



武汉大学学报(信息科学版)

Geomatics and Information Science of Wuhan University

ISSN 1671-8860,CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目： 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面
作者： 李保金，薛树强，肖圳，朱冀星
DOI： 10.13203/j.whugis20240005
收稿日期： 2024-06-11
网络首发日期： 2024-07-15
引用格式： 李保金，薛树强，肖圳，朱冀星. 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20240005>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20240005

引用格式：

李保金, 薛树强, 肖圳, 等. 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240005 (LI Baojin, XUE Shuqiang, XIAO Zhen, et al. Inversion of Sound Speed Profile using GNSS-A Observations with Prior Sound Speed Structure Constraint[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240005)

附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面

李保金¹, 薛树强^{1,2}, 肖圳¹, 朱冀星¹

1 中国测绘科学研究院, 北京, 100036

2 地理信息工程国家重点实验室, 陕西 西安, 710054

摘要: 实施现场声速剖面测量不仅会增加海底大地测量观测的成本, 也会制约各类海底大地测量监测的时效性。基于观测信息反演声速剖面是实现免现场声速剖面测量的有效途径。本文利用日本公开的 GNSS-A 观测数据集, 比较分析了三种不同约束方案对 Munk 模型、双线性模型和自构经验模型反演声速剖面精度及实施海底大地测量定位精度的影响。实验结果显示, 自构经验模型通常具有相对更高的反演精度, 与现场实测声速剖面互差的 RMS 在 10-1000 m 的浅海约 5 m/s, 在 1000-1727.80 m 的深海约 1 m/s。海面适当约束且海底梯度松约束时全水深反演精度相对最高。在声线跟踪定位模型中参数化估计声速时空变化补偿参数时, 海面适当约束下的自构经验模型反演声速剖面具有相对最高的定位精度, 与现场声速剖面定位结果互差的 RMS 在 E、N 和 U 方向分别为 2 mm、2 mm 和 2.2 cm。结果表明, 反演声速剖面若要实现高精度定位必须在定位模型中考虑声速时空变化影响。建议采用海面适当约束且海底梯度松约束下的自构经验模型及两级优化方法实现免现场声速剖面测量的海底大地测量定位。

关键词: 海底大地测量; GNSS-A; 声速剖面函数; 反演; 精密定位

Inversion of Sound Speed Profile using GNSS-A Observations with Prior Sound Speed Structure Constraint

LI Baojin¹, XUE Shuqiang^{1,2}, XIAO Zhen¹, ZHU Jixing¹

1. Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100036, China

2. State Key Laboratory of Geographic Information Engineering, Xi'an 710054, China

Abstract: Objectives: Implementing in-field sound speed profile (SSP) measurement not only increases the cost of seafloor geodetic observation but also constrains the timeliness of various seafloor geodetic monitoring activities. Inverting SSP based on observational information is an effective approach to replacing in-field SSP measurement. **Methods:** Using the publicly available GNSS-A observation dataset from the Japan Coast Guard, this paper comparatively analyzes the influence of three different constraint schemes on the accuracy of inverting SSP for the Munk model, bilinear model, and self-constructed empirical model, as well as their influence on the precision of

收稿日期: 2024-06-11

项目资助: 国家自然科学基金(41931076); 崂山实验室科技创新项目(LSKJ202205100, LSKJ202205105); 院基本科研业务费项目(AR2313)。

第一作者: 李保金, 硕士生, 研究方向为海底大地测量定位。libaojin1998@163.com

通讯作者: 薛树强, 博士, 研究员。xuesq@casm.ac.cn

seafloor geodetic positioning. **Results:** The self-constructed empirical model generally has relatively higher inversion accuracy. The RMS of the difference between the model and in-field measured SSPs is about 5 m/s in shallow waters from 10 to 1000 meters and about 1 m/s in deep waters from 1000 to 1727.80 meters. The inversion accuracy in full-depth waters is relatively highest when the sea surface is moderately constrained and the seafloor gradient is loosely constrained. When parameterizing the estimation of sound speed spatial-temporal variation compensation parameters in the ray tracing positioning model, the inversion SSPs from the self-constructed empirical model have the highest relative positioning accuracy under conditions of appropriate sea surface constraints. The RMS of difference between these profiles and the in-field measured SSP positioning results are 2 mm, 2 mm, and 2.2 cm in the E, N, and U directions, respectively. **Conclusions:** To achieve high-precision positioning of the inverted SSP, it is necessary to consider the spatial-temporal variation of sound speed in the positioning model. It is recommended to utilize a self-constructed empirical model with appropriate sea surface constraints and loose seafloor gradient constraints and a two-level optimization method to achieve seafloor geodetic positioning without in-field SSP.

Key words: seafloor geodesy; GNSS-A; sound speed profile function; inversion; precise positioning

全球导航卫星系统-声学测距组合 (Global Navigation Satellite System-Acoustic ranging combined, GNSS-A) 技术将大地测量观测网络扩展到海洋, 已成为监测海底地球物理现象的重要手段^[1-3]。受海洋环境连续、动态变化影响, 在海水中传播的声线存在显著的折射效应^[4-8]。现场声速测量和声线跟踪技术通常被用来改正声线折射对定位的影响^[9]。理论上这需要测量高时空分辨率的声速场^[10]。目前, 随着海底精密定位理论不断发展完善, 通常基于一条参考声速剖面 (Reference Sound Speed Profile, RSSP) 反演声速场时空变化或参数化补偿声速时空变化, 从而实现高精度海底大地测量定位^[11-12]。

尽管海底精密定位理论日趋成熟, 但目前仍然依赖现场声速剖面测量。对于传统的走航式测量船, 声速剖面测量往往耗费大量船时, 极大增加了观测成本^[13]。近年来, 无人机、海面浮标、无人船等无人观测系统快速发展, 但受限于系统载荷和声速剖面测量条件等因素, 难以测量全水深声速剖面^[1,14-15]。现场声速剖面测量已成为低成本、连续海底基准观测维护和各类实时监测应用的瓶颈。

声速剖面是实现高精度海底大地测量的必要因素^[16]。但现场声速测量费时费力, 并且不同经验公式计算的声速存在不确定性。Chen 等提出线性和双线性声速剖面模型, 并通过最优化方法反演模型参数, 实现了免现场声速剖面测量的海底大地测量定位^[17]。陈冠旭等通过附加先验约束反演 Munk 模型参数实现了免现场声速剖面情况下的水下航行器位置增强服务^[18,19]。此外, 对于任意的声速剖面函数, 理论上均可用于反演声速剖面, 进而实现免现场声速剖面测量。最近, Xue 等提出基于自构经验声速剖面函数模型的两级优化方法, 与基于现场声速剖面的定位结果相比差异能减少到厘米级^[20]。其中, 两级优化即首先通过声速剖面函数参数与海底站坐标联合估计反演声速剖面, 然后通过定位模型中附加声速时空变化影响参数补偿反演声速剖面误差对定位的影响。然而, 该研究并未对附加约束的声速剖面反演方法进行系统的讨论。

为此, 本文首先统一的给出了附加先验约束的声速剖面函数参数与海底站坐标联合估计模型; 然后, 基于日本长期 GNSS-A 观测数据, 比较分析了采用两级优化方法时不同约束条件下 Munk 模型、双线性模型和自构经验模型对海底大地测量定位的影响; 最后给出了结论及建议。

1 基于 RSSP 的 GNSS-A 海底大地测量定位

声速存在复杂的时空变化, 这是 GNSS-A 定位精度面临的最棘手问题。为此, 通常需要开展现场声速测量, 以确保水下定位的精度和可靠性。受时间、经济等成本影响, 通常仅测量一条声速剖面作为参考。基于参考声速剖面的高精度水下定位需要考虑声速时空变化的影响。据此, Xue 等提出如下声呐天顶延迟定位模型^[20]:

$$T_{\text{obs}} = \sum_J \int_{u_x}^{u_x^J} (\cos \beta(u))^{-1} c_0^{-1}(u) du \quad (1)$$

$$-m_t Z_t(t) - m_n Z_n(t) - m_e Z_e(t) - m_n' Z_n'(t) - m_e' Z_e'(t) + \varepsilon_T \quad J \in (s, r)$$

式中： T_{obs} 为声信号传播时间观测值； u 为深度； $\beta(u)$ 为特征声线反演计算的声线入射角； $c_0(u)$ 为参考声速剖面； s, r 表示发射信号和接收信号； u_x^s 和 u_x^r 分别为发射和接收时刻换能器深度； u_x 为海底应答器深度； $m_t = (\cos z)^{-1}$ 、 $m_e = (\cos z)^{-1} \tan z \sin \alpha$ 、 $m_n = (\cos z)^{-1} \tan z \cos \alpha$ 、 $m_e' = (\cos z')^{-1} \tan z' \sin \alpha'$ 、 $m_n' = (\cos z')^{-1} \tan z' \cos \alpha'$ 为声呐天顶延迟映射函数，其中 z 和 α 分别为海底大地测量站观测海面船的天顶角和方位角； z' 和 α' 分别为在海底大地测量阵列中心处观测海面船的天顶角和方位角； ε_T 为观测噪声； $Z_*(t)$ 为声呐天顶延迟参数，其中， $Z_t(t)$ 为声速时间变化引起的天顶延迟， $Z_e(t)$ 、 $Z_n(t)$ 、 $Z_e'(t)$ 、 $Z_n'(t)$ 为声速水平梯度引起的天顶延迟。

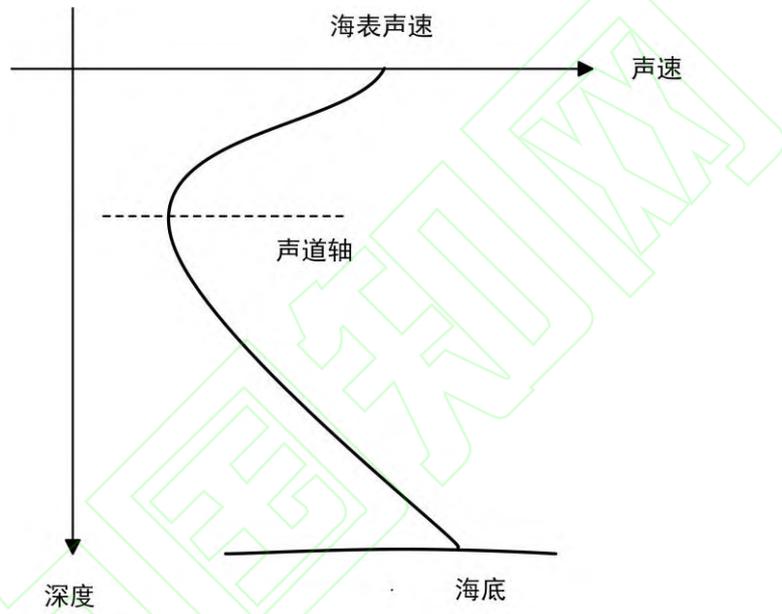


图 1 声速剖面结构示意图

Fig. 1 Sketch Map of SSP Structure

上述观测模型中所需的参考声速剖面 $c_0(u)$ 一般通过现场测量得到，这不可避免的耗费大量船时，增加 GNSS-A 观测成本。此外，对于 GNSS-A 无人观测系统，受系统载荷等条件限制，甚至难以获取 $c_0(u)$ 。因此，构建近似图 1 的经验声速剖面函数，并利用 GNSS-A 观测实施参数估计反演声速剖面，成为替代现场声速剖面测量的可能途径。常见的经验声速剖面模型有 Munk 模型、双线性模型和自构经验模型等。

Munk 模型如下所示：

$$c(u, \varepsilon, v_a, B, z_a) = v_a (1 + \zeta (e^{-\eta} + \eta - 1)) \quad (2)$$

其中， $\eta = 2 \frac{z - z_a}{B}$ ， u 为深度； z_a 为声道轴深度； v_a 为声道轴声速； ζ 为扰动系数； B 为归一化系数。

双线性模型如下所示：

$$c(u, v_s, g_1, g_2, u_b) = \begin{cases} v_s + g_1 u & 0 \leq u \leq u_b \\ v_b + g_2 (u - u_b) & u_b < u \end{cases} \quad (3)$$

其中， u 为深度； v_s 为海面声速； u_b 为双线性连接点深度； v_b 为 u_b 处的声速； g_1 和 g_2 为双

线性函数的分段梯度。

自构经验模型如下所示：

$$\begin{cases} c(u, T_c) = f(T_c, S, P) \\ T_c(u, T_m, \Delta T, u_0) = T_m + \Delta T e^{-\frac{u}{u_0}} \end{cases} \quad (4)$$

其中， u 为深度； T_c 为经验温度剖面函数； T_m 为概略海底水温； ΔT 为海面与海底温差； u_0 为温跃层深度； S 为盐度； P 为压力； f 为经验声速公式。

Munk 模型中 z_a 与 v_a 参数能表征声速剖面在声道轴处的特征点，通过另外两个弯曲控制参数，可几何近似声速剖面。双线性模型四个参数能够表征海面声速、浅层声速垂向梯度、声道轴深度与深层声速垂向梯度，近似声速剖面时极具灵活性。相比直接近似声速剖面的前两者，自构经验模型分别对影响声速剖面的温度剖面、盐度剖面和压力剖面建模，然后基于经验声速公式导出声速剖面。温度剖面是影响声速剖面的主要因素且近似指数变化，因此建立式(4)中的指数型经验温度剖面函数， T_m 与 ΔT 参数能够确定温度剖面特征点， u_0 控制温度剖面弯曲程度，类似于声道轴深度参数。压力剖面受深度影响，可直接从深度转换得到，建议采用 Leroy 公式^[21]。声速剖面深海梯度主要由压力引起，深度已知使得自构经验模型天然携带深海梯度信息。需要注意，盐度变化更为复杂使得其经验模型需要更多的控制参数，共同参与反演可能会与温度剖面参数耦合导致反演不准确，还可能会导致解空间过于复杂而难以有效收敛。由于盐度 S 对声速影响小且时空变化小，每增加 1 ppt，声速值增加约 1.14 m/s，建议直接设为经验常值 35‰^[22]。转换温盐到声速的经验声速公式 f 建议采用如下 Del Grosso 公式^[23]：

$$\begin{aligned} C(S, T, P) &= C_{000} + V_T + V_S + V_P + V_{STP} \\ V_T &= C_{t1}T - C_{t2}T^2 + C_{t3}T^3 \\ V_S &= C_{s1}S + C_{s2}S^2 \\ V_P &= C_{p1}P + C_{p2}P^2 + C_{p3}P^3 \\ V_{STP} &= C_{tp}TP + C_{t3p}T^3P + C_{tp2}TP^2 + C_{t2p2}T^2P^2 + C_{tp3}TP^3 \\ &\quad + C_{st}ST + C_{st2}ST^2 + C_{stp}STP + C_{s2tp}S^2TP + C_{s2p2}S^2P^2 \end{aligned} \quad (5)$$

式中： T 为温度，单位为 $^{\circ}\text{C}$ ； S 为盐度，单位为 ppt； P 为压强，单位为 kg/cm^2 。模型系数如表 1 所示。

表 1 Del Grosso 模型系数
Tab. 1 Del Grosso model coefficient

系数	数值	系数	数值
C_{000}	1402.392	C_{tp}	0.6353509×10^{-2}
C_{t1}	0.5012285×10^1	C_{t2p2}	0.2656174×10^{-7}
C_{t2}	-0.551184×10^{-1}	C_{tp2}	$-0.1593895 \times 10^{-5}$
C_{t3}	0.221649×10^{-3}	C_{tp3}	0.5222483×10^{-9}
C_{s1}	0.1329530×10^1	C_{t3p}	$-0.4383615 \times 10^{-6}$
C_{s2}	0.1288598×10^{-3}	C_{s2p2}	$-0.1616745 \times 10^{-8}$
C_{p1}	0.1560592	C_{st2}	0.9688441×10^{-4}
C_{p2}	0.2449993×10^{-4}	C_{s2tp}	0.4857614×10^{-5}
C_{p3}	$-0.8833959 \times 10^{-8}$	C_{stp}	$-0.3406824 \times 10^{-3}$
C_{st}	$-0.1275936 \times 10^{-1}$		

2 声速剖面反演方法

2.1 附加先验约束的反演模型

将声速剖面函数表示为 $c(u, \mathbf{p})$ ，基于 GNSS-A 观测可实现坐标参数与声速剖面函数参数的最小二乘联合估计。受等效声速剖面影响，声速剖面反演存在多解性问题。为了稳定迭代并获得有意义的解，通常需要在部分参数上引入先验约束。对于给定经验参考声速剖面，附加先验约束的 GNSS-A 观测模型可表示为如下一般形式：

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{\text{obs}} = \mathbf{T}(\mathbf{X}, c_0(u, \mathbf{p})) + \boldsymbol{\varepsilon} \\ \boldsymbol{\tau} = \mathbf{r}(\mathbf{p}) \end{cases} \quad (6)$$

式中： $\boldsymbol{\tau}$ 为先验约束值； \mathbf{r} 为约束关系； $T_{i,\text{obs}}$ 为第 i 次观测往返传播时间观测值； \mathbf{X} 为海底站坐标向量； $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为第 i 次观测随机误差； $c_0(u, \mathbf{p})$ 为声速剖面函数； \mathbf{p} 为声速剖面控制参数； T_i 为声线跟踪计算的双程传播时间；

$$T_{i,J} = \int_{u_x}^{u_x} \frac{1}{\cos \beta(u)} \frac{1}{c_0(u, \mathbf{p})} du \quad (7)$$

为 2D 声线跟踪计算的单程传播时间。

估计海底站坐标 \mathbf{X} 与声速剖面函数参数 \mathbf{p} 的最小二乘准则可表示为如下形式：

$$\min_{\mathbf{p}} g(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \mathbf{V}^T(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{V}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) + \mathbf{V}_\tau^T(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \boldsymbol{\Sigma}_\tau^{-1} \mathbf{V}_\tau(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \quad (8)$$

式中： g 为加权残差平方和； $\mathbf{V}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \mathbf{T}_{\text{obs}} - \mathbf{T}(\mathbf{X}, c_0(u, \mathbf{p}))$ 为观测残差向量； $\boldsymbol{\Sigma}_L$ 为观测值方差，这里采用含有 IGGIII 抗差的权为 1 的等权矩阵简化讨论； $\mathbf{V}_\tau(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \boldsymbol{\tau} - \mathbf{r}(\mathbf{p})$ 为约束值残差向量； $\boldsymbol{\Sigma}_\tau$ 为先验约束值方差。

为获取最小二乘解，计算 $g(\mathbf{X}, \mathbf{p})$ 的一阶偏导如下：

$$\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_2}{\partial \mathbf{X}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial \mathbf{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T(\mathbf{X}) \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{V}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \\ \mathbf{B}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{V}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) + \mathbf{C}^T(\mathbf{p}) \boldsymbol{\Sigma}_\tau^{-1} \mathbf{V}_\tau(\mathbf{p}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中：

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \sum_{J \in \{s,r\}} \frac{\partial T_{J,1}}{\partial \mathbf{X}} \\ \sum_{J \in \{s,r\}} \frac{\partial T_{J,2}}{\partial \mathbf{X}} \\ \vdots \\ \sum_{J \in \{s,r\}} \frac{\partial T_{J,n}}{\partial \mathbf{X}} \end{pmatrix} = c_X^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{J \in \{s,r\}} (\sin \alpha_{J,1} \sin \beta_{J,1} & \cos \alpha_{J,1} \sin \beta_{J,1} & \cos \beta_{J,1}) \\ \sum_{J \in \{s,r\}} (\sin \alpha_{J,2} \sin \beta_{J,2} & \cos \alpha_{J,1} \sin \beta_{J,2} & \cos \beta_{J,2}) \\ \vdots \\ \sum_{J \in \{s,r\}} (\sin \alpha_{J,n} \sin \beta_{J,n} & \cos \alpha_{J,n} \sin \beta_{J,n} & \cos \beta_{J,n}) \end{pmatrix} \quad (10)$$

是关于坐标向量的雅可比矩阵； c_X 是加权平均声速； $\alpha_{J,i}, \beta_{J,i}$ 分别为第 i 条声线的方位角和入射角；

$$\mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{p}} \quad (11)$$

是往返传播时间 \mathbf{T} 关于 \mathbf{p} 的一阶偏导，因数学关系复杂，需要借助数值求导；

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \mathbf{r}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \quad (12)$$

是约束函数 $\mathbf{r}(\mathbf{p})$ 关于 \mathbf{p} 的一阶偏导。

令 $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \mathbf{0}$ ，直接给出附加约束的高斯-牛顿迭代公式如下：

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_{k+1} \\ \mathbf{p}_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_k \\ \mathbf{p}_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{A}_k & \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{B}_k \\ \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{A}_k & \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{B}_k + \mathbf{C}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_\tau^{-1} \mathbf{C}_k \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{V}_k \\ \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_L^{-1} \mathbf{V}_k + \mathbf{C}_k^T \boldsymbol{\Sigma}_\tau^{-1} \mathbf{V}_{\tau,k} \end{pmatrix} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{A}_k := \mathbf{A}(\mathbf{X}_k)$; $\mathbf{B}_k := \mathbf{B}(\mathbf{p}_k)$; $\mathbf{C}_k := \mathbf{C}(\mathbf{p}_k)$; $\mathbf{V}_k := \mathbf{V}(\mathbf{X}_k, \mathbf{p}_k)$; $\mathbf{V}_{\tau,k} := \mathbf{V}_\tau(\mathbf{X}_k, \mathbf{p}_k)$;

k 是迭代索引; 截止条件建议采用 $\max_{i=1,2,\dots,S} (\|\mathbf{X}_{i,k+1} - \mathbf{X}_{i,k}\|) < \delta$ 。其中 δ 是一个足够小的正值,

本文采用 5×10^{-3} ; i 是 S 个海底测站的索引。为控制迭代时间, 同时将最大迭代次数设为截止条件, 本文设定为 20 次。公式(13)即为统一的附加先验约束的声速剖面反演模型。

2.2 约束函数构建

深海高压、无光环境使得温度和声速极为稳定。基于历史观测能够得到准确的先验约束信息。同时, 深海中温度与声速垂向梯度也极为稳定, 这一先验信息能够提高变化趋势反演的准确性。此外, 浅海反演精度受声速剖面函数变化能力和等效声速剖面影响难以控制, 建议根据现实条件在海面增加适当约束。本文主要对海底声速或温度、海底梯度、海面声速或温度附加一定约束, 下面进一步说明附加的约束函数 $\tau = \mathbf{r}(\mathbf{p})$ 的具体形式。

(1) 直接对具有物理意义的声速剖面函数参数 \mathbf{p} 附加约束 \mathbf{p}_0 时, 约束函数可表示为如下形式:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 \quad (14)$$

式中: \mathbf{I} 为单位矩阵。线性化后可表示为:

$$\mathbf{I} \mathbf{d}\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p} \quad (15)$$

(2) 附加声速约束 (u_r, v_r) 时, 约束函数可表示为如下形式:

$$c(u_r, \mathbf{p}) = v_r \quad (16)$$

线性化后可表示为如下形式:

$$\frac{\partial c(u, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \Big|_{(u_r, \mathbf{p}_0)} \mathbf{d}\mathbf{p} = c_r - c(u, \mathbf{p}) \Big|_{(u_r, \mathbf{p}_0)} \quad (17)$$

对自构经验模型中的温度经验模型附加温度约束与上式形式相同。

(3) 附加梯度约束 (u_r, k_r) 时, 约束函数可表示为如下形式:

$$\frac{\partial c(u, \mathbf{p})}{\partial u} \Big|_{u_r} = k_r \quad (18)$$

线性化后可表示为如下形式:

$$\frac{\partial^2 c(u, \mathbf{p})}{\partial u \partial \mathbf{p}} \Big|_{(u_r, \mathbf{p}_0)} \mathbf{d}\mathbf{p} = k_r - \frac{\partial c(u, \mathbf{p})}{\partial u} \Big|_{(u_r, \mathbf{p}_0)} \quad (19)$$

对自构经验模型中的温度经验模型附加温度梯度约束与上式形式相同。

3 算例分析

3.1 实验数据与流程

为分析附加不同约束的反演声速剖面对海底大地测量定位的影响, 实验使用了日本海底大地测量阵列中 MYGI 测站的长期 GNSS-A 观测数据。该数据由日本海上保安厅提供, 可在网页 https://www1.kaiho.mlit.go.jp/chikaku/kaitei/sgs/datalist_e.html 获取。测站位置为 $[38.08333333^\circ 142.91666667^\circ]$ 。

本文算例分析流程如图 2 所示。首先给定不同约束设置, 对每种约束设置均基于 Munk 模型、双线性模型和自构经验模型采用高斯-牛顿迭代法对声速剖面函数参数与海底站坐标联合估计。此时得到的海底站坐标简称为 M1 定位模型解, 其定位模型为仅考虑声速垂向变化的一般性的声线跟踪定位模型。然后基于反演声速剖面采用声呐天顶延迟定位模型求解。此时得到的海底站坐标简称为 M2 定位模型解, 其在声线跟踪定位模型中进一步附加了声速

时空变化影响补偿参数。最后，以现场 SSP 及其 M1、M2 定位模型解为参考值，比较分析不同约束下不同声速剖面函数反演 SSP 精度及定位精度。

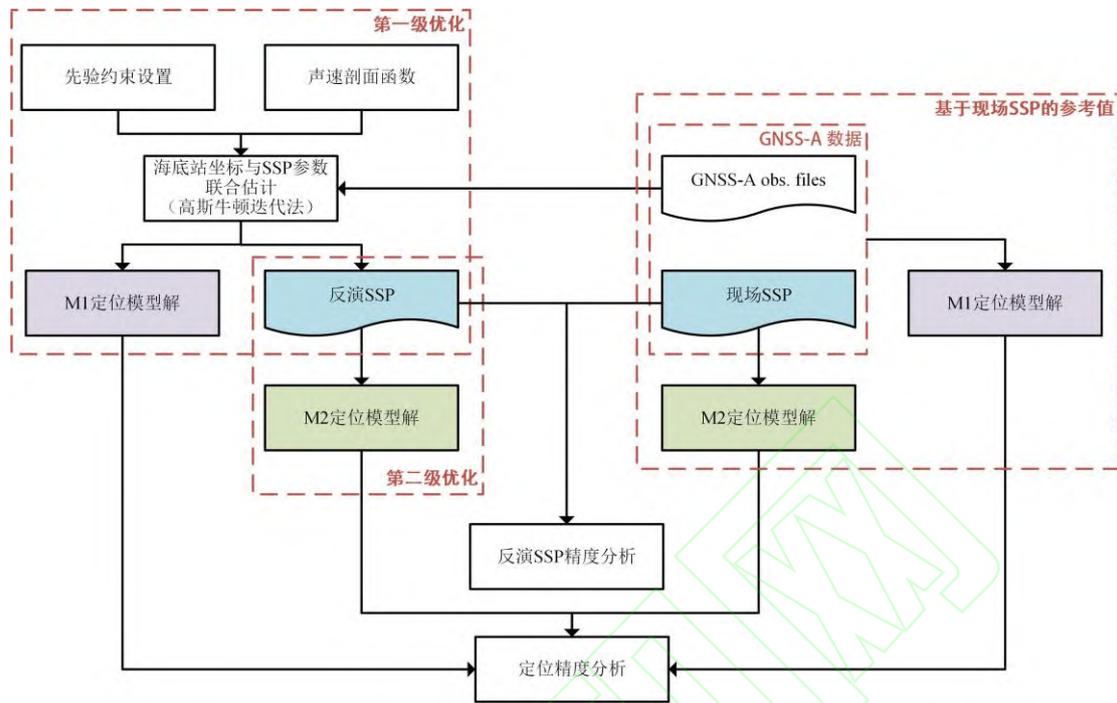


图2 算例分析流程

Fig. 2 Technical Workflow of Experimental Analysis

本文在分析某一深度范围内反演声速剖面精度时，将现场声速剖面视为参考值，计算反演声速剖面与现场声速剖面互差。后将其排列为一个一维数组，统计该一维数组的均值与均方根值（Root Mean Square, RMS）。在分析反演声速剖面定位精度时，将基于现场声速剖面的定位解视为参考值，计算相同定位模型下反演声速剖面与现场声速剖面定位结果的互差，并统计均值、RMS 与极值。

3.2 先验约束设置

声速剖面反演的多解性问题可以通过对声速剖面参数附加约束进行改善。为此，首先需要了解声速剖面的时空变化的规律。图3为MYGI站附近约十年长度的Argo声速剖面，其涵盖的空间范围为 $[142.9167E \pm 1.5^\circ, 38.0833N \pm 1.5^\circ]$ 。可以看出，表层因受海浪、洋流、内波、太阳辐射等因素影响，声速变化显著。随着海水深度的增加，这些因素的影响不断降低，声速时空变化逐渐趋于稳定，到1500 m时已极为稳定，且随着深度增加，稳定性在增加。此外，当声速稳定后，沿深度方向的梯度也极为稳定。需要注意，因为温度是影响声速的主要因素，所以上述对海水声速的分析同样适用于温度。

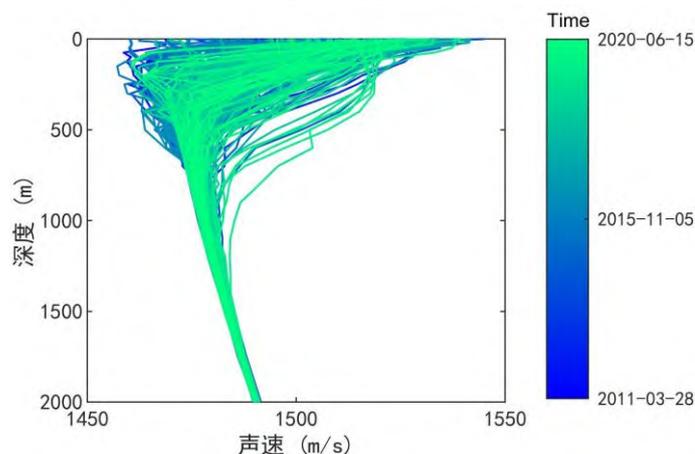


图3 MYGI站邻近Argo观测声速剖面图

Fig. 3 SSP Observed by Argo Near the MYGI Site

由于 MYGI 站的 35 期现场测量声速剖面最深均为 1727.8 m，本文在该深度附加相关约束。统计深度 1727.80 m 处历史 Argo 观测的海水温度、声速及其梯度信息，如表 2 所示。温度和声速的标准差分别为 0.0874 °C 和 0.3787 m/s。温度梯度和声速梯度的标准差分别为 $1.9249 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 和 $8.0146 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 。这定量的反映了深海物理量的稳定性。因此，通过对深海温度及其梯度或者声速及其梯度附加严格约束，可以有效改善声速剖面多解性问题。此外，尽管表面声速变化剧烈，但 Xue 等通过对双线性剖面附加较宽松的海面声速约束，同样改善了反演多解性问题，使得其反演声速剖面精度与定位精度均与自构经验剖面接近。

表 2 深度 1727.80m 处历史 Argo 观测的海水温度、声速与斜率信息统计

Tab. 2 Statistical Information of Seawater Temperature, Sound Speed, and Gradient at a depth of 1727.80 m Based on Historical Argo Observation

参数	均值	标准差
温度	2.1486 °C	0.0874 °C
温度斜率	$-8.0845 \times 10^{-4} \text{ °C/s}$	$1.9249 \times 10^{-4} \text{ °C/s}$
声速	1486.62 m/s	0.3787 m/s
声速斜率	0.0136 s^{-1}	$8.0146 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

为此，本文在海底声速或温度约束基础上，进一步引入海底梯度约束和海面声速或温度约束。三种声速剖面函数模型附加的基本约束信息如表 3 所示。需要注意，为提高声速剖面反演程序的扩展性，本文对声速剖面函数中的所有参数均附加了约束方差为 100^2 的松约束。受等效声速剖面影响，声道轴深度参数在反演中表现不敏感，基于图 3 中的历史观测信息，将其约束值设为 300 m，约束方差设为 20^2 。海面声速或温度变化较大，难以进行严格约束，沿用 Xue 等论文中 5^2 的经验约束方差。海底声速、温度与梯度因其稳定性可进行表 3 中所示的严格约束。

表 3 声速剖面模型约束信息表

Tab. 3 Constraint Information for SSP Model

SSP 函数模型	约束对象	约束值	约束方差
Munk 模型	$[\varepsilon, v_a, B, z_a]$	[0.0075 1475 1300 300]	$[100^2 \ 100^2 \ 100^2 \ 20^2]$
	1727.8 m 声速	1486.62	0.01^2
	0 m 声速	1500	5^2
	1727.8 m 声速梯度	0.0136	0.00001^2
双线性模型	$[v_s, g_1, g_2, u_b]$	[1500 -0.1 0.0136 300]	$[5^2 \ 100^2 \ 0.00001^2 \ 20^2]$
	1727.8 m 声速	1486.62	0.01^2
自构经验模型	$[T_m, \Delta T, u_0]$	[2 10 300]	$[100^2 \ 100^2 \ 20^2]$
	1727.8 m 温度	1486.62	0.01^2
	0 m 温度	12	5^2
	1727.8 m 温度梯度	8.0146×10^{-4}	0.00001^2

为分析引入海底梯度约束和海面声速或温度约束对不同声速剖面函数反演及定位的影响，下文将对如下 C1、C2 和 C3 约束方案进行对比分析实验：

C1：海面声速或温度约束方差为 100^2 ，海底梯度约束方差为 0.00001^2 。其它约束信息如表 3 所示。

C2：海面声速或温度约束方差为 5^2 ，海底梯度约束方差为 100^2 。其它约束信息如表 3 所示。

C3: 海面声速或温度约束方差为 5^2 , 海底梯度约束方差为 0.00001^2 。即完全采用表 3 所示约束。

3.3 不同先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面分析

3.3.1 反演声速剖面精度分析

考虑到换能器深度一般在 5-10m, 反演剖面实际是反演的海面换能器到海底应答器之间的剖面, 因此在分析剖面时不考虑 0-10 m 部分。C3 约束下的反演声速剖面如图 4 所示。结果表明, 在先验信息约束下, 反演声速剖面能够有效表征声速剖面总体趋势。其中, Munk 模型表层趋势表征能力较差, 这可能是由于该模型弯曲控制参数对约束与反演不敏感导致。因声速剖面底部先验信息准确, 并附加了严格约束, 底层反演较为精确。表层因受海浪、内波、太阳辐射等因素影响变化剧烈, 难以附加严格约束, 反演精度较低。

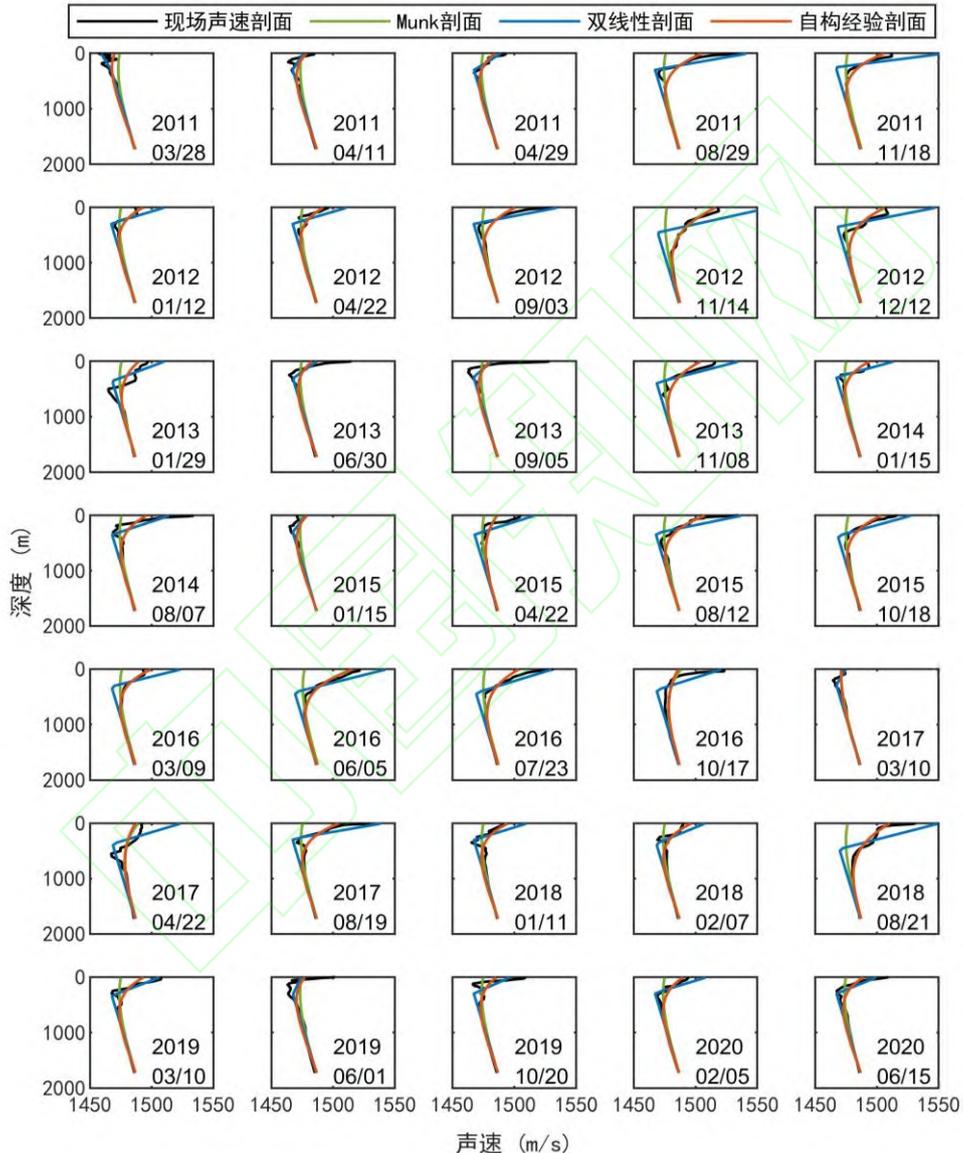


图 4 现场声速剖面与反演声速剖面比较

Fig. 4 Comparing inverted SSP with in-field SSP

温跃层和深海等温层交界面约为 1000 m, 据此将声速剖面划分为 10-1000 m 的浅海和 1000-1727.8 m 的深海共两层^[19]。分别统计三种约束下三种声速剖面模型的反演精度如图 5 和图 6 所示。实验结果显示, 相比 C1 和 C3 约束, C2 约束因为并未附加底层梯度约束, 使得表层约束对反演的最优化函数影响更大, 浅层反演精度更高, 但相应的深层反演精度更低。C3 约束在 C2 约束基础上增加了底层梯度约束, 反演声速剖面平衡两种约束, 相对 C2 约束,

浅层反演精度降低而底层反演精度改善。三种声速剖面模型相较，浅海时，自构经验模型在不同约束下反演精度均最高，双线性模型次之，Munk 模型最差。这是因为经验温度函数符合温度变化规律，模型复杂度低且能够较好的刻画浅层温度特征。双线性模型四参数均直接控制几何形态，相对 Munk 模型逼近有效最优解能力更强。深海时，在 C2 约束下，自构经验模型因本身携带深海梯度信息使得相对其它模型反演精度最优，双线性模型受初值及结构影响反演精度次之，Munk 模型表现最差。深海时，在 C1 和 C3 约束下，三种模型反演声速剖面的 RMS 十分接近。其中，双线性模型略优，Munk 模型次之，自构经验模型略差。从均值来看，双线性模型略优，自构经验模型次之，Munk 模型相对较差。深海反演精度近似是因为底部均附加了相同意义的严格约束。但受初值、约束值及声速剖面结构影响，存在统计差异。

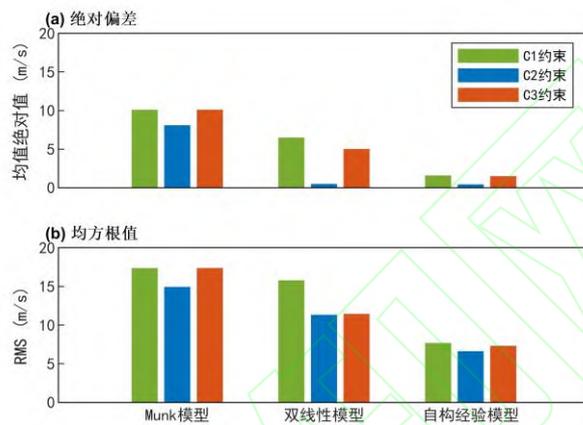


图 5 10-1000 m 反演声速剖面误差的绝对偏差与均方根值
Fig. 5 Absolute Deviation and RMS of SSP Inversion Error from 10 to 1000 m

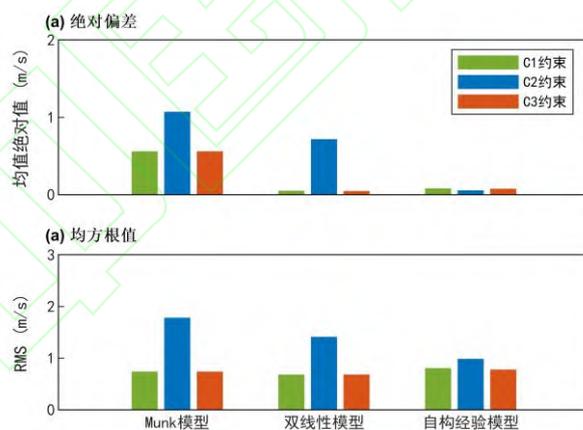


图 6 1000-1727.80 m 反演声速剖面误差的绝对偏差与均方根值
Fig. 6 Absolute Deviation and RMS of SSP Inversion Error from 1000 to 1727.80 m

3.3.2 海底定位精度分析

采用仅考虑声速垂向变化的 M1 定位模型解算，并统计三种约束条件下反演剖面与实测剖面定位结果互差的均值、RMS 和极值，如表 4 所示。其中，均值可以反映系统偏差。RMS 综合考虑了均值和标准差，能够代表整体精度。极值能反映极端情况。实验结果显示，C1 约束和 C3 约束下定位结果互差的统计结果接近，且与 C2 约束差异明显，这与不同约束下声速剖面反演结果特点相一致。对于 Munk 模型，C2 约束优于 C1、C3 约束，这表明此时主要受到浅层反演误差影响。水平方向的均值、RMS 和极值分别优于 2 cm、3 cm 和 8 cm，垂向均值、RMS 和极值分别为 0.204 m、0.400 m 和 1.141 m。对于双线性模型，C2 约束最优，

C2 约束下各项统计指标与 Munk 模型极为接近。对于自构经验模型，C1、C3 约束略优于 C2 约束，且 C1 约束定位精度最高。原因是 C2 约束使得反演在平衡反演剖面精度和定位精度时更多的侧重了反演剖面精度。C1 约束下水平方向均值、RMS 和极值分别优于 1 cm、2 cm 和 6 cm，垂向均值、RMS 和极值分别为 0.043 m、0.343 m 和 -0.728 m。实验结果表明，三种声速剖面相较，自构经验模型在不同约束下定位精度最高或接近最高。三种约束相较，Munk 模型与双线性模型 C2 约束时定位精度最高，自构经验模型在 C1、C3 约束时定位精度更高，且 C1 约束时定位精度相对最高。但不同约束下的三种声速剖面模型均不能实现高精度定位。

表 4 M1 定位模型解的定位误差统计 (m)
Tab. 4 Statistics of Positioning Error of Model M1 (m)

指标	模型	C1 约束			C2 约束			C3 约束		
		E	N	U	E	N	U	E	N	U
均值	Munk	0.041	0.161	2.400	-0.002	0.016	0.204	0.041	0.161	2.406
	双线性	0.007	0.014	0.389	0.003	0.015	0.240	0.006	0.015	0.347
	自构经验	0.001	0.008	0.043	0.003	0.014	0.225	0.001	0.008	0.061
RMS	Munk	0.105	0.341	4.333	0.010	0.027	0.400	0.105	0.341	4.335
	双线性	0.014	0.026	0.556	0.011	0.026	0.410	0.013	0.026	0.506
	自构经验	0.010	0.020	0.343	0.010	0.026	0.418	0.010	0.020	0.365
极值	Munk	0.413	1.109	12.113	-0.030	0.078	1.141	0.415	1.114	12.165
	双线性	0.040	0.080	1.448	-0.030	0.077	1.130	0.041	0.082	1.169
	自构经验	-0.028	0.053	-0.728	0.028	0.075	1.147	0.030	0.056	0.996

采用补偿声速时空变化影响的 M2 定位模型解算，统计三种约束条件下反演剖面与实测剖面定位结果互差的均值、RMS 与极值，如表 5 所示。实验结果显示，相比 M1 定位模型，M2 定位模型因为进一步补偿了声速时空变化误差影响，三维定位精度大幅提高。不同约束下不同声速剖面模型水平方向均值与 RMS 不超过 2 cm，极值不超过 7 cm。受观测系统设计影响，误差主要集中在垂向。对于 Munk 模型，垂向均值、RMS 和极值的范围分别为 2-3 cm、2-4 cm 和 5-9 cm。对于自构经验模型，垂向均值、RMS 和极值的范围分别为 0-2 cm、2-3 cm 和 5-9 cm。两种声速剖面模型在三种约束下定位精度接近的原因在于反演声速剖面误差被定位模型中附加的声速时空变化参数极大补偿。对于双线性模型，C2 约束下定位精度最高，垂向定位误差的均值、RMS 和极值分别为 -0.3 cm、3.3 cm 和 8.4 cm。C1、C3 约束与 C2 约束定位精度差异明显，且误差极值达到数分米。原因可能是此时反演的声速剖面结构引起的误差难以被模型参数有效补偿。实验结果表明，M2 定位模型能够有效补偿反演声速剖面误差。考虑当前海底大地测量定位精度水平（通常认为平面 2~3 cm，高程 4~9 cm），Munk 模型与自构经验模型在三种约束下均能实现高精度定位。双线性模型仅在 C2 约束下能够实现高精度定位。

表 5 M2 定位模型解的定位误差统计 (m)
Tab. 5 Statistics of Positioning Error of Model M2 (m)

指标	模型	C1 约束			C2 约束			C3 约束		
		E	N	U	E	N	U	E	N	U
均值	Munk	-0.001	0	-0.022	0	-0.001	-0.029	-0.001	0	-0.021
	双线性	0.002	0.004	0.089	0	-0.001	-0.003	0.001	0.003	0.059
	自构经验	0	0	-0.018	0	0	-0.007	0	0	-0.017
RMS	Munk	0.004	0.002	0.027	0.003	0.002	0.037	0.004	0.002	0.027

	双线性	0.011	0.013	0.147	0.002	0.003	0.033	0.005	0.007	0.089
	自构经验	0.002	0.002	0.024	0.002	0.002	0.022	0.002	0.002	0.022
	Munk	-0.019	-0.005	-0.057	-0.008	-0.006	-0.085	-0.019	-0.005	-0.057
极值	双线性	0.046	0.063	0.493	0.005	-0.009	0.084	0.021	0.033	0.287
	自构经验	0.005	-0.004	-0.071	0.005	0.008	0.086	0.005	0.004	-0.053

4 结论

考虑现有海底大地测量定位精度水平,认为适当约束下的反演声速剖面可用于实现高精度海底大地测量定位。主要结论与建议如下:

(1) 反演声速剖面能够表征声速剖面趋势。受声速时空变化及附加约束影响,深层表征更为准确,浅层表征较差。浅海时,自构经验模型海面适当约束且海底梯度松约束反演精度相对最高。深海时,双线性模型海面松约束且海底梯度紧约束反演精度相对最高。整体来看,海面适当约束且海底梯度松约束的自构经验模型反演精度最高。

(2) 定位仅考虑声速垂向变化时,Munk模型与双线性模型在海面适当约束且海底梯度松约束条件下定位精度最优。自构经验模型在海面松约束且海底梯度紧约束下定位精度最优。不同约束下的自构经验模型相较其它声速剖面模型通常定位精度最高或接近最高。但不同约束下的三种声速剖面模型均不能实现高精度定位。

(3) 定位仅考虑声速时空变化时,三维定位精度大幅提高。在本文实验条件下,Munk模型与自构经验模型在三种约束下均能实现高精度定位,双线性模型仅在海面适当约束且海底梯度松约束下能够实现高精度定位。综合反演剖面精度及定位误差统计信息,建议采用海面适当约束且海底梯度松约束的自构经验模型及两级优化方法实现免现场声速剖面测量的海底大地测量定位。

(4) 本文方法的局限性主要体现在先验约束获取上。浅海环境、北极环境和突发异常环境下难以获取准确先验信息,将会降低声速剖面反演精度。借助全球格网海洋环境数据集、海面卫星遥感数据集、现场测量海表面声速等获取先验约束信息有待进一步研究。此外,本文算法需要提供较准确的参数初值,以使迭代有效收敛。该初值可通过历史先验声速剖面信息获取。

参考文献

- [1] IINUMA T, KIDO M, OHTA Y, et al. GNSS-Acoustic Observations Of Seafloor Crustal Deformation Using A Wave Glider[J/OL]. *Frontiers in Earth Science*, 2021, 9: 600946.
- [2] BÜRGMANN R, CHADWELL D. Seafloor Geodesy[J/OL]. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2014, 42, 1: 509-534.
- [3] CHEN W, ZHU F, GUO F, et al. GNSS Signal Characteristics Analysis In Different Water Layers And Navigation Context Clustering[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(1): 139-145. (陈惟杰, 朱锋, 郭斐, 张小红. 不同水深层的 GNSS 信号特征分析及其导航场景聚类划分[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2024, 49(1): 139-145.)
- [4] ZHAO J, LIANG W. Some Key Points Of Submarine Control Network Measurement And Calculation[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2019, 48(9): 1197-1202. (赵建虎, 梁文彪. 海底控制网测量和解算中的几个关键问题[J]. 测绘学报, 2019, 48(9): 1197-1202.)
- [5] SHAN R, LIU H, ZHAO S, et al. Investigation On Vertical Position And Sound Velocity Variation For GNSS/Acoustic Seafloor Geodetic Calibration Based On Moving Survey Data[J/OL]. *Remote Sensing*, 2022, 14, 15: 3739.
- [6] WANG X, XUE S, QU G, et al. Disturbance Analysis Of Underwater Positioning Acoustic

- Ray And Design Of Piecewise Exponential Weight Function[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(7): 982-989. (王薪普, 薛树强, 曲国庆, 刘以旭, 杨文龙. 水下定位声线扰动分析与分段指数权函数设计[J]. 测绘学报, 2021, 50(7): 982-989.)
- [7] KIDO M. Detecting Horizontal Gradient Of Sound Speed In Ocean[J/OL]. *Earth, Planets and Space*, 2007, 59, 8: e33-e36.
- [8] KIDO M, OSADA Y, FUJIMOTO H. Temporal Variation Of Sound Speed In Ocean: A Comparison Between GPS/Acoustic And In Situ Measurements[J/OL]. *Earth, Planets and Space*, 2008, 60, 3: 229-234.
- [9] YANG W, XUE S, LIU Y. P -Order Secant Method For Rapidly Solving The Ray Inverse Problem Of Underwater Acoustic Positioning[J/OL]. *Marine Geodesy*, 2023, 46, 1: 3-15.
- [10] LIU J, ZHAO J, MA J. Concept Of Constructing The Underwater PNT Network With The Abilities Of Communication, Navigation And Remote Sensing In The Deep Sea[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(10): 1523-1534. (刘经南, 赵建虎, 马金叶. 通导遥一体化深远海 PNT 基准及服务网络构想[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2022, 47(10): 1523-1534.)
- [11] WATANABE S ichi, ISHIKAWA T, YOKOTA Y, et al. GARPOS: Analysis Software For The GNSS-A Seafloor Positioning With Simultaneous Estimation Of Sound Speed Structure[J/OL]. *Frontiers in Earth Science*, 2020, 8: 597532.
- [12] CHEN G, LIU Y, LI M, et al. Review On The Processing Methods Of Sound Speed Errors In GNSS-acoustic Seafloor Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1349-1363. (陈冠旭, 刘杨, 李梦昊, 张林虎, 刘焱雄, 刘经南. GNSS-声学海底定位的声速误差处理方法综述[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2022, 47(9): 1349-1363.)
- [13] ISHIKAWA T, YOKOTA Y, WATANABE S ichi, et al. History Of On-Board Equipment Improvement For GNSS-A Observation With Focus On Observation Frequency[J/OL]. *Frontiers in Earth Science*, 2020, 8: 150.
- [14] YOKOTA Y, KANEDA M, HASHIMOTO T, et al. Experimental Verification Of Seafloor Crustal Deformation Observations By UAV-Based GNSS-A[J/OL]. *Scientific Reports*, 2023, 13, 1: 4105.
- [15] SAKIC P, CHUPIN C, BALLU V, et al. Geodetic Seafloor Positioning Using An Unmanned Surface Vehicle—Contribution Of Direction-Of-Arrival Observations[J/OL]. *Frontiers in Earth Science*, 2021, 9: 636156.
- [16] ZHAO S, WANG Z, NIE Z, et al. Precise Positioning Method For Seafloor Geodetic Stations Based On The Temporal Variation Of Sound Speed Structure[J/OL]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2023, 52(1): 41-50. (赵爽, 王振杰, 聂志喜, 贺凯飞, 刘慧敏, 孙振. 顾及声速结构时域变化的海底基准站高精度定位方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(1): 41-50.)
- [17] CHEN H H. Travel-Time Approximation Of Acoustic Ranging In GPS/Acoustic Seafloor Geodesy[J/OL]. *Ocean Engineering*, 2014, 84: 133-144.
- [18] MUNK W H. Sound Channel In An Exponentially Stratified Ocean, With Application To SO-FAR[J/OL]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1974, 55, 2: 220-226.
- [19] CHEN G, GAO K, ZHAO J, et al. The Method Of Sound Speed Errors Correction In GNSS-Acoustic Location Service[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2023, 52(4): 536-549. (陈冠旭, 高柯夫, 赵建虎, 刘经南, 刘焱雄, 刘杨. GNSS-声学位置服务中声速误差修正方法[J]. 测绘学报, 2023, 52(4): 536-549.)

- [20] XUE S, LI B, XIAO Z, et al. Centimeter-Level-Precision Seafloor Geodetic Positioning Model With Self-Structured Empirical Sound Speed Profile[J/OL]. *Satellite Navigation*, 2023, 4, 1: 30.
- [21] LEROY C C, PARTHIOT F. Depth-Pressure Relationships In The Oceans And Seas[J/OL]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1998, 103, 3: 1346-1352.
- [22] FENG S, LI F, LI S. An Introduction To Marine Science[M]. Beijing: Higher Education Press, 1999. (冯士筌, 李凤歧, 李少菁. 海洋科学导论[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.)
- [23] DEL GROSSO V A. New Equation For The Speed Of Sound In Natural Waters (With Comparisons To Other Equations)[J/OL]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1974, 56, 4: 1084-1091.

网络首发:

标题: 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面

作者: 李保金, 薛树强, 肖圳, 朱冀星

收稿日期: 2024-06-11

DOI:10.13203/j.whugis20240005

引用格式:

李保金, 薛树强, 肖圳, 等. 附加先验声速结构约束的 GNSS-A 观测反演声速剖面[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240005 (LI Baojin, XUE Shuqiang, XIAO Zhen, et al. Inversion of Sound Speed Profile using GNSS-A Observations with Prior Sound Speed Structure Constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, DOI: 10.13203/j.whugis20240005)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!

您感兴趣的其他相关论文:

利用 GA-NN 模型反演声速剖面的众源水深数据声速改正

袁浩, 贾帅东, 金绍华, 张立华, 王华

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(3): 377-385.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200515>

利用模拟退火算法反演多波束测量声速剖面

张志伟, 暴景阳, 肖付民, 辛键

武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(8): 1234-1241.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20160304>

一种多波束声速剖面反演与海底地形校正技术

马凯, 徐卫明, 许坚, 董洲洋

武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(4): 525-531.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20170112>