行 GRACE 卫星精密轨道和地球重力场的确定；（3）综合前两步骤的仿真数据，联合“地面 GPS+GRACE”观测数据实现卫星精密轨道和地球重力场的一步法解算。仿真实验的流程如图 2 所示，实验选择的时间为 2009 年 8 月时段，共选取了 100 个 IGS 的地面跟踪站，这些站点的具体分布如图 3 所示，实验中使用的卫星为 GPS 星座 32 颗卫星和 GRACE A/B 两颗卫星，使用的具体模型和策略如表 2 所示。关于参数解算策略，设置如下：由于 GPS 和 GRACE 卫星轨道高度（GPS 约 22000km，GRACE 约 300-500km）和轨道倾角（GPS:  $55^\circ$ ，GRACE:  $89^\circ$ ）不同，对重力场参数的敏感性不同，GRACE 卫星可以探测的信号阶数远大于 GPS 卫星，实验中 GRACE 估计的重力场参数最大阶数设置为 60 阶，GPS 设置为 2 阶，重力场参数为月解；GRACE 卫星轨道初值每个弧段估计一组，加速度计参数包括尺度和偏差参数，其中尺度参数一个月估计一组，偏差参数每个弧段估计一组，弧段长度为 1.5 h；GPS 卫星轨道初值和太阳辐射压模型 ECOM 参数均为每天估计一组；实验中固定 GPS 卫星的钟差作为钟差基准，地面站和 GRACE 卫星的接收机钟差均作为历元参数进行估计；模糊度参数是消电离层组合模糊度，不具备整数特性，估计为浮点解。

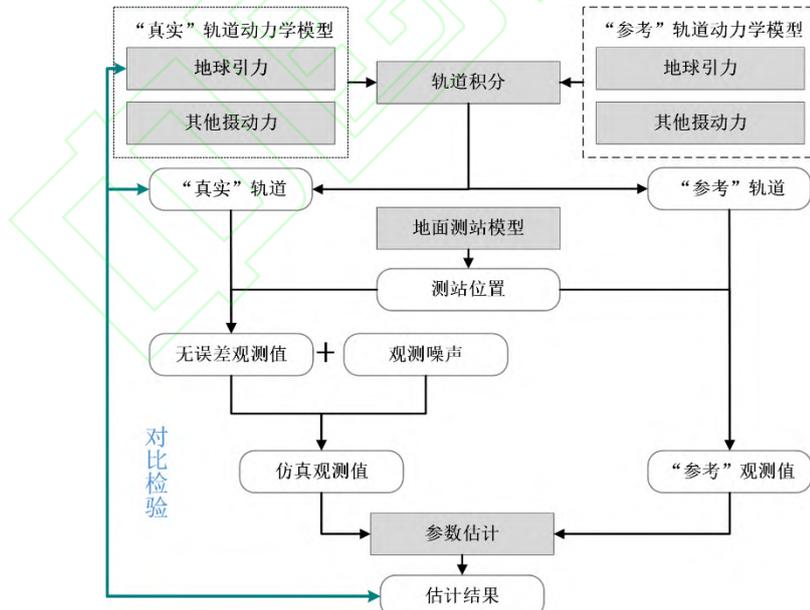


图 2 一步法仿真实验流程

Fig. 2 Experimental Flow of Integrated Approach Simulation

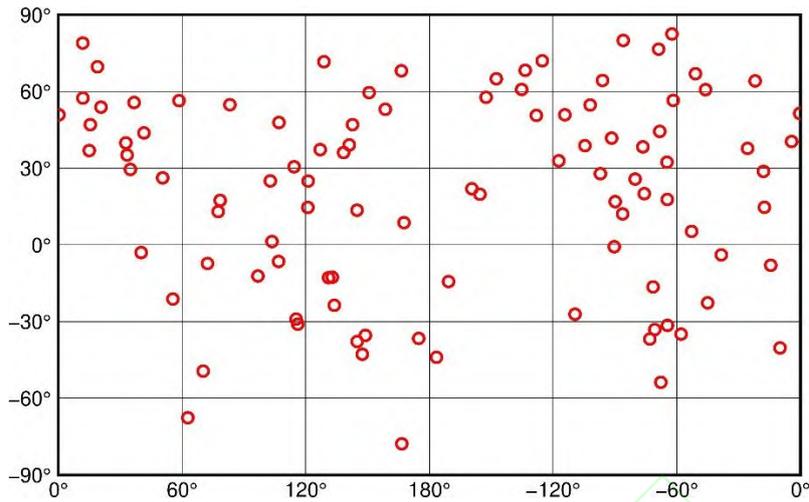


图 3 一步法仿真实验选择的 IGS 地面测站全球分布图

Fig. 3 Global Distribution of IGS Ground Stations Selected for the Integrated Approach Simulations

表 2 一步法仿真实验模型和解算策略总结

Tab. 2 Summary of Models and Strategies for Integrated Approach Simulations

类型	“真实”模型	“参考”模型	备注
<b>轨道动力学模型</b>			
地球引力	EIGEN-6C4 <sup>[25]</sup>	设置的偏差模型	200 阶次
地球引力时变	2-4 阶改正	2-4 阶改正	IERS 2010 协议
N 体引力	JPL DE405	JPL DE405	
固体潮、极潮	IERS 2010 协议 <sup>[26]</sup>	IERS 2010 协议	
海潮	EOT11a	EOT11a	120 阶次
大气与海洋产品	AOD1B RL05 <sup>[27]</sup>	AOD1B RL05	100 阶次
相对论效应	IERS 2010 协议	IERS 2010 协议	
太阳辐射压	GPS ECOM 经验模型 <sup>[28]</sup>	GPS ECOM 经验模型	
其他非保守力	GRACE 加速度计观测	GRACE 加速度计观测	GRACE 卫星非保守力采用加速度计实测数据
	GPS 未考虑	GPS 未考虑	
地球参考框架	GRACE 加速度计观测	GRACE 加速度计观测	
	ITRF2014 <sup>[29]</sup>	ITRF2014	
地球定向参数	IERS EOP 14 C04 产品 <sup>[29]</sup>	IERS EOP 14 C04 产品	
岁差章动模型	IAU 2006/2000A	IAU 2006/2000A	
<b>观测模型及误差</b>			
星座	GPS+GRACE A/B	GPS+GRACE A/B	
GPS 观测值	仿真 GPS L1/L2 伪距、载波相位	双频非差消电离层组合	
KBRR 观测值	仿真 GRACE KBRR	GRACE KBRR	
加速度计观测值	GRACE 实测数据+设置的校准参数	GRACE 实测数据	
时段	2009 年 8 月	2009 年 8 月	
采样间隔	10 s	10 s	
截止高度角	10 度	10 度	
观测值误差	GPS 伪距 0.2 m	GPS 伪距 1 m	解算中采用方差分量估计调整观测值类型权重, 设置 KBRR 观测值权重为 1
	GPS 载波相位 0.002 m	GPS 载波相位 0.01 m	
	KBRR 10 <sup>-7</sup> m/s	KBRR 10 <sup>-6</sup> m/s	
相对论效应	IERS 2010 协议	IERS 2010 协议	
其他改正项	未考虑	未考虑	

一步法解算时的方差分量估计收敛情况如表 3 所示, 3 次迭代即可收敛, 收敛后方差分量和仿真实验设置的观测误差水平一致。在仿真实验中, 通过将同解法、一步法、地面站

模式各参数解算结果与“真实”模型中的真实值进行对比,分析一步法参数解算结果的有效性及其改善程度。

表 3 一步法仿真实验单位权方差因子收敛情况

Tab. 3 Convergence of the Unit Weight Variance Factor of Integrated Approach Simulation

迭代	0	1	2	3	4	5
KBRR	1.0000E-6	0.7839E-06	0.1074E-06	0.1069E-06	0.1065E-06	0.1065E-06
GNSS	1.0000E-8	0.1723E-06	0.7838E-06	0.1074E-06	0.1069E-06	0.1065E-06
比值	100.0000	4.5487	0.1370	0.9953	0.9962	1.0000

## 2.1. 地球重力场

首先,对一步法和同解法解算的地球重力场参数的误差及其分布进行对比和分析,图 4 展示了一步法和同解法估计的地球重力场位系数的阶误差 RMS。仿真实验中同解法使用的观测数据是 GRACE 星载 GPS 和 KBRR 数据,一步法在此基础上增加了 100 个地面站的 GPS 观测数据。加入 GPS 卫星的轨道动力学信息后,地球重力场二阶项的阶误差显著降低,一步法解算的重力场二阶项精度比同解法提升约 70%。

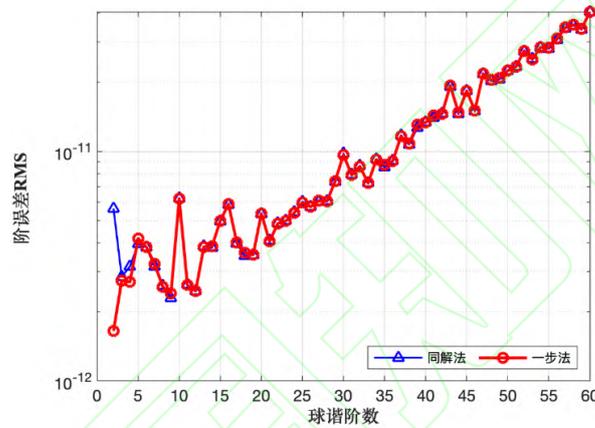


图 4 一步法和同解法地球重力场参数阶误差对比

Fig. 4 Comparison of the Degree Errors of the Earth's Gravity Field Parameters Between Integrated Approach and Simultaneous Solution

表 4 列出了一步法、同解法、地面站模式的 5 个地球重力场二阶项系数解算误差,并对比分析了各种类型观测数据解算二阶项系数的性能。可以看到,由于 GRACE 轨道特性、海潮  $S_2$  混频等影响,同解法  $C_{20}$  解算结果精度较差<sup>[30-31]</sup>,地面站模式下 GPS 卫星可以较好恢复  $C_{20}$ ,因此一步法中引入了 GPS 卫星的轨道信息后可以显著改善  $C_{20}$  的精度,相对同解法精度提高了 54%。除  $C_{20}$  外,一步法解算其他二阶项系数的精度也有所提高,尤其是  $C_{21}$  和  $S_{21}$ ,精度均提高了 70%,从表 4 可以看出这也归功于引入的 GPS 卫星轨道信息。虽然 GPS 卫星解算  $C_{22}$ 、 $S_{22}$  的精度不及 GRACE 高,一步法的解算结果相对同解法仍有 8%-9% 的提高。

表 4 一步法和分步法解算的重力场模型二阶项系数的误差对比

Tab. 4 Errors in Degree-2 Coefficients of Gravity Field Models Recovered by Integrated Approach and Step-by-step Method

球谐系数	一步法	同解法	地面站	一步法相对于同解法改善	一步法相对于地面站改善
$C_{20}$	5.6649E-13	1.2410E-12	6.4271E-13	54.35%	11.86%
$C_{21}$	2.2101E-13	7.4246E-13	2.3631E-13	70.23%	6.47%
$S_{21}$	2.2198E-13	7.4195E-13	2.3648E-13	70.08%	6.13%
$C_{22}$	6.5121E-13	7.0967E-13	1.5122E-12	8.24%	56.94%
$S_{22}$	6.7953E-13	7.4995E-13	1.4814E-12	9.39%	54.13%

以上结果表明,一步法解算的每个重力场二阶系数都优于分步法的结果,该方法可以改善单独使用 GRACE 数据或者地面 GPS 数据解算的地球重力场低阶项系数的精度,得到一

个综合 GRACE 和 GPS 的高阶地球重力场模型。

## 2.2. GRACE 卫星轨道

一步法和同解法解算的 GRACE A 卫星一个月轨道径向方向(R)、沿轨方向(T)、轨道法向方向(N)的误差分布如图 5 所示, GRACE B 卫星的情况类似。对于 GRACE 卫星轨道, 使用一步法和同解法解算的结果一致, 通过统计分析(表 5), 可以看到一步法的轨道 RMS 略微优于同解法, 两者的误差水平基本相当。

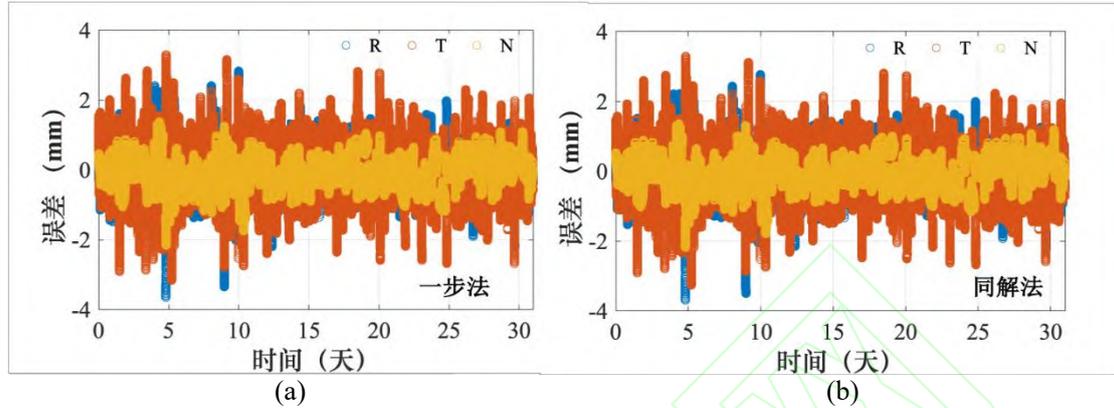


图 5 GRACE A 卫星一步法和同解法的轨道误差对比

Fig. 5 Comparison of GRACE A Satellite Orbit Errors Between Integrated Approach and Simultaneous Solution

表 5 一步法和同解法的 GRACE 卫星轨道误差 RMS 对比(单位: mm)

Tab. 5 Comparison of GRACE Satellites Orbit Error RMS Between Integrated Approach and Simultaneous Solution (Unit: mm)

方法	GRACE A				GRACE B			
	R	T	N	3D	R	T	N	3D
一步法	0.4222	0.6620	0.4240	0.8923	0.4297	0.6760	0.3925	0.8920
同解法	0.4228	0.6634	0.4237	0.8936	0.4307	0.6775	0.3958	0.8951

## 2.3. GPS 卫星轨道

对一步法和只使用地面站的 GPS 卫星定轨结果进行对比分析。解算使用的 GPS 卫星共 32 颗, 各颗卫星整个月的 R、T、N 方向的轨道误差统计结果如图 6 所示。总体来讲, 地面站和一步法的轨道精度水平相当。但相较于地面站的定轨结果, 由于增加了 GRACE 卫星的星载观测, 一步法的 GPS 卫星轨道精度有所改善, 例如图 6 地面站模式中误差较为明显的 GPS G05 卫星。需要指出的是, 仿真实验中 GPS 卫星以一天为间隔进行轨道相关参数的设置, 这个月的数据中 G05 卫星从 2009-08-21 17:30 后才有跟踪数据, 因此 G05 卫星在 2009-08-21 这一天是一个约 6 h 的短弧段, 且 G05 卫星在整个月中用于统计分析的时间序列远短于其他卫星。不同于常规的 24 h 弧段有 100 个地面测站跟踪观测, 在 G05 卫星 2009-08-21 这一天的 17:30-24:00 弧段, 跟踪到该卫星的地面站个数只有 63 个, 一步法中增加的 GRACE 星载观测值个数占总观测值个数的比例从日平均的 1.3% 上升至 2.7%, 且补充了测站的分布(图 7), 最终该弧段的卫星轨道精度在 N 方向提升约 66%, 3DRMS 提升约 54%(表 6)。整个月统计中, 一步法解算的 GPS G05 卫星轨道法向 N 方向的精度比地面站提升了约 50%, 3D RMS 提升了 34%; 除 GPS G05 卫星外, 相较于地面站, 一步法的轨道精度在轨道 R 方向最高提升了 13%, 在轨道 T 方向最高提升了 15%, 在轨道 N 方向最高提升了 13%, 3D RMS 最高提升了 10%; 对于所有 GPS 卫星(不包括 G05 卫星), 一步法的轨道精度在 R、T、N 方向平均提升约 2.4%、4.9%、5.0%, 3D RMS 平均提升约 4.7%。

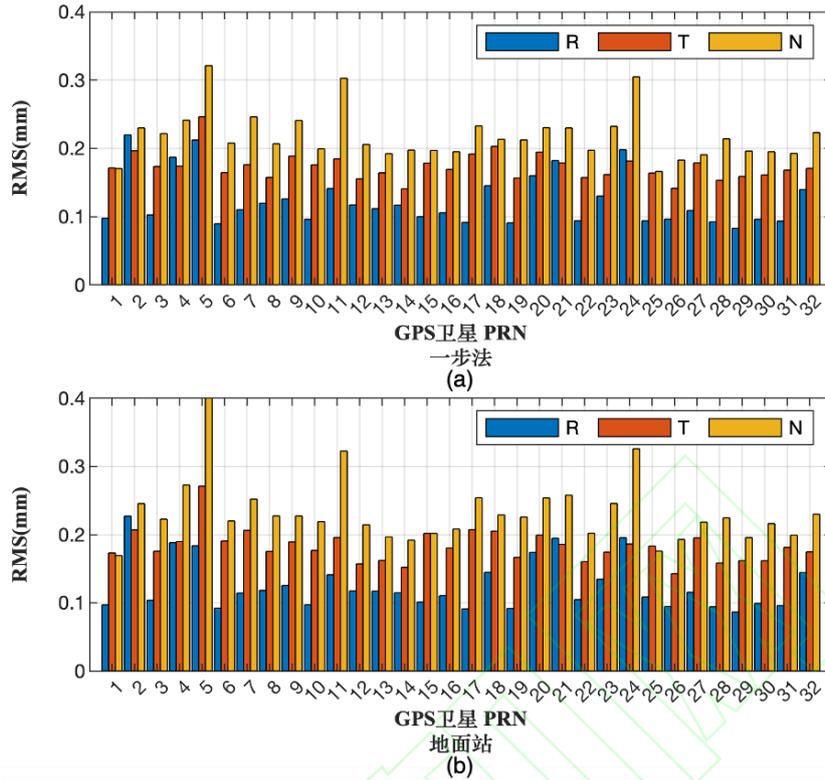


图 6 一步法和地面站 GPS 卫星轨道误差 RMS 对比

Fig. 6 Comparison of GPS Satellite Orbit Error RMS Between Integrated Approach and Ground-Station-Only

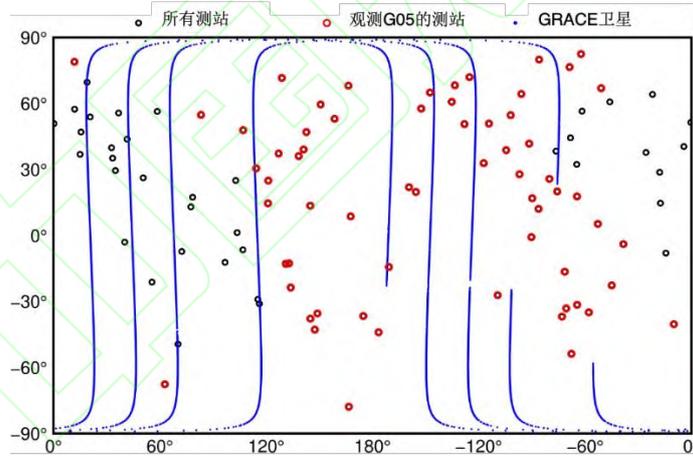


图 7 2009-08-21 弧段跟踪观测 GPS G05 卫星的地面测站和 GRACE 卫星分布

Fig. 7 Ground Stations and GRACE Satellites Tracked GPS G05 Satellites on 2009-08-21

表 6 一步法和地面站的 GPS G05 2009-08-21 弧段卫星轨道误差 RMS 对比(单位: mm)

Tab. 6 Comparison of GPS G05 Satellite Orbit Error RMS(2009-08-21) Between Integrated Approach and

Ground-Station-Only (Unit: mm)

方法	R	T	N	3D
一步法	0.8933	0.7759	1.2141	1.6953
地面站	0.4033	0.9790	3.5646	3.7185

### 3. 总结

本文介绍了一步法方法原理、算法设计思路和具体实现。基于“观测模型统一表达、参数统一描述”的思想，以 MPI/OpenMP 混行技术克服一步法的计算瓶颈，并以联合地基 GPS 观测、GRACE 星载 GPS 观测、GRACE 星间跟踪 KBRR 观测数据反演重力场、轨

道、模糊度、钟差等参数为例做了仿真研究。已有计算条件下,顾及卫星重力观测数据与重力场建模的广义一步法具备了大规模应用的基础。本文仿真实验表明,一步法解算的地球重力场模型的阶误差比同解法低,二阶项精度可以达到70%的改善效果,一步法综合了GRACE和GPS卫星的轨道特征,解算的二阶项所有系数均优于分步法;增加了GRACE的星载GNSS观测值后,一步法GPS卫星轨道精度与只用地面站的轨道精度相比总体有所改善,3D RMS平均提升约4.7%,其中地面跟踪时间短的弧段(约6 h),由于GRACE卫星数据的加入有效改善了观测几何结构,轨道3D RMS提升高达54%。这些结果初步说明了广义一步法在地球重力场恢复和卫星联合定轨中的重要作用,后续将继续开展使用一步法进行地球重力场、地心运动、地球自转等更多参数的联合反演及分析的相关工作。

## 参考文献

- [1] YAO Yibin, YANG Yuanxi, SUN Heping, et al. Geodesy Discipline: Progress and Perspective[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2020, 49(10):1243-1251.(姚宜斌, 杨元喜, 孙和平, 等.大地测量学科发展现状与趋势[J]. 测绘学报, 2020, 49(10): 1243-1251.)
- [2] International Association of Geodesy (IAG). Global Geodetic Observing System (GGOS) Geodetic Observations [EB/OL]. [2024-01-12]. <https://ggos.org/obs/>
- [3] Altamimi, Z., Rebischung, P., Collilieux, X. et al. ITRF2020: an Augmented Reference Frame Refining the Modeling of Nonlinear Station Motions[J]. Journal of Geodesy, 2023, 97:47.
- [4] Koenig D, A Terrestrial Reference Frame Realised on the Observation Level Using a GPS-LEO Satellite Constellation. Journal of Geodesy[J]. 2018, 92(11): 1299-1312.
- [5] Gambis, D., Richard, J.Y., Biancale, R., Bizouard, C. Why Combining at the Observation Level?[C]. International Association of Geodesy Symposia. 2013. 138. Springer, Berlin, Heidelberg.
- [6] Coulot D, Berio P, Biancale R, et al. Toward a Direct Combination of Space-Geodetic Techniques at the Measurement Level: Methodology and Main Issues[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2007,112(B5).
- [7] Pollet, A., Coulot, D., Biancale, R. et al. GRGS Numerical Simulations for a GRASP-like Mission [J]. Journal of Geodesy, 2023,97:45.
- [8] Delva, P., Altamimi, Z., Blazquez, A. et al. GENESIS: Co-Location of Geodetic Techniques in Space[J]. Earth Planets Space. 2023. 75:5.
- [9] Sebastian Strasser. Reprocessing Multiple GNSS Constellations and a Global Station Network from 1994 to 2020 with the Raw Observation Approach[D]. Graz :Graz University of Technology. 2022.
- [10] Wang, J., Ge, M., Glaser, S. et al. Improving VLBI Analysis by Tropospheric Ties in GNSS and VLBI Integrated Processing[J]. Journal of Geodesy, 2022, 96:32.
- [11] NING Jinsheng, WANG Zhengtao, CHAO Nengfang. Research Status and Progress in International Next-Generation Satellite Gravity Measurement Missions[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2016, 41(1): 1-8.(宁津生,王正涛, 超能芳. 国际新一代卫星重力探测计划研究现状与进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(1): 1-8.)
- [12] LUO Zhicai, ZHONG Bo, ZHOU Hao, WU Yunlong. Progress in Determining the Earth's Gravity Field Model by Satellite Gravimetry[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2022, 47(10): 1713-1727. (罗志才, 钟波, 周浩, 吴云龙. 利用卫星重力测量确定地球重力场模型的进展[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10): 1713-1727.)
- [13] Zhu S, Reigber C, König R. Integrated Adjustment of CHAMP, GRACE, and GPS Data[J]. Journal of Geodesy, 2004,78(1):103-108.
- [14] XIAO Yun. Research on the Earth Gravity Field Recovery from Satellite-to-Satellite Tracking Data[D]. Zhengzhou: Information Engineering University. 2006. (肖云. 基于卫星跟踪卫星数据恢复地球重力场的研究[D]. 郑州:信息工程大学. 2006)
- [15] YAN Zhichuang. Precision Orbit Determination of GRACE Satellite and Recovery of Earth Gravity Field by Integrated Approach[D].Zhengzhou: Information Engineering University. 2016. (闫志闯. GRACE 卫星精密轨道确定与一步法恢复地球重力场[D].郑州:信息工程大学.2016.)
- [16] ZOU Xian-Cai, ZHONG Lu-Ping, LI Jian-Cheng. Simultaneous Solution for Precise Satellite Orbit and Earth Gravity Model[J]. Chinese Journal of Geophysics (in Chinese), 2016, 59(7): 2413-2423. (邹贤才, 衷路萍, 李建成. 卫星精密定轨与重力场建模的同解法[J]. 地球物理学报, 2016, 59(7): 2413-2423.)
- [17] GUO Nannan, ZHOU Xuhua WU Bin, et al. A Model of the Time-Variable Gravity Field Inverted from Combined GRACE on-board GPS and KBR Range Rate Data[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2017, 60(7): 2568-2577.(郭南男,周旭华,吴斌,等.联合星载 GPS 和 KBRR 星间测速数据反演 GRACE 时

- 变重力场模型[J]. 地球物理学报. 2017, 60(7): 2568-2577)
- [18] König R, Reigber C, Zhu S Y. Dynamic Model Orbits and Earth System Parameters from Combined GPS and LEO data[J]. *Advances in Space Research*, 2005,36(3):431-437.
- [19] ZOU Xiancai. Theory of Satellite Orbit and Earth Gravity Field Determination [D]. Wuhan : Wuhan University. 2007. (邹贤才.卫星轨道理论与地球重力场模型的确定[D]. 武汉:武汉大学. 2007.)
- [20] WANG Qingbin. Study on the Recovery of Gravitational Potential Model with Dynamical Method[D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University .2009. (王庆宾.动力法反演地球重力场模型研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学. 2009.)
- [21] ZOU Xiancai, LI Jiancheng, WANG Haihong, XU Xinyu. Application of Parallel Computing with OpenMP in Data Processing for Satellite Gravity[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* ,2010, 39(6):636-641. (邹贤才,李建成,汪海洪,徐新禹. OpenMP 并行计算在卫星重力数据处理中的应用 [J]. 测绘学报, 2010,39(6): 636-641.)
- [22] PAN Juanxia, Internal Calibration of GOCE Gravity Gradient and Determination of the Earth's Gravity Field[D]. Wuhan: Wuhan University. 2021. (潘娟霞.GOCE 卫星重力梯度内部校准及重力场确定[D]. 武汉: 武汉大学.2021.)
- [23] ZHONG Luping. Research on Determination of Geocenter Motion and Low-degree Time-variable Earth Gravity Field Model using SLR[D]. Wuhan: Wuhan University. 2022. (衷路萍.利用 SLR 确定地心运动及地球低阶时变重力场的关键技术研究[D].武汉:武汉大学.2022.)
- [24] Johnston, G., Riddell, A., Hausler, G. The International GNSS Service. Teunissen, Peter J.G., & Montenbruck, O. (Eds.), Springer Handbook of Global Navigation Satellite Systems (1st ed)[M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2017: 967-982.
- [25] Foerste, Christoph, Bruinsma, Sean.L., Abrikosov, Oleg, Lemoine, Jean-Michel, Marty, Jean Charles, Flechtner, Frank, Balmino, G., Barthelmes, Franz, Biancale, Richard. EIGEN-6C4 The Latest Combined Global Gravity Field Model Including GOCE Data up to Degree and Order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse[EB/OL]. GFZ Data Services. 2014[2024-03-22]. <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>
- [26] Gérard Petit and Brian Luzum (eds.). IERS Conventions (2010)[M]. (IERS Technical Note , 36) Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010. 179 pp., ISBN 3-89888-989-6
- [27] Dobslaw H, Flechtner F, Bergmann-Wolf I, et al. Simulating High-Frequency Atmosphere-Ocean Mass Variability for Dealiasing of Satellite Gravity Observations: AOD1B RL05[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2013,118(7):3704-3711.
- [28] Arnold D, Meindl M, Beutler G, et al. CODE's New Solar Radiation Pressure Model for GNSS Orbit Determination[J]. *Journal of Geodesy*, 2015,89(8):775-791.
- [29] Altamimi Z, Rebischung P, Métivier L, et al. ITRF2014: A New Release of the International Terrestrial Reference Frame Modeling Nonlinear Station Motions[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016,121(8):6109-6131.
- [30] Seo K, Wilson C R, Chen J, et al. GRACE's Spatial Aliasing Error[J]. *Geophysical Journal International*. 2008, 172(1): 41-48.
- [31] Cheng M, Ries J. The unexpected signal in GRACE estimates of  $C_{20}$ [J]. *Journal of Geodesy*. 2017, 91(8): 897-914.

#### 网络首发:

标题: 广义一步法研究及其仿真

作者: 邹贤才, 赵敏星, 衷路萍, 潘娟霞

收稿日期: 2024-06-08

DOI:10.13203/j.whugis20240102

#### 引用格式:

邹贤才, 赵敏星, 衷路萍, 等. 广义一步法研究及其仿真[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240102 (ZOU Xiancai, ZHAO Minxing, ZHONG Luping, et al. Research on the Integrated Approach and its Simulation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240102)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别，请以正式出版文件为准！

---

您感兴趣的其他相关论文：

**BDS-3 多频伪距定位性能分析**

刘明亮, 安家春, 王泽民, 张保军, 宋翔宇

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(6): 902-910.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200714>

**BDS-3 和 Galileo 组合的 RTK 定位性能分析**

糜晓龙, 袁运斌, 张宝成

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1): 113-118.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200483>

**GNSS 接收机伪距偏差确定方法及其对定位的影响**

耿涛, 李钟兴, 谢新, 马壮, 赵齐乐

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(7): 1134-1145.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20210276>

