



引文格式:廖健驰,李星星,冯绍权.GVIL:基于图优化的GNSS PPP/视觉/惯性/激光雷达紧组合算法[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(7):1204-1215.DOI:10.13203/j.whugis20230119

Citation: LIAO Jianchi, LI Xingxing, FENG Shaoquan. GVIL: Tightly-Coupled GNSS PPP/Visual/INS/LiDAR SLAM Based on Graph Optimization[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(7): 1204-1215. DOI: 10.13203/j.whugis20230119

# GVIL: 基于图优化的GNSS PPP/视觉/惯性/激光雷达紧组合算法

廖健驰<sup>1</sup> 李星星<sup>1,2</sup> 冯绍权<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 湖北珞珈实验室, 湖北 武汉, 430079

<sup>2</sup> 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

**摘要:** 高精度定位与导航服务在移动机器人、无人机与自动驾驶等新兴领域中发挥着至关重要的作用。视觉/惯性/激光雷达组合算法相较于视觉/惯性组合算法, 可同时利用环境的空间结构与纹理信息以实现更为鲁棒的位姿估计结果, 然而其在大尺度场景下仍存在误差累积问题。为此提出了一种全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)精密单点定位(precise point positioning, PPP)/视觉/惯性/激光雷达紧组合算法。该算法首先通过4种传感器的联合初始化, 实现了不同传感器空间基准的统一; 然后, 用双频无电离层组合后的GNSS伪距、相位观测值与视觉、惯性、激光雷达原始观测值共同构成误差因子; 最后, 通过基于关键帧与滑动窗口的因子图优化实现了全局位姿的精确、鲁棒估计。经车载实验验证, 所提出的GNSS PPP/视觉/惯性/激光雷达紧组合算法通过4种传感器在原始观测值层面的组合, 可以显著提升系统在复杂环境下的位姿估计的精度、连续性与可靠性, 实现无缝导航。

**关键词:** GNSS; 图优化; 同时定位与建图(SLAM); 传感器组合

中图分类号: P228

文献标识码: A

收稿日期: 2023-04-04

DOI: 10.13203/j.whugis20230119

文章编号: 1671-8860(2023)07-1204-12

## GVIL: Tightly-Coupled GNSS PPP/Visual/INS/LiDAR SLAM Based on Graph Optimization

LIAO Jianchi<sup>1</sup> LI Xingxing<sup>1,2</sup> FENG Shaoquan<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Hubei Luojia Laboratory, Wuhan University, Wuhan 430079, China

<sup>2</sup> School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract: Objectives:** High-precision positioning and navigation services play a crucial role in emerging fields such as mobile robots, drones, and autonomous driving. Compared with visual-inertial system algorithms, visual-inertial-LiDAR fusion algorithms can utilize the spatial structure and texture information of the environment to achieve more robust pose estimation results. However, they still suffer from error accumulation problems in large-scale scenes. Therefore, we propose a global navigation satellite system (GNSS) precise point positioning (PPP)/vision/inertial/LiDAR tightly-coupled fusion algorithm (GVIL). **Methods:** First, the algorithm initially performs a joint initialization of four sensors, which results in the unification of the spatial reference frames of the different sensors. Second, the original observations from vision, inertial, and LiDAR are combined with the dual-frequency ionosphere-free combination of GNSS pseudo range and phase observations to generate error factors. Finally, our algorithm achieves global pose estimation by using factor graph optimization based on keyframe strategy and sliding windows. **Results:** The vehicle-borne experiment results show that even under GNSS-constrained observation conditions, the

**基金项目:** 国家重点研发计划(2021YFB2501102)。

**第一作者:** 廖健驰, 博士, 助理研究员, 主要从事组合导航理论和方法研究。liaojianchi@whu.edu.cn

**通讯作者:** 李星星, 博士, 教授。xxli@sgg.whu.edu.cn

proposed four-sensor tightly-coupled algorithm can improve the position estimation accuracy by more than 84% and the attitude estimation accuracy by more than 66% compared with the VIL combination algorithm. **Conclusions:** It has been demonstrated that the GVIL algorithm can significantly enhance the accuracy, continuity, and reliability of pose estimation in complex environments by combining the raw observation data from four types of sensors, achieving continuous navigation.

**Key words:** GNSS; graph optimization; simultaneous localization and mapping (SLAM); sensor fusion

随着智能载体所搭载传感器的不断增多,如何有效地利用多源传感器相互组合,充分发挥不同传感器优势,是近年来导航定位领域研究的热点问题,也是实现复杂环境下的高精度、高可靠、高完好性导航定位服务的关键<sup>[1]</sup>。近年来,以相机、惯导、激光雷达等传感器为基础的同时定位与建图(simultaneous localization and mapping, SLAM)技术在相对定位领域中得到了广泛研究<sup>[2]</sup>。视觉惯性组合系统(visual-inertial system, VINS)组合相机与惯性传感器,利用惯性设备短时间内预报精度较高的特性,为视觉传感器在高动态、弱纹理等退化场景下提供良好信息补充<sup>[3]</sup>。文献[4]利用惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)积分对系统状态进行预报,提出了基于多状态约束卡尔曼滤波(multi-state constraint Kalman filter, MSCKF)的视觉惯性里程计(visual-inertial odometry, VIO),在其基础上基于滤波的VINS算法得到迅速发展;文献[5]在原有的视觉惯性里程计上增加了对双目相机观测与相机外参估计的支持;文献[6]将参考坐标由世界坐标系转换至当前载体的相机坐标系,避免了系统初始化问题。随着研究的深入,SLAM求解中的天然稀疏性使得基于因子图优化的VINS求解变为可能。文献[7]将IMU观测值构建为预积分项加入后端图优化中;文献[8]在其基础上采用关键帧与滑动窗口策略实现了针对单目相机的VIO算法,具有初始化、重定位、闭环检测等功能。相较于滤波算法,基于因子图优化的算法可以更好地保留历史观测信息,在求解过程中可以进行多次线性化且对问题的描述更为直观,因而在后续的研究中得到了更为广泛的应用<sup>[9]</sup>。视觉传感器高度依赖环境纹理特征,在一些弱纹理、低光照的环境下表现不佳。相比之下,激光雷达不受环境光照影响并提供了空间结构特征,与VINS算法相结合可以实现信息互补,基于视觉、惯性、雷达三者组合系统的(visual-inertial-LiDAR system, VIL)算法受到了广泛关注。文献[10]以MSCKF框架为基础实现了3种传感器基于滤波的紧组合算法,并对IMU到相机与激光雷达的外

参在线估计;文献[11-12]以图优化为基础实现了3种传感器的紧组合,通过雷达点云辅助视觉恢复深度,并利用视觉特征增强的激光雷达闭环优化,显著提升了算法的精度与可靠性。

尽管VIL算法无论在理论上还是精度上都取得了长足进步,但作为相对定位算法,随着算法运行时间的增加,其导航误差会不断累计,最终导致整个系统定位结果发散。全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)作为目前唯一一个可以全球全天候、全天时运行的导航定位系统,除可以提供高精度的全局位置信息外,还可以为不同传感器的组合提供统一的时间、空间基准<sup>[13]</sup>。通过将GNSS、视觉、惯性和激光雷达传感器进行融合,可以充分挖掘不同传感器的优势,极大地提升组合导航系统的性能与鲁棒性,是当前多源传感器组合算法的重要发展方向。在早期的研究中,GNSS与惯性、视觉等传感器的组合主要以松组合为主,如文献[14-15]以MSCKF框架为基础,通过松组合的方式将GPS位置解算结果与视觉、惯性量测组合,实现了对无人机位置和姿态的鲁棒估计;文献[16]利用因子图将GNSS解算结果同VINS结合,并通过卡方检测剔除异常观测,以提高其在动态环境下的精度。为了进一步挖掘不同传感器的有效信息,其组合方式由松组合逐步向紧组合不断发展,文献[17]以因子图优化为基础提出了一种GNSS与VINS半紧组合算法,将局部里程的位置估计构建为虚拟观测方程,并将其作为位置先验约束加入GNSS的求解,提升了GNSS解算的精度和可用性。文献[18]以MSCKF框架为基础,实现了多频多系统实时动态定位(real-time kinematic, RTK)与视觉、惯性间的紧组合,并在通过车载实验与RTK/惯性紧组合算法进行了对比验证,实验结果表明,相比于RTK/惯性组合结果,视觉信息的加入可以显著降低惯导的发散,提升组合算法的精度。文献[19-20]分别以图优化为基础实现了GNSS伪距和多普勒观测值与视觉、惯性的紧组合,通过GNSS观测消除了VIO的累计误差,实现了室内外无缝导航。目前,与GNSS组

合相关的研究主要集中在GNSS、视觉、惯性间的组合上,而对GNSS、视觉、惯性、激光雷达4种传感器间紧组合的相关研究还比较少。在组合方式上多采用基于MSCKF的滤波框架对GNSS伪距的单点定位或多普勒观测值进行融合,而基于RTK与精密单点定位(precise point positioning, PPP)等GNSS高精度定位算法和SLAM中广泛使用的图优化模型的相关组合算法仍处于起步阶段。

综上所述,本文提出了一种基于图优化的GNSS PPP/视觉/惯性/激光雷达紧组合算法(GNSS PPP/vision/inertial/LiDAR tightly-coupled fusion algorithm, GVIL),该算法通过4种传感器的联合初始化统一了不同传感器的空间基准,以因子图优化为基础将双频无电离层组合的GNSS伪距和相位观测值、视觉特征点、惯性数据、激光雷达特征点云在原始观测值层面进行融合,实现了多源传感器信息的有效利用,并通过室外复杂环境下的车载实验对算法综合性能进行了验证。

## 1 系统状态量

为了方便后续算法介绍,首先给出本文所涉及的参考坐标系基本定义。

1)地心地固坐标系。地心地固坐标系(Earth-centered Earth-fixed frame,  $e$ 系)原点位于地球中心,坐标轴与地球固连并随地球旋转, $Z$ 轴平行于地球平均自转轴, $X$ 轴位于赤道平面内指向赤道与平均格林尼治子午线的交点, $Y$ 轴与 $X$ 轴和 $Z$ 轴互相垂直构成右手坐标系。

2)载体坐标系。载体坐标系(body frame,  $b$ 系)原点选在惯性设备的量测中心,载体坐标系 $X$ 轴沿载体的横轴方向向右, $Y$ 轴沿载体前进方向, $Z$ 轴沿着载体的立轴方向向上,构成右-前-上载体坐标系。

3)导航坐标系。导航坐标系(navigation coordinate system,  $n$ 系)又称当地水平坐标系,其原点与载体坐标系相同, $X$ 轴沿参考椭球卯酉圈切线方向向东, $Y$ 轴沿当前参考椭球子午线切线方向向北, $Z$ 轴垂直于参考椭球面向上,构成东-北-天(east-north-up, ENU)坐标系。

4)世界坐标系。世界坐标系(world frame,  $w$ 系)是SLAM算法中最为常见的坐标系之一,它是一种人为指定的参考坐标系,其坐标轴彼此正交且符合右手定则,原点与坐标轴朝向根据需求

的不同可以任意指定。

为了获取系统的全局位姿信息,系统状态量被定义在以IMU为中心的地心地固坐标系下。为减少计算量,本文基于滑动窗口对系统状态进行估计,窗口中的系统状态量 $\chi$ 可表示为:

$$\begin{cases} \chi = \{x_i\} \\ x_i = [p_{b_i}^e \ R_{b_i}^e \ v_{b_i}^e \ x_{l_i} \ x_{c_i} \ x_{g_i}] \end{cases} \quad (1)$$

式中, $x_i$ 表示滑动窗口中 $i$ 时刻的系统状态; $p_{b_i}^e$ 、 $R_{b_i}^e$ 、 $v_{b_i}^e$ 分别表示 $i$ 时刻系统在 $e$ 系下的位置、姿态与速度; $x_{l_i}$ 为窗口中与IMU相关的状态量; $x_{c_i}$ 与 $x_{g_i}$ 表示窗口中与相机相和GNSS相关的状态量。

$$\begin{cases} x_{l_i} = [b_{a_i} \ b_{g_i}] \\ x_{c_i} = [\lambda_0 \ \lambda_1 \ \cdots \ \lambda_k] \\ x_{g_i} = [t_{r,s} \ T \ N_1 \ N_2 \ \cdots \ N_m] \end{cases} \quad (2)$$

式中, $b_{a_i}$ 和 $b_{g_i}$ 分别表示 $i$ 时刻IMU的加速度计零偏与陀螺零偏; $\lambda$ 为 $i$ 时刻系统所能跟踪到的相机特征点的逆深度; $t_{r,s}$ 为 $i$ 时刻不同卫星系统的接收机钟差, $r$ 表示接收机, $s \in (G, R, E, C)$ ,  $G$ 、 $R$ 、 $E$ 、 $C$ 分别表示GPS、格洛纳斯导航卫星系统(global navigation satellite system, GLONASS)、伽利略导航卫星系统(Galileo navigation satellite system, Galileo)与北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)4大卫星导航系统; $T$ 表示 $i$ 时刻的对流层延迟; $N$ 为 $i$ 时刻系统所能观测到卫星的载波相位整周模糊度。

## 2 误差因子构建

### 2.1 IMU误差因子构建

本文通过预积分算法<sup>[7,21]</sup>来构建IMU误差因子,与VINS中IMU预积分项相比,本文的系统状态量表示在 $e$ 系下,其预积分项受到重力方向的影响而存在差异,因此需要给出 $e$ 系下预积分的形式,由IMU量测模型可得其加速度与角速度的量测方程为:

$$\begin{cases} \tilde{a}_t = a_t + (R_{b_t}^e)^T g^e + b_{a_t} + n_{a_t} \\ \tilde{\omega}_t = \omega_t + b_{\omega_t} + n_{\omega_t} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\tilde{a}_t$ 与 $\tilde{\omega}_t$ 为 $t$ 时刻IMU输出的加速度与角速度量测值; $a_t$ 与 $\omega_t$ 为IMU测量的真实加速度与角速度; $n_{a_t}$ 与 $n_{\omega_t}$ 为加速度与角速度的量测噪声,本文中将其建模为高斯白噪声; $b_{a_t}$ 与 $b_{\omega_t}$ 为加速度与角速度零偏,本文将其建模为随机游走噪声; $g^e$ 表示 $t$ 时刻系统位置重力在 $e$ 系下的投影,可以由 $g^e = R_n^e g^n$ 计算得到。其中,



$$\mathbf{R}_n^e = \begin{bmatrix} -\sin \eta & -\sin \varphi \cos \eta & \cos \varphi \cos \eta \\ \cos \eta & -\sin \varphi \sin \eta & \cos \varphi \sin \eta \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $\eta$  与  $\varphi$  分别代表  $t$  时刻系统位置的经度与纬度;  $\mathbf{g}^n = [0 \ 0 \ -g]^T$  为当地水平坐标系下的重力向量。对于任意  $j$  时刻的系统位置  $\mathbf{p}_{b_j}^e$ 、速度  $\mathbf{v}_{b_j}^e$ 、姿态  $\mathbf{R}_{b_j}^e$ , 可由  $i$  时刻的系统位置  $\mathbf{p}_{b_i}^e$ 、速度  $\mathbf{v}_{b_i}^e$ 、姿态  $\mathbf{R}_{b_i}^e$  和 IMU 在  $i$  时刻与  $j$  时刻间量测值在  $e$  系下积分得到:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_{b_j}^e = \mathbf{p}_{b_i}^e + \sum_{k=i}^{j-1} [\mathbf{v}_{b_k}^e \Delta t + \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_k}^e \mathbf{g}^{n_k} \Delta t^2 + \frac{1}{2} \mathbf{R}_{b_k}^e (\mathbf{a}_k - \mathbf{b}_{a_k}) \Delta t^2] \\ \mathbf{v}_{b_j}^e = \mathbf{v}_{b_i}^e + \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{R}_{n_k}^e \mathbf{g}^{n_k} \Delta t + \mathbf{R}_{b_k}^e (\mathbf{a}_k - \mathbf{b}_{a_k}) \Delta t \\ \mathbf{R}_{b_j}^e = \mathbf{R}_{b_i}^e \prod_{k=i}^{j-1} \exp((\boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{b}_{\omega_k}) \Delta t) \end{cases} \quad (5)$$

可以看到在积分过程中, 重力向量的积分变化主要由  $\mathbf{R}_{n_k}^e$  决定, 而  $\mathbf{R}_{n_k}^e$  的变化主要来自于载体位置的变化, 相比于量测噪声, 其在积分时刻内所导致的重力方向变化很小, 可以视为常量, 即:

$$\begin{cases} \sum_{k=i}^{j-1} \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_k}^e \mathbf{g}^{n_k} \Delta t^2 = \sum_{k=i}^{j-1} \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t^2 = \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{i,j}^2 \\ \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{R}_{n_k}^e \mathbf{g}^{n_k} \Delta t = \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t = \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{i,j} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\sum_{k=i}^{j-1} \Delta t = \Delta t_{ij}$ 。

则式(5)可以改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{p}_{b_j}^e = \mathbf{p}_{b_i}^e + \mathbf{v}_{b_i}^e \Delta t_{ij} + \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij}^2 + \sum_{k=i}^{j-1} \frac{1}{2} \mathbf{R}_{b_k}^e (\mathbf{a}_k - \mathbf{b}_{a_k}) \Delta t^2 \\ \mathbf{v}_{b_j}^e = \mathbf{v}_{b_i}^e + \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij} + \sum_{k=i}^{j-1} \mathbf{R}_{b_k}^e (\mathbf{a}_k - \mathbf{b}_{a_k}) \Delta t \\ \mathbf{R}_{b_j}^e = \mathbf{R}_{b_i}^e \prod_{k=i}^{j-1} \exp((\boldsymbol{\omega}_k - \mathbf{b}_{\omega_k}) \Delta t) \end{cases} \quad (7)$$

对式(7)进行移项整理, 左右两侧同乘  $(\mathbf{R}_{b_i}^e)^{-1}$  并代入预积分项可得:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{b_i}^e \left( \mathbf{p}_{b_j}^e - \mathbf{p}_{b_i}^e - \mathbf{v}_{b_i}^e \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij}^2 \right) = \boldsymbol{\alpha}_{b_j}^{b_i} \\ \mathbf{R}_{b_i}^e \left( \mathbf{v}_{b_j}^e - \mathbf{v}_{b_i}^e - \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij} \right) = \boldsymbol{\beta}_{b_j}^{b_i} \\ \mathbf{R}_{b_i}^e \mathbf{R}_{b_j}^e = \boldsymbol{\gamma}_{b_j}^{b_i} \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\boldsymbol{\alpha}_{b_j}^{b_i}$ 、 $\boldsymbol{\beta}_{b_j}^{b_i}$  和  $\boldsymbol{\gamma}_{b_j}^{b_i}$  为  $i$  时刻到  $j$  时刻间的 IMU 预

分项。

由此可得  $e$  系下 IMU 预积分项的残差  $\mathbf{r}_I$  可以表示为:

$$\mathbf{r}_I(\tilde{\mathbf{z}}_{b_j}^{b_i}, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \delta \boldsymbol{\alpha}_{b_j}^{b_i} \\ \delta \boldsymbol{\beta}_{b_j}^{b_i} \\ \delta \boldsymbol{\theta}_{b_j}^{b_i} \\ \delta \mathbf{b}_a \\ \delta \mathbf{b}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{b_i}^e (\mathbf{p}_{b_j}^e - \mathbf{p}_{b_i}^e - \mathbf{v}_{b_i}^e \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij}^2) - \boldsymbol{\alpha}_{b_j}^{b_i} \\ \mathbf{R}_{b_i}^e (\mathbf{v}_{b_j}^e - \mathbf{v}_{b_i}^e - \mathbf{R}_{n_i}^e \mathbf{g}^{n_i} \Delta t_{ij}) - \boldsymbol{\beta}_{b_j}^{b_i} \\ 2 \left[ \mathbf{q}_{b_i}^{e^{-1}} \otimes \mathbf{q}_{b_j}^e \otimes (\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{b_j}^{b_i})^{-1} \right]_{xyz} \\ \mathbf{b}_{a_j} - \mathbf{b}_{a_i} \\ \mathbf{b}_{\omega_j} - \mathbf{b}_{\omega_i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{z}}_{b_j}^{b_i}$  为 IMU 观测值;  $\delta \boldsymbol{\alpha}_{b_j}^{b_i}$ 、 $\delta \boldsymbol{\beta}_{b_j}^{b_i}$  和  $\delta \boldsymbol{\theta}_{b_j}^{b_i}$  为  $i$  时刻到  $j$  时刻间的 IMU 预积分项残差项;  $\delta \mathbf{b}_a$  和  $\delta \mathbf{b}_g$  表示  $i$  时刻到  $j$  时刻间的 IMU 加速度计与陀螺零偏项残差项;  $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{b_j}^{b_i}$ 、 $\tilde{\boldsymbol{\beta}}_{b_j}^{b_i}$  和  $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_{b_j}^{b_i}$  表示  $i$  时刻到  $j$  时刻间的 IMU 预积分观测值。

## 2.2 GNSS-PPP 误差因子的构建

PPP 技术是目前应用最为广泛的 GNSS 实时精密定位技术之一, 与差分动态定位技术相比, PPP 技术可以有效摆脱对地面参考站的依赖, 具有精度高、成本低、机动性强等特点<sup>[22]</sup>。本文采用 PPP 技术构建 GNSS 误差因子, GNSS 原始伪距和载波观测可以表示为:

$$\begin{cases} P_r^s = \rho_r^s + t_r - t^s + I_r^s + T_r^s + b_r - b^s + \varepsilon_P \\ L_r^s = \rho_r^s + t_r - t^s - I_r^s + T_r^s + \lambda(N_r^s + B_r - B^s) + \varepsilon_L \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $P_r^s$  和  $L_r^s$  分别表示接收机  $r$  对卫星  $s$  的伪距和载波相位观测值;  $\rho_r^s$  表示卫星天线相位中心到接收天线相位中心的几何距离;  $t_r$  和  $t^s$  分别指接收机钟差和卫星钟差;  $I_r^s$  为电离层延迟;  $T_r^s$  为对流层延迟;  $\lambda$  表示其波长;  $N_r^s$  为载波相位整周模糊度;  $b_r$  和  $b^s$  分别为接收机端和卫星端的伪距硬件延迟;  $B_r$  和  $B^s$  分别为接收机端和卫星端的相位延迟;  $\varepsilon_P$  和  $\varepsilon_L$  分别为伪距观测值和载波相位观测值上残余的误差项, 包括观测噪声和多路径误差的总和。值得注意的是, 对于 GNSS 观测中能够精确模型化的误差, 如相对论效应、相位缠绕、固体潮汐等在构建观测方程时需要进行改正。

在 PPP 处理中, 通常采用双频无电离层组合



(ionosphere-free, IF)来消除一阶电离层延迟的影响:

$$\begin{cases} P_{r,IF(i,j)}^s = \frac{f_i^2}{f_i^2 - f_j^2} P_{r,i}^s - \frac{f_j^2}{f_i^2 - f_j^2} P_{r,j}^s \\ L_{r,IF(i,j)}^s = \frac{f_i^2}{f_i^2 - f_j^2} L_{r,i}^s - \frac{f_j^2}{f_i^2 - f_j^2} L_{r,j}^s \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $f_i$  与  $f_j$  表示不同 GNSS 信号频率, 其组合后的无电离层组合观测方程为:

$$\begin{cases} \tilde{P}_{IF} = \| \mathbf{p}_{r_i}^e - \tilde{\mathbf{p}}_s^e \| + t_r - t^s + m_w z_w + \varepsilon_{P,IF} \\ \tilde{L}_{IF} = \| \mathbf{p}_{r_i}^e - \tilde{\mathbf{p}}_s^e \| + t_r - t^s + m_w z_w + \lambda_{IF} \cdot N_{IF} + \varepsilon_{L,IF} \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\tilde{P}_{IF}$  和  $\tilde{L}_{IF}$  分别为伪距与载波相位无电离层组合后含有观测噪声的观测值;  $\mathbf{p}_s^e$  为卫星坐标;  $t^s$  为接收机钟差, 可由精密轨道与钟差中获得;  $z_w$  与  $m_w$  为对流层湿延迟与其投影函数, 对流层延迟通常可分为干分量与湿分量, 其中干分量通常通过萨斯塔莫宁模型<sup>[23]</sup>等先验模型直接进行改

正, 而湿分量由于具有较强的不确定性, 通常需要作为参数进行估计;  $\mathbf{p}_{r_i}^e$  为  $e$  系下 GNSS 接收机测量中心的位置;  $\lambda_{IF}$  与  $N_{IF}$  分别为无电离层组合的波长与整周模糊度。由于 GNSS 的测量基准为接收机中心, 而本文算法的参考基准为 IMU 量测中心, 两者空间不同步, 需要利用  $b$  系下 GNSS 中心相对于 IMU 中心的矢量(又称杆臂)  $\mathbf{l}^b$  进行改正:

$$\mathbf{p}_{r_i}^e = \mathbf{p}_{b_i}^e + \mathbf{R}_{b_i}^e \mathbf{l}^b \quad (13)$$

则 GNSS 观测量  $\tilde{\mathbf{z}}^G$  的误差  $\mathbf{r}_G$  可表示为:

$$\mathbf{r}_G(\tilde{\mathbf{z}}^G, \mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \| \mathbf{p}_{b_i}^e + \mathbf{R}_{b_i}^e \mathbf{l}^b - \mathbf{p}_s^e \| + t_r - t^s + m_w z_w - \tilde{P}_{IF} \\ \| \mathbf{p}_{b_i}^e + \mathbf{R}_{b_i}^e \mathbf{l}^b - \mathbf{p}_s^e \| + t_r - t^s + m_w z_w + N_{IF} - \tilde{L}_{IF} \end{bmatrix} \quad (14)$$

### 2.3 视觉误差因子的构建

对于视觉观测, 采用重投影误差构建视觉误差因子。对于任意特征点  $k$ , 其第  $j$  帧观测量与第  $i$  帧观测量之间的重投影误差项  $\mathbf{r}_c$  可以表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_c(\tilde{\mathbf{z}}_k^c, \chi) = \pi_c^{-1} \left( \begin{bmatrix} \tilde{u}_k^{c_{m,j}} \\ \tilde{v}_k^{c_{m,j}} \end{bmatrix} \right) - \hat{\mathbf{p}}_k^{c_{m,j}}, m \in (l, r) \\ \hat{\mathbf{p}}_k^{c_{l,j}} = \mathbf{R}_{c_l}^b ( \mathbf{R}_{b_j}^e ( \mathbf{R}_{c_l}^b ( \mathbf{R}_{c_l}^b \frac{1}{\lambda_k} \pi_c^{-1} ( \begin{bmatrix} \tilde{u}_k^{c_{l,i}} \\ \tilde{v}_k^{c_{l,i}} \end{bmatrix} ) + \mathbf{p}_{c_l}^b ) + \mathbf{p}_{b_i}^e - \mathbf{p}_{b_j}^e ) - \mathbf{p}_{c_l}^b ) \\ \hat{\mathbf{p}}_k^{c_{r,j}} = \mathbf{R}_{c_r}^b ( \mathbf{R}_{b_j}^e ( \mathbf{R}_{c_r}^b ( \mathbf{R}_{c_r}^b \frac{1}{\lambda_k} \pi_c^{-1} ( \begin{bmatrix} \tilde{u}_k^{c_{r,i}} \\ \tilde{v}_k^{c_{r,i}} \end{bmatrix} ) + \mathbf{p}_{c_r}^b ) + \mathbf{p}_{b_i}^e - \mathbf{p}_{b_j}^e ) - \mathbf{p}_{c_r}^b ) \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $(\tilde{u}_k^{c_{m,j}}, \tilde{v}_k^{c_{m,j}})$  为特征点  $k$  在第  $j$  帧的  $m$  相机下的像素坐标,  $m \in (l, r)$ ,  $l$  与  $r$  分别表示左相机与右相机;  $\pi_c^{-1}$  表示由 2D 像素坐标到 3D 归一化相机坐标的投影;  $(\tilde{u}_k^{c_{l,i}}, \tilde{v}_k^{c_{l,i}})$  为特征点  $k$  在第  $i$  帧的左相机下的像素坐标;  $\lambda$  为特征点在第  $i$  帧下的逆深度;  $\mathbf{R}_{c_l}^b, \mathbf{p}_{c_l}^b$  与  $\mathbf{R}_{c_r}^b, \mathbf{p}_{c_r}^b$  为左相机与右相机到 IMU 中心的外参。

### 2.4 激光雷达误差因子的构建

对于激光雷达观测, 本文参考文献[11], 基于雷达点云中边缘特征与平面特征来构造雷达误差因子。对于新一帧雷达观测, 首先计算不同扫描平面上各点的曲率值, 并以此为基础提取边缘特征与平面特征; 随后, 利用与当前位置最近的(通常小于 50 m)雷达关键帧位姿与特征点云信息构建局部特征地图; 最后, 对提取的边缘与平面特征点与局部特征地图中的特征点进行匹配, 并构造雷达误差因子:

$$\mathbf{r}_{e_i} = \frac{|(\mathbf{p}_i^e - \mathbf{p}_j^e) \times (\mathbf{p}_i^e - \mathbf{p}_k^e)|}{|\mathbf{p}_j^e - \mathbf{p}_k^e|} \quad (16)$$

$$\mathbf{r}_{p_i} = \frac{|\mathbf{p}_i^e - \mathbf{p}_j^e|}{|(\mathbf{p}_j^e - \mathbf{p}_k^e) \times (\mathbf{p}_j^e - \mathbf{p}_m^e)|} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{r}_{e_i}$  与  $\mathbf{r}_{p_i}$  分别表示雷达边缘误差与平面误差; 对于边缘误差,  $\mathbf{p}_i^e$  为当前帧点云中提取的边缘特征点,  $\mathbf{p}_j^e$  与  $\mathbf{p}_k^e$  为特征地图中的边缘特征匹配点; 对于平面误差,  $\mathbf{p}_i^e$  为当前帧点云中提取的平面特征点,  $\mathbf{p}_j^e, \mathbf{p}_k^e$  与  $\mathbf{p}_m^e$  为特征地图中的平面特征匹配点。

### 2.5 基于关键帧与滑动窗口的 GVIL 因子图构建

本文提出的 GVIL 组合算法在后端状态估计中所维护的基于滑动窗口的因子图如图 1 所示, 其中圆形节点对应算法中所估计的状态量, 包含系统状态量  $\mathbf{x}_i$ 、GNSS 相关的状态量  $\mathbf{x}_G$ 、相机特征点的逆深度  $\lambda_i$  等, 与其相连的矩形方块表示系统中各项误差因子。针对传入系统的不同观测量, 本文分别构建了 IMU 误差因子、GNSS-PPP 误差因子、视觉误差因子与激光雷达误差因子 4

种误差因子。为了降低系统优化的计算量,本文采用关键帧策略与滑动窗口的方式对因子图进行更新,虚线框内为当前滑动窗口中所保存的系统状态量。当新一帧观测到来时,首先为其构造相应的系统状态量节点并加入到因子图中,根据其观测值类型建立相应的误差因子,并将其与相关的状态量节点相连。若此时窗口已满,则需要将窗口中最老帧对应的节点进行边缘化处理,移除该节点并为窗口内与其相关的节点构造先验约束项因子,参与后续系统全局状态优化,通过这种方式可以在减少计算量的同时最大程度地保留系统观测信息。在构建 GNSS 误差因子时,需要注意对于同一颗卫星的模糊度参数在未发生周跳的弧段内应采用同一模糊度参数进行参数估计,只有当其发生周跳时才会将其构造为新的模糊度参数,因而不同时刻的系统状态会与同一个模糊度参数节点相连。

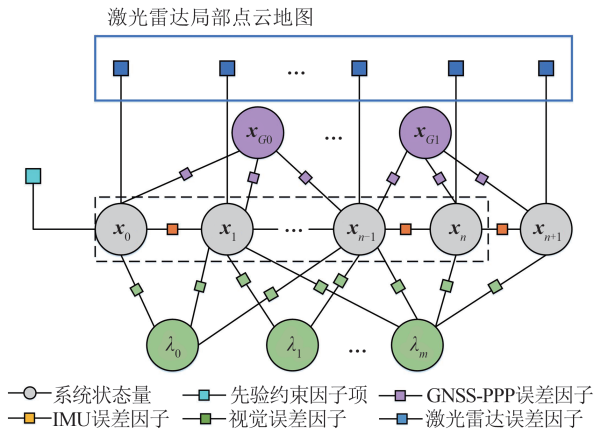


图 1 GVIL 因子图结构

Fig. 1 Factor Graph Representation of GVIL System

由滑动窗口中各因子所构建的优化问题为:

$$\min_x \left\{ \left\| \mathbf{r}_p - \mathbf{H}_p \mathbf{x} \right\|_{\mathbf{P}_p}^2 + \sum_{i \in I} \left\| \mathbf{r}_I(\hat{\mathbf{z}}_{b_{i+1}}^{b_i}, \mathbf{x}) \right\|_{\mathbf{P}_{b_{i+1}}^{b_i}}^2 + \sum_{(j, n) \in C} \left\| \mathbf{r}_C(\hat{\mathbf{z}}_n^{c_j}, \mathbf{x}) \right\|_{\mathbf{P}_n^{c_j}}^2 + \sum_{(k, m) \in L} \left\| \mathbf{r}_L(\hat{\mathbf{z}}_m^{l_k}, \mathbf{x}) \right\|_{\mathbf{P}_m^{l_k}}^2 + \sum_{(s, o) \in G} \left\| \mathbf{r}_G(\hat{\mathbf{z}}_o^{G_s}, \mathbf{x}) \right\|_{\mathbf{P}_o^{G_s}}^2 \right\} \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{r}_p$ 、 $\mathbf{H}_p$  为边缘化所产生的先验约束的残差与系数阵;  $\mathbf{r}_I$ 、 $\mathbf{r}_C$ 、 $\mathbf{r}_L$  和  $\mathbf{r}_G$  分别表示预积分项残差、视觉观测残差、激光雷达观测残差与 GNSS 观测残差;  $\mathbf{P}_{b_{i+1}}^{b_i}$ 、 $\mathbf{P}_n^{c_j}$ 、 $\mathbf{P}_m^{l_k}$ 、 $\mathbf{P}_o^{G_s}$  为其各自相应的协方差矩阵。其中, 惯性测量的协方差矩阵依据 IMU 预积分采用递推形式进行计算, 视觉测量的协方差矩阵可由像素观测噪声协方差与相机的投影矩阵计算, 激光雷达观测协方差矩阵可利用雷达平面特征与边缘特征中点到线和点到面的距离残差

计算, 其详细计算方式可以参考文献[11]。对于 GNSS 观测的协方差矩阵, 本文依据卫星的高度角信息确定其最终权重:

$$\sigma^2 = \begin{cases} \sigma_0^2, e \geq 30^\circ \\ \frac{1}{2 \sin e} \sigma_0^2, e < 30^\circ \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $\sigma_0$  表示观测量初始精度, 本文中依据经验通常取伪距观测量 0.3 m、载波相位 3 mm 作为先验精度;  $\sigma$  为经高度角模型确定的精度;  $e$  表示卫星的高度角, 根据该随机模型, 当卫星高度角大于  $30^\circ$  时, 对观测量采用等权处理, 当卫星高度角小于  $30^\circ$  时, 根据其高度不同进行降权处理。此外, 为了降低不同传感器中异常观测对于后端估计的影响, 增强后端优化的稳定性, 本文采用 CauchyLoss 作为核函数对于异常观测进行降权处理。

### 3 系统基本框架

本文所提出的 GVIL 紧组合算法数据处理流程如图 2 所示, 可以分为数据预处理、联合初始化与因子图优化两个部分, 其中有关 IMU、视觉、激光雷达的数据预处理在文献[12]有详细的叙述, 本文中不再赘述, 主要介绍有关 GNSS 观测值的预处理与初始化过程。预处理主要指观测量粗差及周跳的探测, 首先系统需要获取当前历元的伪距与载波相位观测量以及精密轨道和钟差文件; 然后采用 TurboEdit 算法, 通过 MW (Melbourne-Wübbena) 组合与电离层残差组合进行粗差和周跳的探测。本文对于发生周跳的历元直接引入新的模糊度参数, 而并不进行修复, 以避免周跳修复错误影响定位结果; 最后根据相关模型对 GNSS 相对论效应、海洋潮汐、地球自转等模型化误差进行改正, 并构建 PPP 双频无电离层组合观测方程。

在初始化过程中, 首先需要针对当前帧是否为关键帧进行判断。本文所提出的 GVIL 算法对于视觉、雷达观测的关键帧的判断主要依据载体位移量与旋转量估计, 与文献[8, 11]基本保持一致。而对于 GNSS 观测, 由于 PPP 定位过程中参数的收敛需要一定时间, 需要确保卫星观测的连续性。因而当 GNSS 卫星观测传入时, 系统一定会将其构建为关键帧并加入滑动窗口。

待滑动窗口集满关键帧后, 需要进行视觉、惯性、激光雷达的联合初始化, 有关三者初始化内容可以参考文献[11]。初始化后系统状态量

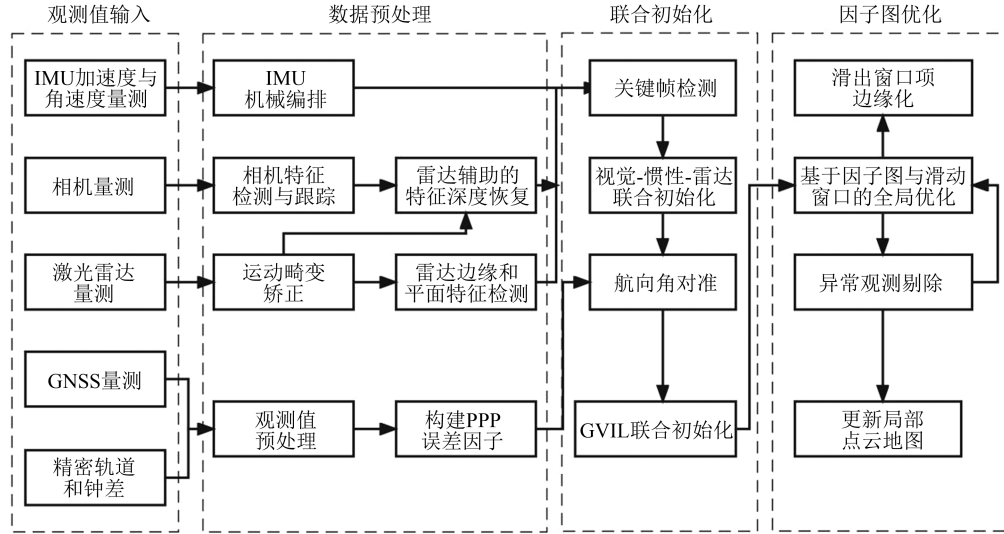


图2 GVIL算法数据处理流程

Fig. 2 Workflow of GVIL System

表示在 $w$ 系下,由于GVIL组合算法采用 $e$ 系作为参考坐标系,仍需进一步转换。在转换参数的计算上,其平移量可由GNSS测量解算得到,而旋转量初始化后的 $w$ 系水平姿态角与当地水平坐标系保持一致,因而只需对其进行航向角估计。由于本文主要面向微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)级低成本IMU的应用,测量噪声较大,地球自转角速度无法从测量噪声中分离,需要借助其他传感器进行辅助。本文中主要采用动对准模式<sup>[24]</sup>,利用GNSS所测量的位移矢量实现航向角初值估计。假设载体在对准过程中呈直线运动,利用GNSS量测可得到其在 $k$ 时刻与 $k+1$ 时刻在 $e$ 系下的位置矢量 $r_k^e$ 与 $r_{k+1}^e$ ,则可得 $k$ 时刻位置对应的子午圈切线单位矢量 $\bar{r}_0$ 为:

$$\bar{r}_0 = \bar{r}_k \times (\bar{r}_z \times \bar{r}_k) \quad (20)$$

式中, $\bar{r}_k$ 为位置矢量 $r_k^e$ 的单位矢量; $\bar{r}_z$ 为 $e$ 系下沿其 $z$ 轴的单位矢量。则载体航向角 $\psi$ 为:

$$\psi = \arccos(\bar{r}_0 \cdot \Delta \bar{r}_k), \Delta \bar{r}_k = \frac{r_{k+1}^e - r_k^e}{\|r_{k+1}^e - r_k^e\|} \quad (21)$$

在初始化过程中,载体在静止一段时间后进行直线运动,此时对于视觉、惯性、雷达观测利用VIL紧组合算法完成初始化,并不断估计其在 $w$ 系下的位姿,GNSS观测依据PPP模型单独解算,获取系统在 $e$ 系下的位置,当位移长度满足预定阈值(5~10 m)后便尝试利用位置矢量进行航向角对准,在得到其初始航向角 $\psi$ 后,记录当前时刻GNSS天线位置 $p_r^e$ ,则此时 $e$ 系与 $w$ 系间旋转关系为:

$$\begin{cases} R_w^e = R_n^e R_w^n \\ t_w^e = p_r^e - R_n^e R_w^n (p_{b_i}^w + R_{b_i}^w l^b) \end{cases} \quad (22)$$

式中, $R_w^n$ 可由初始航向角 $\psi$ 得到; $R_n^e$ 与载体的位置相关,可由式(4)进行计算。在得到二者转换关系 $\{R_w^e, t_w^e\}$ 后,需要将先前估计的系统状态由 $w$ 系转到 $e$ 系下。初始化成功后可将后续观测加入因子图,进行基于因子图的整体优化,并对其中的异常观测值进行检测与剔除。对于滑出窗口项,通过边缘化的方式将其构造为先验项加入后续优化。在整体优化完成后,利用最新的系统状态对局部点云地图进行更新。

## 4 车载实验与结果分析

### 4.1 实验数据情况

为了测试组合算法的性能,2020-10-27在武汉大学校园内进行了两组车载实验。实验数据采集使用了自主搭建的组合导航数据采集平台。如图3所示,该实验平台搭载了Septentrio PolaRx5 GNSS高精度多频多系统接收机与NovAtel GPS-702-GG天线,支持GPS(L1、L2、L5)、GLONASS(L1、L2、L3)、Galileo(E1、E5a、E5b、AltBoc、E6)与BDS(B1、B2、B3)频率数据采集。两组FLIR BFS-PGE-31S4C工业相机构成双目立体相机,采用全局曝光,最大图像分辨率为2048×1536像素,最大采集频率为35 Hz。Velo-dyne VLP-16激光雷达,最大测量范围为100 m,垂直角测量范围为+15°~−15°,垂直角度测量分辨率为2°,水平角测量范围为360°,测量精度为±3 cm。StarNeto XW-GI7660战术级惯导与



AIDS-16470 MEMS IMU,其性能参数如表 1 所示。实验过程中 GNSS 数据采样率为 1 Hz,相机采样率为 10 Hz,激光雷达采样率为 10 Hz,IMU 采样率为 200 Hz。

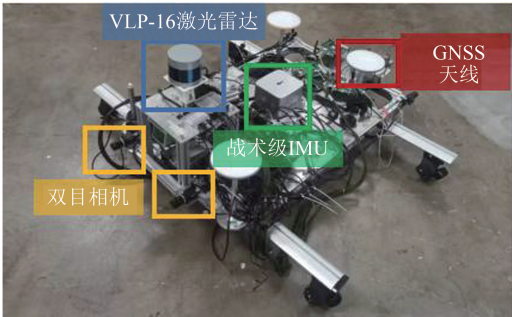


图 3 组合导航数据采集平台  
Fig. 3 Integrated Navigation Data Acquisition Platform

IMU 设备	零偏稳定性		随机游走	
	陀螺 /(°·h <sup>-1</sup> )	加速度计 /mg	角度 /(°·h <sup>-1/2</sup> )	速度 /(m·s <sup>-1</sup> · h <sup>-1/2</sup> )
StarNeto	0.3	100	0.01	
AIDS	8	1 500	0.34	0.037

为保证采集数据的时间同步,本文采用了以 GNSS 的秒脉冲信号为基准的时间同步方案,GNSS 接收机通过 GNSS 天线接收卫星信号,在与 GPS 时间对齐后,以 1 Hz 的频率向外输出秒脉冲信号,将不同传感器的时间校准到 GPS 时刻。在空间同步上以惯性设备的测量中心为原点建立载体坐标系,对于 GNSS 天线与 IMU 的空间关系可以通过测量 GNSS 天线中心相对于 IMU 测量中心的位置向量(杆臂值)确定;双目相机与 IMU 间的空间关系可以采用 Kalibr 工具箱<sup>[25]</sup>对相机与 IMU 进行联合标定获得;激光雷达与 IMU 间的空间关系可以采用 Autoware 工具箱<sup>[26]</sup>先确定激光雷达与相机间的空间关系,再转换至 IMU 坐标系下。

两组车载实验均为复杂城市场景,其中实验-01 全长 1 600 m 左右,实验-02 全长 2 600 m 左右。图 4 与图 5 为两组实验的轨迹与典型场景,其道路两旁存在树木和建筑等结构化特征,这些特征有利于相机和激光雷达的特征匹配,但会对 GNSS 信号产生严重的干扰,一些场景存在光照明暗变化、过度曝光等情况,部分路段还存在人、车等动态物体的干扰。

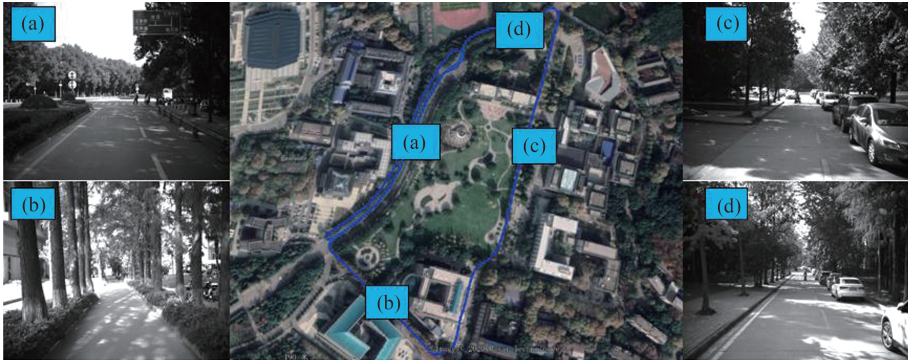


图 4 实验-01 车载实验轨迹与典型场景  
Fig. 4 Trajectory and Typical Scene of Experiment-01 Vehicle Experiment



图 5 实验-02 车载实验轨迹与典型场景  
Fig. 5 Trajectory and Typical Scene of Experiment-02 Vehicle Experiment

在测试过程中,车辆进行了多次加减速、转弯等机动操作以实现 IMU 的充分激励。本算

法基于武汉大学测绘学院 GREAT 软件实现<sup>[27]</sup>,为了获取车辆的参考轨迹,实验采用 NovAtel 公

司商用软件解算的StarNeto战术级惯导与GNSS事后双向平滑的紧组合结果作为参考轨迹,其中GNSS基准站设置在武汉大学信息学部教学实验大楼楼顶,并使用Trimble NetR9多频多模接收机以1 Hz频率进行数据采集。

4.2 卫星可见性分析

实验-01与实验-02中GNSS各系统卫星数与相应的空间位置精度因子(position dilution of precision, PDOP)值的变化情况见图6、图7与表2,可以看出,实验-01与实验-02所在环境下,单系统可见卫星数仅为2~4颗。采用4系统观测后,可见卫星数有一定提升,但卫星数整体波动较大,部分路段卫星数不足4颗,且相应的PDOP值显著升高,给GNSS的精确解算带来较大困难。

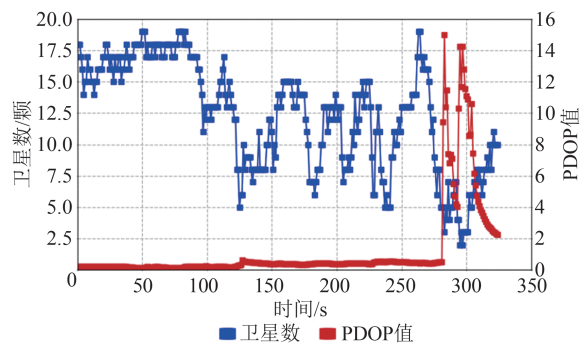


图6 实验-01中GNSS 4系统卫星数与相应的PDOP值  
Fig. 6 Number of GNSS 4 System Satellites and PDOP Value in Experiment-01

4.3 实验结果与分析

实验-01与实验-02采用4系统所解算的PPP定位结果如图8与表3所示,结果表明在车载实验环境下,受卫星遮挡、多路径效应等观测条件的影响,单PPP解算精度不高,水平(东(east, E)、北(north, N))方向均方根误差(root mean

squared error, RMSE)为1~2 m,垂直(天(up, U))方向RMSE为5.59~3.79 m。此外,在蓝色区域内,PPP解算精度出现了大幅波动,该区域内解算精度的下降与卫星受到环境遮挡几何结构强度下降相关。通常认为需要达到分米级定位才能满足自动驾驶车载导航需求。经统计,在实验-01中,PPP解算结果整体RMSE小于1 m的共52个历元,占全部历元数的16%;实验-02为156个历元,占全部历元数的26%。可以看出,在实验测试环境下,依靠单GNSS难以满足车载导航应用需求。

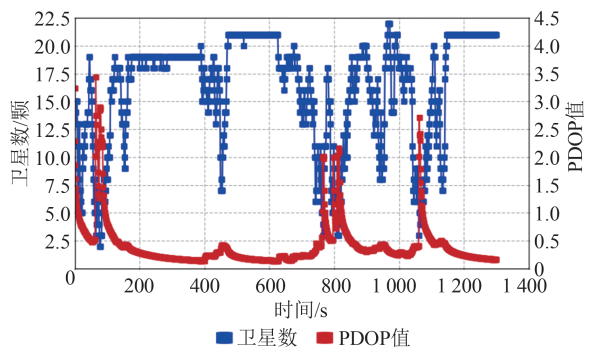
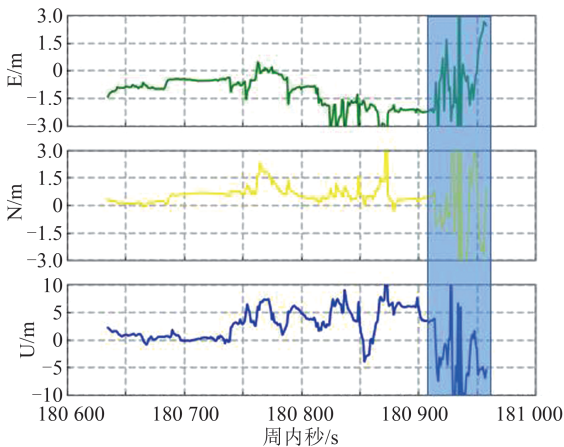


图7 实验-02中GNSS 4系统卫星数与相应的PDOP值  
Fig. 7 Number of GNSS 4 System Satellites and PDOP Value in Experiment-02

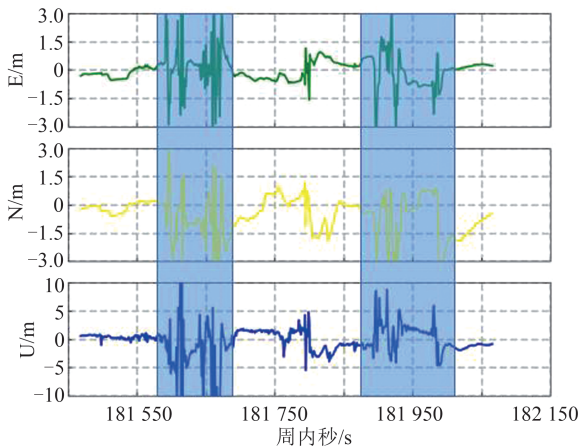
表2 GNSS各系统平均卫星数

Tab. 2 Average Number of Satellites in Each GNSS System

数据序列	卫星系统				4系统组合
	GNSS	GLONASS	Galileo	BDS	
实验-01	3.8	2.2	3.7	3.5	13.2
实验-02	4.0	2.3	3.8	4.0	14.1



(a) 实验-01 4系统PPP解算结果



(b) 实验-02 4系统PPP解算结果

图8 实验-01与实验-02 4系统PPP解算结果

Fig. 8 4 Systems PPP Results of Experiment-01 and Experiment-02



表 3 4 系统 PPP 解算结果 RMSE/m  
Tab. 3 RMSE of 4 Systems PPP Results/m

数据序列	RMSE			
	E	N	U	三维位置
实验-01	1.820	2.067	5.587	6.229
实验-02	1.148	1.219	3.793	4.096

为了验证算法的有效性,本文采用文献[8]所改进的双目 VIO 算法与文献[12]所提出的 VIL 算法同本文所实现的 GNSS、视觉、惯性紧组合算法(GNSS-visual-inertial odometry, GVIO)与 GVIL 算法进行对比分析。实验结果如图 9、图 10 与表 4、表 5 所示,可以看出,在 VIO 与 VIL 等相对定位算法的基础上,引入 GNSS 观测可以显著改善 VIO 与 VIL 算法在全局位置与姿态上的可观性,修正累计误差,提升组合系统的位姿估计性能。在位置估计上,实验-01 中 GVIO 在 E、N、U 3 个方向上 RMSE 相较于 VIO 分别提升了 94.8%、94% 与 84.2%;GVIL 在 E、N、U 3 个方向上 RMSE 相较于 VIL 分别提升了 85.1%、90.7% 与 27.6%。实验-02 中 GVIO 在 E、N、U 3 个方向上 RMSE 相较于 VIO 分别提升了 94.9%、95% 与 80.3%;GVIL 在 E、N、U 3 个方向上 RMSE 相较于 VIL 分别提升了 96.5%、94.4% 与 84.4%。在姿态估计上,实验-01 中 GVIO 的航向角估计 RMSE 相较于 VIO 提升了 66.3%,GVIL 的航向角估计 RMSE 相较于 VIL 提升了 55.7%;实验-02 中 GVIO 的航向角估计 RMSE 相较于 VIO 提升了 87.2%,GVIL 的航向角估计 RMSE 相较于 VIL 提升了 91.8%。

此外,通过 GVIO 与 GVIL 间的比较可以看出,激光雷达观测的加入可以有效降低组合算法在 GNSS 失锁条件下的误差漂移,同时其所提供的位置信息也有益于 GNSS 的解算。在实验-01 中,GVIL 相较于 GVIO 在 E、N 两个方向上位置估计 RMSE 分别提升了 42.4%、67.7%,航向角估计 RMSE 提升了 32.8%;实验-02 中,GVIL 相较于 GVIO 在 E、N、U 3 个方向上位置估计 RMSE 分别提升了 65.1%、34% 与 28.9%,航向角估计 RMSE 提升了 62.2%。

## 5 结 语

本文提出了一种基于因子图的 GNSS、视觉、惯性、激光雷达紧组合算法,该算法以位移矢量为基础实现了 4 种传感器联合初始化,并通过基

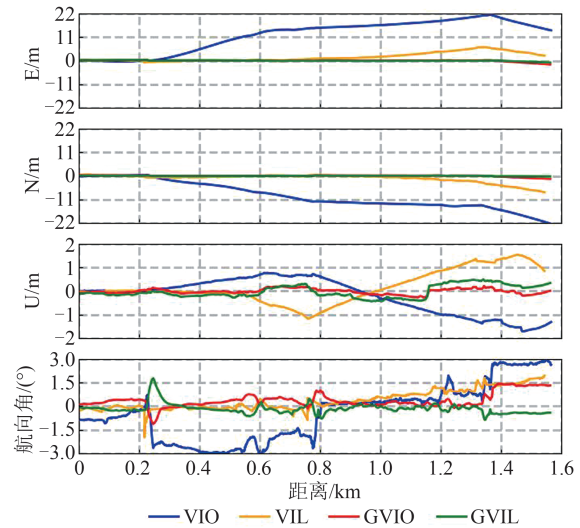


图 9 实验-01 4 种算法定位定姿精度

Fig. 9 Positioning and Attitude Accuracy of 4 Algorithms in Experiment-01

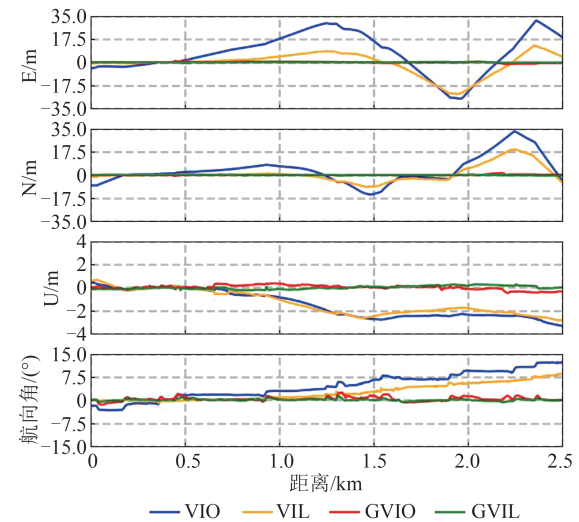


图 10 实验-02 4 种算法定位定姿精度

Fig. 10 Positioning and Attitude Accuracy of 4 Algorithms in Experiment-02

表 4 实验-01 4 种算法定位定姿精度 RMSE

Tab.4 Positioning and Attitude RMSE of 4 Algorithms in Experiment-01

算法	RMSE				
	E/m	N/m	U/m	三维位置/m	航向角/(°)
VIO	14.09	10.79	1.46	17.82	1.72
VIL	2.82	2.26	0.76	3.69	0.88
GVIO	0.73	0.65	0.23	1.01	0.58
GVIL	0.42	0.21	0.55	0.72	0.39

于滑动窗口的因子图优化对 4 种传感器进行紧组合估计,实现了原始观测值层面下的 GNSS 全局定位信息与 VIL 相对定位信息间的融合。本文利用车载实验对算法性能进行测试,实验结果表



**表5 实验-02 4种算法定位定姿精度 RMSE**  
Tab. 5 Positioning and Attitude RMSE of 4 Algorithms  
in Experiment-02

算法	RMSE				
	E/m	N/m	U/m	三维位置/m	航向角/°
VIO	16.85	10.56	1.93	19.98	6.40
VIL	8.51	6.30	1.73	10.73	3.80
GVIO	0.86	0.53	0.38	1.08	0.82
GVIL	0.3	0.35	0.27	0.54	0.31

明,即使在 GNSS 受限的观测条件下,本文所提出的四者紧组合算法仍可大幅度提升算法的精度与可用性,相较于 VIL 组合算法,其位置估计精度可以提升 84% 以上,姿态估计精度可以提升 66% 以上。

### 参 考 文 献

- [1] Zhang Hengcai, Yu Baoguo, Bei Jinzhong, et al. A Survey of Scene-Based Augmentation Systems for Comprehensive PNT [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(4): 491-505. (张恒才, 蔚保国, 秘金钟, 等. 综合 PNT 场景增强系统研究进展及发展趋势[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(4): 491-505.)
- [2] Bailey T, Durrant-Whyte H. Simultaneous Localization and Mapping (SLAM): Part II [J]. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, 2006, 13(3): 108-117.
- [3] Huang G. Visual-Inertial Navigation: A Concise Review [C]//International Conference on Robotics and Automation, Montreal, Canada, 2019.
- [4] Mourikis A I, Roumeliotis S I. A Multi-state Constraint Kalman Filter for Vision-Aided Inertial Navigation [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Rome, Italy, 2007.
- [5] Sun K, Mohta K, Pfrommer B, et al. Robust Stereo Visual Inertial Odometry for Fast Autonomous Flight [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2018, 3(2): 965-972.
- [6] Huai Z, Huang G. Robocentric Visual - Inertial Odometry [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2022, 41(7): 667-689.
- [7] Forster C, Carlone L, Dellaert F, et al. On-Manifold Preintegration for Real-Time Visual - Inertial Odometry [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 33(1): 1-21.
- [8] Qin T, Li P, Shen S. VINS-Mono: A Robust and Versatile Monocular Visual-Inertial State Estimator [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2018, 34(4): 1004-1020.
- [9] Strasdat H, Montiel J M M, Davison A J. Visual SLAM: Why Filter? [J]. *Image and Vision Computing*, 2012, 30(2): 65-77.
- [10] Zuo X, Geneva P, Lee W, et al. LIC-Fusion: LiDAR-Inertial-Camera Odometry [C]//2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Macau, China, 2019.
- [11] Shan T, Englot B, Ratti C, et al. LVI-SAM: Tightly-Coupled LiDAR-Visual-Inertial Odometry via Smoothing and Mapping [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Xi'an, China, 2021.
- [12] Wang Xuanbin, Li Xingxing, Liao jianchi, et al. Tightly-Coupled Stereo Visual-Inertial-LiDAR SLAM Based on Graph Optimization [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(8): 1744-1756. (王铨彬, 李星星, 廖健驰, 等. 基于图优化的紧耦合双目视觉/惯性/激光雷达 SLAM 方法 [J]. 测绘学报, 2022, 51(8): 1744-1756.)
- [13] Wen W, Hsu L T. Towards Robust GNSS Positioning and Real-Time Kinematic Using Factor Graph Optimization [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation, Xi'an, China, 2021.
- [14] Angelino C V, Baraniello V R, Cicala L. UAV Position and Attitude Estimation Using IMU, GNSS and Camera [C]//The 15th International Conference on Information Fusion, Suntec City, Singapore, 2012.
- [15] Lynen S, Achtelik M W, Weiss S, et al. A Robust and Modular Multi-sensor Fusion Approach Applied to MAV Navigation [C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Tokyo, Japan, 2013.
- [16] Niu X, Tang H, Zhang T, et al. IC-GVINS: A Robust, Real-Time, INS-Centric GNSS-Visual-Inertial Navigation System [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(1): 216 - 223.
- [17] Li X, Wang X, Liao J, et al. Semi-Tightly Coupled Integration of Multi-GNSS PPP and S-VINS for Precise Positioning in GNSS-Challenged Environments [J]. *Satellite Navigation*, 2021, 2: 1-14.
- [18] Liao J, Li X, Wang X, et al. Enhancing Navigation Performance Through Visual-Inertial Odometry in GNSS-Degraded Environment [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25: 1-18.
- [19] Cao S, Lu X, Shen S. GVINS: Tightly Coupled GNSS - Visual - Inertial Fusion for Smooth and Consistent State Estimation [J]. *IEEE Transactions*

- on Robotics, 2022, 38(4): 2004 – 2021.
- [20] Liu J, Gao W, Hu Z. Optimization-Based Visual-Inertial SLAM Tightly Coupled with Raw GNSS Measurements[C]// IEEE International Conference on Robotics and Automation, Xi'an, China, 2021.
- [21] Cui Xiaozhen, Zhou Qi, Wu Dongjie, et al. Factor Graph Fusion Localization Method with Tight and Loose Coupling of GNSS/IMU and Odometry[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j.whugig20220321. (崔晓珍, 周琪, 武东杰, 等. GNSS/IMU 与里程计紧-松耦合的因子图融合定位方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, DOI: 10.13203/j.whugig20220321.)
- [22] Li B, Zang N, Ge H, et al. Single-Frequency PPP Models: Analytical and Numerical Comparison[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(12): 2499 – 2514.
- [23] Saastamoinen J. Contributions to the Theory of Atmospheric Refraction [J]. *Bull Geodesique*, 1972, 105: 279 – 298.
- [24] Liu W, Duan R, Zhu F. A Robust Cascaded Strategy of In-Motion Alignment for Inertial Navigation Systems [J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2017, 13(9): 1550147717732919.
- [25] Furgale P, Rehder J, Siegwart R. Unified Temporal and Spatial Calibration for Multi-Sensor Systems [C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System, Tokyo, Japan, 2013.
- [26] Autoware. Autoware Calibration Toolkit[EB/OL]. (2021-08-20) [2026-06-01]. <https://gitlab.com/autowarefoundationautoware.ai/autoware>.
- [27] Li X, Han X, Li X, et al. GREAT-UPD: An Open-Source Software for Uncalibrated Phase Delay Estimation Based on Multi-GNSS and Multi-frequency Observations[J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(66): 1–9.