

武汉大学学报(信息科学版)

*Geomatics and Information Science of Wuhan University*

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目：一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型  
作者：胡超，王潜心，郭忠臣，张云龙  
DOI：10.13203/j.whugis20230106  
收稿日期：2023-06-04  
网络首发日期：2023-07-05  
引用格式：胡超，王潜心，郭忠臣，张云龙. 一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).  
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20230106>



**网络首发：**在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认：**纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20230106

## 引用格式：

胡超，王潜心，郭忠臣，等. 一种基于GNSS全系统全频点观测的多路径修正及定位模型[J]. 武汉大学学报（信息科学版），2023，DOI: 10.13203/j.whugis20230106（HU Chao, WANG Qianxin, GUO Zhongchen, et al. A GNSS system- and frequency-wide integrated multipath mitigation and positioning model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j. whugis20230106）

# 一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型

胡超<sup>1</sup> 王潜心<sup>2,3</sup> 郭忠臣<sup>1,4</sup> 张云龙<sup>5</sup>

1 安徽理工大学空间信息与测绘工程学院，安徽 淮南，232001

2 中国矿业大学自然资源部国土环境与灾害监测重点实验室，江苏 徐州，221116

3 中国矿业大学环境与测绘学院，江苏 徐州，221116

4 宿州学院环境与测绘工程学院，安徽 宿州，234000

5 天津市轨道交通导航定位及时空大数据技术重点实验室，天津，300251

**摘要：**多频多模 Global Navigation Satellite System (GNSS)技术为高性能位置服务提供重要支撑，然而当前定位模型处理中并未有效顾及 GNSS 全星座全频点观测信息。针对传统 GNSS 参数估计模型中采用固定组合而忽略了多频观测信息的问题，本文提出一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型。首先，在观测数据预处理中构建伪距多路径延迟量多频组合提取策略，克服观测噪声与电离层误差影响并实现伪距多路径误差快速削弱；其次，以 GNSS 全系统全频点观测数据为基础，建立各系统内多频无电离层组合观测方程，实现用户端多频观测信息的充分建模处理；最后，联合 GNSS 多系统观测数据，构建 GNSS 全系统全频点组合定位数学模型。通过 GNSS 静态与动态观测数据分析表明：GNSS 多频观测信息可实现伪距多路径的快速处理，尤其在动态条件下，多频观测信息辅助的伪距多路径削弱策略具有显著优势；在 GNSS 多频联合定位模型中，GNSS 多频最优组合策略可实现较传统 BDS-3 双频 E、N、U 方向分别提升了 81.3%、16.7%与 79.0%的动态定位精度，且收敛时间显著缩短。因此，本文提出多频观测数据辅助的 GNSS 全系统组合定位模型对位置服务性能提升具有一定意义。

**关键词：**多频观测数据；GNSS 全系统全频点；定位模型；伪距多路径；无电离层组合

中图分类号：P208

文献标识码：A

## A GNSS system- and frequency-wide integrated multipath mitigation and positioning model

HU Chao<sup>1</sup> WANG Qianxin<sup>2,3</sup> GUO Zhongchen<sup>1,4</sup> ZHANG Yunlong<sup>5</sup>

1 School of Spatial Information and Geomatics Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001

2 Key Laboratory of Land Environment and Disaster Monitoring, Ministry of Natural Resources of the People's Republic of China, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116

3 School of Environmental Science and Spatial Informatics, China University of Mining and Technology, Xuzhou, 221116, China

4 School of Environmental Science and Spatial Informatics, Suzhou University, Suzhou, 234000, China

5 Tianjin Key Laboratory of Rail Transit Navigation Positioning and Spatio-temporal Big Data Technology, Tianjin 300251, China

**Abstract: Objectives:** it is suggested that the multi-frequency GNSS technologies powerfully accelerate the development of high-performance location services. However, the information of multi-frequency and all-system GNSS observations is not fully used in the processing of positioning parameters. Due to that the fixed combination model used in the traditional GNSS PPP solution, the multi-frequency observations are ignored in the parameters estimation. In this research, A GNSS system- and frequency-wide integrated multipath mitigation and positioning model is used to improve the PPP performances. **Methods:** firstly, a code multipath delay estimation model is designed by the combination of the multi-frequency observations in the stage of observations preprocessing, where the impacts of observation noise and ionospheric error are eliminated. Secondly, the multi-frequency ionosphere-free combination is constructed in each system based on the GNSS observations of whole systems and all frequencies to fully model the multi-frequency observations of the users received. Thirdly, integrated GNSS multi-system observations, the mathematical model of all-system and

收稿日期：2023-06-04

项目资助：国家重点研发计划(2020YFA0713502)，国家自然科学基金(41874039)，安徽省自然科学基金(2108085QD173)，天津市自然科学基金重点项目(20JCZDJC00390)，2021年度宿州学院校级重点研究项目(2021yzd03)。

第一作者：胡超，博士，副教授。主要从事卫星大地测量研究。chaohu2014gnss@163.com

通讯作者：王潜心，博士，教授。主要从事大地测量数据处理方法研究。wqx@cumt.edu.cn

all-frequency combined positioning solution is constructed. **Results:** according to the experiments of GNSS static and kinematics observations, it is indicated that: GNSS multi-frequency observations can quickly mitigate the code multipath delays, especially in the kinematics conditions, where the advantages of multi-frequency observations are significantly presented. In the kinematics positioning solutions, compared with traditional BDS-3 dual-frequency kinematics PPP, the E, N and U directions can be improved with 81.3%, 16.7% and 79.0%, respectively, by the GNSS multi-frequency combined strategy. Moreover, the convergence time is significantly shortened. **Conclusions:** therefore, it is meaningful to use the proposed multi-GNSS and multi-frequency PPP solution, which can promote the improvement of GNSS location services.

**Keywords:** Multi-frequency observation data; GNSS system- and frequency-wide; Positioning estimation model; Code multipath delay; Ionosphere-free combination

全球卫星导航定位系统（Global Navigation Satellite System, GNSS）凭借其全天候高精度定位、导航与授时（Positioning, Navigation and Timing, PNT）服务能力，正被深度融入“新基建”应用领域<sup>[1, 2]</sup>。为提升 GNSS 服务性能，各主要导航系统从卫星几何结构、星座构型、信号体制与增强信息等角度进行的全面更新处理<sup>[3-6]</sup>。例如，北斗全球系统（BDS-3）实现了五频（B1I、B3I、B1C、B2a、B2b）同步服务，GPS 提供 L1 C/A、L1C、L2C、L5 信号服务，新一代 GLONASS-K2 卫星实现了三个频点码分多址民用信号播发功能，GALILEO 在五频（E1、E5a、E5b、E5ab、E6）服务的基础上不断提升信号精度<sup>[7-9]</sup>。显然，在 GNSS 全星座与全频点协同服务模式下，增加了参数处理中的多余观测数，可有效提升了用户端偏差参数建模、模糊度固定与位置服务等性能<sup>[10-12]</sup>。然而，受 GNSS 参数估计数学模型限制，全系统多频观测信息尚未实现充分挖掘与自适应融入，尤其是在受复杂环境影响的应用中，GNSS 多频观测数据对稳健可靠的 PNT 服务尤为重要<sup>[13]</sup>。

为有效利用 GNSS 多频观测信息，相关研究主要集中于数据预处理与定位模型增强两部分；例如，周跳探测<sup>[14]</sup>、多频组合定位<sup>[15]</sup>、多路径与伪距偏差提取<sup>[16, 17]</sup>等；其本质是通过多频观测数据间线性组合实现额外频率信息的引入，补偿参数处理数学模型<sup>[8, 18, 19]</sup>。针对不同应用需求，以无几何距离（Geometry-free, GF）、几何距离不变（Geometry-based, GB）、无电离层（Ionosphere-free, IF）、宽巷（Wide-lane, WL）、窄巷（Narrow-lane, NL）以及 Melbourne-Wübbena (MW)等为代表的组合等到广泛探讨与应用<sup>[20, 21]</sup>。而在 GNSS 全系统与全频点联合服务的趋势下，学者在上述经典组合模型基础上进一步发展了 GIF (Geo-Iono-Free)、五频相位模糊度固定模型等诸多组合<sup>[8, 22]</sup>。理论上，在 GNSS 原始观测方程的基础上，多频观测信息的最优组合主要是以组合观测值的噪声最小、电离层延迟最低与组合波长最长为准则，进行各频率组合系数的求取<sup>[8]</sup>；基于此，BDS-3 五频内无电离层组合与多频自适应组合精密单点定位（Precise Point Positioning, PPP）模型得到了初步探

索<sup>[6, 23, 24]</sup>，结果表明 GNSS 多频观测信息可有效提升定位模型的收敛时间与参数估计精度。

当前，针对如何充分利用 GNSS 全星座与全频点观测数据问题，以 PPP 为代表的多频多模 GNSS 高精度定位模型中主要聚焦于不同频率组合模式的研究<sup>[21, 25, 26]</sup>。由 GNSS 定位等价性原理可知<sup>[27]</sup>，相同频率条件下不同组合策略之间理论上具有等价性；但考虑不同频率的噪声水平以及组合观测值的电离层延迟与波长等特性均会对模糊度固定与参数解算产生影响<sup>[21]</sup>；因此，上述最优组合条件必须作为定位模型构建的前提。如上所述，额外的频率增益信息可辅助提升模型性能<sup>[6, 11, 28]</sup>，但是相较于广泛采用的 PPP 处理策略及主流的定位软件模块中<sup>[10, 29]</sup>，仍存在两个需进一步克服的问题：一是 GNSS 全系统全频点固定组合模式易忽略多频观测信息，如采用三频无电离层组合无法顾及 BDS-3 额外的双频信息；二是接收机的性能存在差异导致部分观测信息缺失，如 BDS-3 单频与其他 GNSS 系统双频观测数据无法同时兼顾。因此，以 GNSS 多频观测数据最优组合为基础，有效顾及用户端多频观测信息特点，构建观测域内 GNSS 全系统全频点的观测数据组合模型需深入探索。

同时，GNSS 观测数据质量作为影响位置服务性能的核心因素之一，其中多路径误差与用户端观测条件强相关<sup>[16, 30]</sup>。为了削弱多路径误差，学者主要从时间域滤波、空间域回归与非参数化建模等角度进行处理<sup>[30-32]</sup>。然而，针对当前高精度位置服务需求而言，虽然多路径延迟处理模型已得到长足发展，但仍存在两个需要优化的关键问题：一是如何实现单历元观测数据中多路径延迟量快速提取，传统策略需利用长期是历史数据进行建模处理<sup>[16, 33]</sup>；二是如何充分利用多频观测数据的优势实现多路径延迟量的建模，在观测数据预处理阶段广泛采用双频组合提取多路径延迟量<sup>[34]</sup>，无法有效顾及多频提供的额外多余观测。如上所述，面对高精度动态 PNT 服务需求，且用户端复杂观测条件无法参考静态基准站进行长期建模以削弱多路径延迟量影响。因此，在 GNSS 全系统与全频点服务的现状下，有必要充分挖掘多频观测信息，实现户端多路径误差快速削弱策略。

综上, 本文以 GNSS 多频观测数据为基础, 通过构建多频观测数据最优组合, 对用户端伪距多路径削弱模型与定位观测方程构建进行探究, 设计一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型, 实现多频观测数据的充分利用与定位性能的提升。

## 1 GNSS 全频点组合定位模型

当前, GNSS 多频观测数据利用是高精度数据处理中的研究热点。受用户端复杂观测环境影响, GNSS 观测数据中不可避免地包含了显著的多路径与噪声等误差项。本文借助 GNSS 多频观测数据在建模方面的优势, 首先利用多频线性组合对伪距多路径进行建模与削弱处理。设 GNSS 定位的原始观测方程表示为

$$\begin{cases} L_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + T_r - \kappa_{f_i}^s \cdot I_{r,1}^s + \lambda \cdot N_{r,f_i}^s + b_{r,f_i}^s - b_{f_i}^s + \varepsilon_{r,f_i}^s \\ P_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r - dt^s + T_r + \kappa_{f_i}^s \cdot I_{r,1}^s + MP_{f_i} + d_{r,f_i}^s - d_{f_i}^s + \nu_{r,f_i}^s \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $P$  与  $L$  表示伪距与载波观测值,  $f_i$  为第  $i$  频率,  $s$  与  $r$  表示卫星与测站,  $\rho$ 、 $dt_r$ 、 $dt^s$ 、 $T$  与  $I_{r,1}^s$  分别表示星地间几何距离、接收机钟差、卫星钟差、对流层延迟误差以及第一个频率对应的电离层延迟量;  $\lambda$ 、 $N$  与  $\kappa$  为频率  $f_i$  对应的波长、整周模糊度和电离层延迟系数;  $MP$  表示伪距多路径延迟量;  $b$  与  $d$  分为载波与伪距对应的硬件延迟;  $\varepsilon$ 、 $\nu$  为载波与伪距观测方程噪声项, 相位观测值中的多路径暂归为噪声处理。

考虑 GNSS 载波观测数据噪声显著小于伪距, 为快速修正伪距多路径延迟量, 可利用多频相位观测数据辅助提取伪距多路径; 设频率  $f_i$  对应的伪距多路径为

$$MP_{f_i} = P_{f_i} + \gamma_{f_i} \cdot L_{f_i} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \gamma_{f_j} \cdot L_{f_j} \quad (2)$$

式中,  $n$  为可获得的观测数据总频率数,  $\gamma$  为不同相位观测值的组合系数<sup>[6]</sup>; 而相位观测数据中的模糊度、硬件延迟等短时不变参数可通过短时历元平滑进行消除; 伪距硬件延迟可利用精密产品进行改正<sup>[34]</sup>。上式观测值中包含了与频率相关的电离层延迟误差, 在仅考虑电离层、多路径影响的前提下, 以  $f_1$  频率为例, 可进一步表示为,

$$\begin{bmatrix} P_{f_1} \\ L_{f_1} \\ \vdots \\ L_{f_i} \\ \vdots \\ L_{f_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_i}^s & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_n}^s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{r,0}^s \\ I_{r,1}^s \\ MP_{f_1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,  $\rho_{r,0}^s$  表示观测方程中短时不变的几何距离,  $MP_{f_i}$  为  $f_i$  频率上伪距多路径延迟量。为便于讨论, 令式 (3) 中相应的变量表示为

$$L = \begin{bmatrix} P_{f_1} \\ L_{f_1} \\ \vdots \\ L_{f_i} \\ \vdots \\ L_{f_n} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_i}^s & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_n}^s & 0 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \rho_{r,0}^s \\ I_{r,1}^s \\ MP_{f_1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

因此, 式 (4) 中不同观测值对应的协因数阵为  $Q$ , 则上式中  $X$  的解为

$$\hat{X} = (A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1} L \quad (5)$$

式中,  $Q = P^{-1}$  即为观测值权的逆阵, 而观测值的权可根据高度角确定<sup>[13]</sup>, 其中需考虑伪距与相位的先验精度。为实现上式中伪距多路径误差的准确分离, 可构建转换系数  $H = [0, 0, 1]$ 。因此, 式 (5) 中参数的解可表示为

$$\tilde{X} = H \cdot \hat{X} = H(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1} L \quad (6)$$

联立式 (2) 与式 (6), 可得基于多频观测数据提取伪距多路径的组合系数为

$$\gamma = H(A^T Q^{-1} A)^{-1} A^T Q^{-1} L \quad (7)$$

对式 (7) 展开, 可得组合系数通解为

$$\begin{cases} \gamma_{f_1} = -(\sum_{i=2}^n \kappa_i^2 - n + 1) / M_n \\ \gamma_{f_m} = -(\sum_{i=2}^n (\kappa_i^2 - \kappa_i \kappa_m + \kappa_i) - (n+1)\kappa_m + 2) / M_n \\ M_n = \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (\kappa_i - \kappa_j)^2 + \sum_{k=2}^n (\kappa_k - 1)^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中, 为简化组合系数表达式, 用  $M$  对其分母进行缩写。通过上述多频组合模型系数的求解, 可实现 GNSS 多频观测数据辅助下的伪距多路径延迟量快速分离与估计, 即避免了长期历史序列平滑建模处理, 也克服了观测数据中的噪声与电离层误差影响。例如, 在可获得 BDS-3 五频观测数据条件下, 考虑大部分观测数据中缺少 B2b 观测值, 只对双频和五频条件下的 B2b 组合系数进行探讨, 相应的伪距多路径误差估计中多频观测数据组合系数如表 1 所示。

表 1 BDS-3 不同频率组合条件下伪距多路径提取模型系数

Tab.1 The coefficients of different frequencies combinations in estimating BDS-3 multipath delays

频率	B1C	B1I	B3I	B2b	B2a	噪声
	/	2.944	-1.944	/	/	3.527
双频	55.251	-54.251	/	/	/	77.433
	2.844	/	-1.844	/	/	3.389

	2.422	/	/	-1.422	/	2.809
	2.261	/	/	/	-1.261	2.588
	/	2.314	/	/	-1.314	2.662
	/	/	7.148	/	-6.148	9.429
	1.503	1.388	-1.891	/	/	2.786
三频	1.172	1.115	/	/	-1.287	2.067
	2.290	/	-0.094	/	-1.196	2.586
四频	1.224	1.171	-0.336	/	-1.058	2.025
五频	1.216	1.170	-0.123	-0.520	-0.742	1.919

同时, 在定位模型中, 考虑 GNSS 多频观测信息尚未实现充分利用, 本文利用 GNSS 多频组合模型进行多系统联合定位处理。在式 (1) 原始观测方程基础上, 构建多频 GBIF 组合模型, 充分挖掘多频观测信息的优势, 多频组合模型为

$$\begin{cases} L_{r,c}^s = \sum_{f_i=1}^n \beta_{f_i} \cdot L_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r + IFB_{r,c}^s + \lambda_c \cdot N_{r,c}^s + T_r + \zeta_{r,c}^s \\ P_{r,c}^s = \sum_{f_i=1}^n \beta_{f_i} \cdot P_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r + T_r + \theta_{r,c}^s \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $L_{r,c}^s$  与  $P_{r,c}^s$  分别表示组合后的载波相位与伪距观测值; 与  $\gamma$  类似,  $\beta$  表示不同频率观测值组合系数;  $\lambda_c$ 、 $N_{r,c}^s$  为组合后的波长和模糊度参数。为顾及不同频率观测数据间差异性, 式中引入频间偏差参数  $IFB_{r,c}^s$ ; 并且组合后的相位与伪距观测模型噪声分别为  $\zeta_{r,c}^s$  与  $\theta_{r,c}^s$ 。由于精密定位模型中一般采用分析中心提供的精密卫星钟差与轨道产品, 其模糊度参数中吸收了硬件延迟参数。而由式 (1) 更新为式 (9) 需对组合系数  $\beta$  进行准确求取, 参考上述伪距多路径误差估计中的多频观测组合系数求取方法, 以相位观测数据多频组合为例

$$\begin{bmatrix} L_{r,f_1}^s \\ L_{r,f_2}^s \\ \vdots \\ L_{r,f_n}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -\kappa_{f_2}^s \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_n}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{r,0}^s \\ I_{r,1}^s \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中,  $\rho_{r,0}^s$  表示削弱多路径误差并进行预处理后的短时几何不变量。上式表示矩阵形式为

$$\mathbf{L}' = \begin{bmatrix} L_{r,f_1}^s \\ L_{r,f_2}^s \\ \vdots \\ L_{r,f_n}^s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -\kappa_{f_2}^s \\ \vdots & \vdots \\ 1 & -\kappa_{f_n}^s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} \rho_{r,0}^s \\ I_{r,1}^s \end{bmatrix} \quad (11)$$

同样地, 令观测值协因数阵为  $\mathbf{Q}$ , 则待估参数的解可表示为

$$\hat{\mathbf{X}}' = (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}' \quad (12)$$

为构建无电离层组合且保持几何距离不变特性, 可引入系数矩阵  $\mathbf{H}' = [1, 0]$ , 即

$$\hat{\mathbf{X}}' = \mathbf{H}' (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{L}' \quad (13)$$

因此, 多频组合模型系数  $\beta$  可表示为

$$\beta = \mathbf{H}' (\mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{Q}^{-1} \quad (14)$$

上式可实现 GNSS 多频组合模型系数的最优求解, 一方面在参数求解过程中利用了最小二乘算法, 可保证多频组合模型噪声最小且为无偏估计; 另一方面通过引入转化系数矩阵可有效削弱电离层误差影响。同时, 为充分利用多系统观测数据, 式 (9) 中需进一步增加系统偏差参数 (ISB), 即

$$\begin{cases} L_{r,c}^s = \sum_{f_i=1}^n \beta_{f_i} \cdot L_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r + \lambda_c \cdot N_{r,c}^s + ISB_r^s + T_r + IFB_{r,c}^s + \zeta_{r,c}^s \\ P_{r,c}^s = \sum_{f_i=1}^n \beta_{f_i} \cdot P_{r,f_i}^s = \rho_r^s + dt_r + T_r + ISB_r^s + \theta_{r,c}^s \end{cases} \quad (15)$$

式中, 上标  $S$  表示卫星系统 (GLONASS, GALILEO, BDS-2 和 BDS-3), 通常以 GPS 为参考。考虑与 GNSS 全系统全频点相关的偏差参数不成熟的现状, 上述 ISB 与 IFB 均作为待估参数, 并构建零基准约束条件, 进行准确估计处理。在 GNSS 全系统全频点组合观测模型构建后, 需进一步更新相应的随机模型, 通常采用高度角定权法设置观测值方差

$$\begin{cases} (\delta_L^s)^2 = \sigma_0^2 + \sigma_0^2 / \sin^2 E \\ (\delta_P^s)^2 = \alpha_0^2 + \alpha_0^2 / \sin^2 E \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $(\delta_L^s)^2$  与  $(\delta_P^s)^2$  分别表示相位与伪距观测值方差,  $\sigma_0$  与  $\alpha_0$  分别为对应的先验中误差;  $E$  为卫星高度角。在 GNSS 非差非组合模型基础上, 随机模型可表示为

$$\mathbf{D}_{UC} = (\delta^s)^2 \cdot \mathbf{I} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{D}_{UC}$  表示非差非组合模型方差-协方差阵,  $\mathbf{I}$  为单位阵。因此, 在 GNSS 多频组合模型系数准确获得的前提下, 多频多系统联合定位随机模型可更新为

$$\mathbf{D}_c = \mathbf{F}_\beta \cdot \mathbf{D}_{UC} \cdot (\mathbf{F}_\beta)^T \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{F}_\beta = [\beta_{f_1} \quad \beta_{f_2} \quad \cdots \quad \beta_{f_n}]$  表示多频组合系数阵。

综上, 通过 GNSS 多系统多频观测数据最优组合, 构建全系统全频点定位模型, 可实现观测数据中伪距多路径延迟量的快速提取, 并充分挖掘定位模型中多频观测数据, 间接地提升了多频观测数据的利用率和定位模型的性能。上述对 GNSS 全频点与全系统观测数据组合模型进行了构建, 在实现多频观测数据最优组合的同

时，有效削弱了电离层延迟影响，相较于 GNSS 非差非组合模型而言，可获得噪声更低的观测模型。为进一步分析 GNSS 多频观测数据对定位的贡献以及全系统全频点定位模型可行性，下面将从静态与动态实验角度进行分析与验证。

## 2 GNSS 全频点组合定位分析

### 2.1 GNSS 多频辅助的伪距多路径处理分析

为分析本文提出的 GNSS 多频辅助的伪距多路径延迟量提取效果，分别从静态与动态观测数据角度进行对比分析。首先，筛选具有多频观测数据的 MGEX (Multi-GNSS EXperiment) 与 iGMAS (international GNSS Monitoring Assessment System) 测站，其分布如图 1 所示。在连续一周 GNSS 多频数据基础上（年积日 253-259, 2022），以 BDS-3 多频观测数据为例，分别以传统的伪距多路径处理模型（传统双频）<sup>[34]</sup>、多频组合模型系数任意选取（多频组合）和本文提出的多频最优组合模型（多频最优）为对比方案，图 2 与图 3 中分别选取了 MGEX 测站（WUH2）与 iGMAS 测站（BYNS）不同处理方案的不同频率伪距多路径序列。结果表明，本文

提出的多频辅助伪距多路径延迟量提取策略与传统双频模型所估计的结果大致相等，间接地验证了采用多频辅助的多路径处理方法的正确性；并且，相较于传统双频模型与多频随机组合模型而言，本文提出的多频最优组合策略提取的伪距多路径数值略小，主要是多频最优组合模型中有效顾及了噪声与电离层延迟的影响。

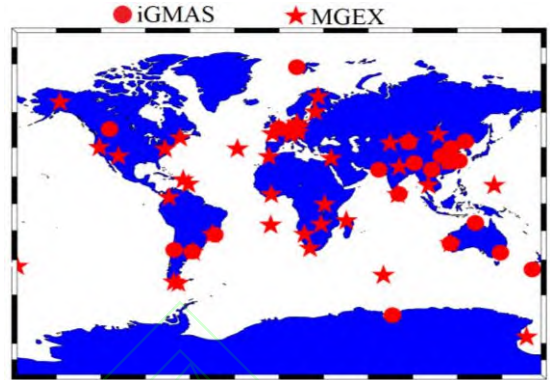


图 1 实验中 MGEX 测站与 iGMAS 测站分布图  
Fig.1 The Distribution of MGEX and iGMAS Stations in Experiments

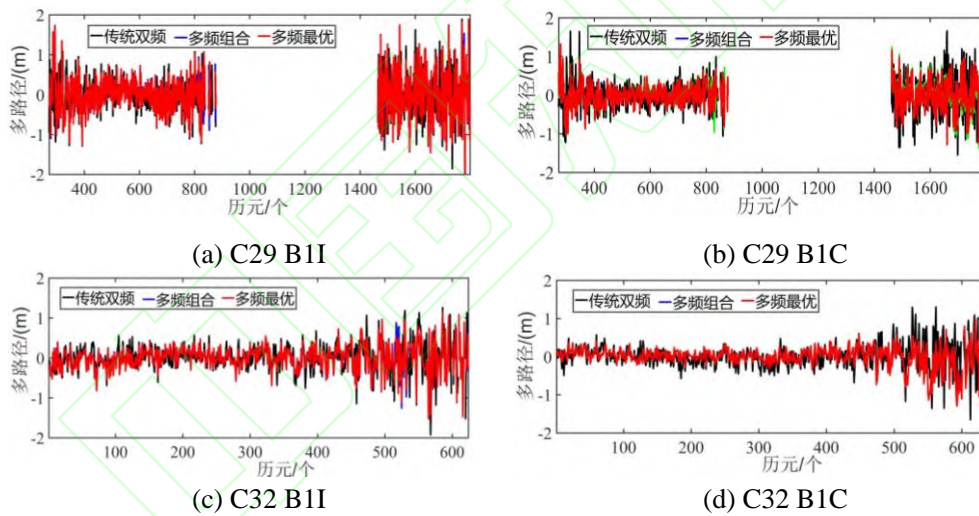


图 2 基于 MGEX 测站（WUH2）的 BDS-3 伪距多路径延迟序列（253, 2022）  
Fig.2 The Code Multipath of BDS-3 Observations Based on WUH2 Stations (253, 2022)

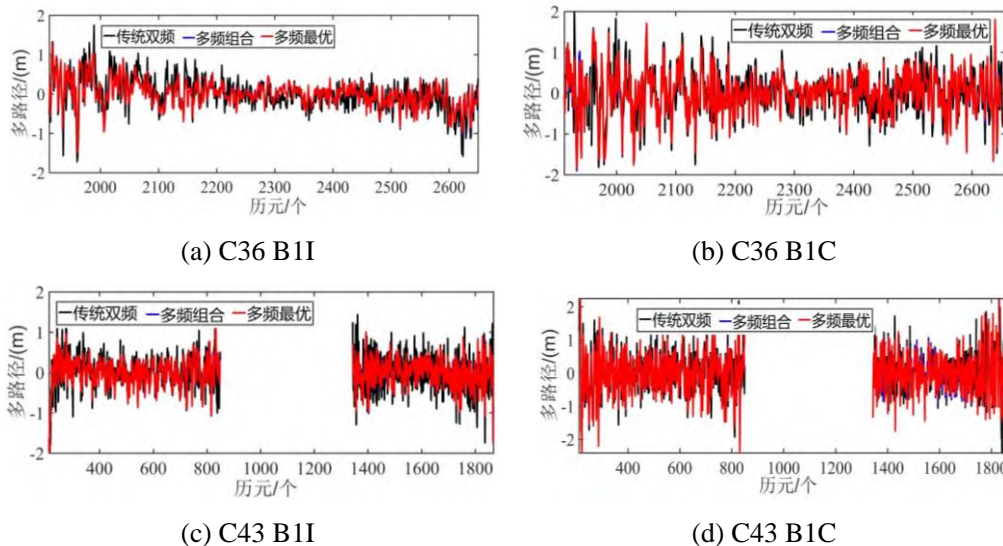


图3 基于 iGMAS 测站 (BYNS) 的 BDS-3 伪距多路径序列 (253, 2022)

Fig.3 The Code Multipath of BDS-3 Observations Based on BYNS Stations (253, 2022)

由于 iGMAS 与 MGEX 测站较稳定, 静态实验观测数据中隐含的伪距多路径误差并不显著。进一步以动态采集的 GNSS 多频观测数据为基础, 分析不同方案下伪距多路径处理效果。实验中一台接收机固定于楼顶, 另一台接收机架设于小车顶部, 具体架设场景及小车运行轨迹如图 4 所示。实验数据采集时间段为 2021 年 7 月 16 日上午 8:40-10:30, 观测历元间隔 1s。

为具体说明伪距多路径处理效果, 以 B1C 与 B1I 频率的伪距多路径为例, 图 5 中首先给出了静态参考站 BDS-3 观测数据不同频率的多路径延迟序列; 表 1 中分别统计了实验周期内 C32 与 C41 卫星观测数据不同方案下的多路径延迟量均值与均方根 (RMS)。静态参考站实验结果表明, 不同方案多路径延迟量均值趋于 0, 其与多路径的随机特性与系统特性相符<sup>[31, 32, 34]</sup>, 实际数据处理中多路径建模可将其分为系统与随机两部分处理。但采用本文提出的多频辅助的多路径处理方法获得的结果波动量级略小且均值更接近 0, 间接说明了所提取

的多路径误差更符合实际结果 (克服了噪声与电离层影响); 相较于传统双频模型, 本文提出的处理策略可有效降低观测数据噪声的影响。



图 4 GNSS 动态数据采集轨迹

Fig.4 Trajectory of GNSS Observations Collection in Kinematics Experiments

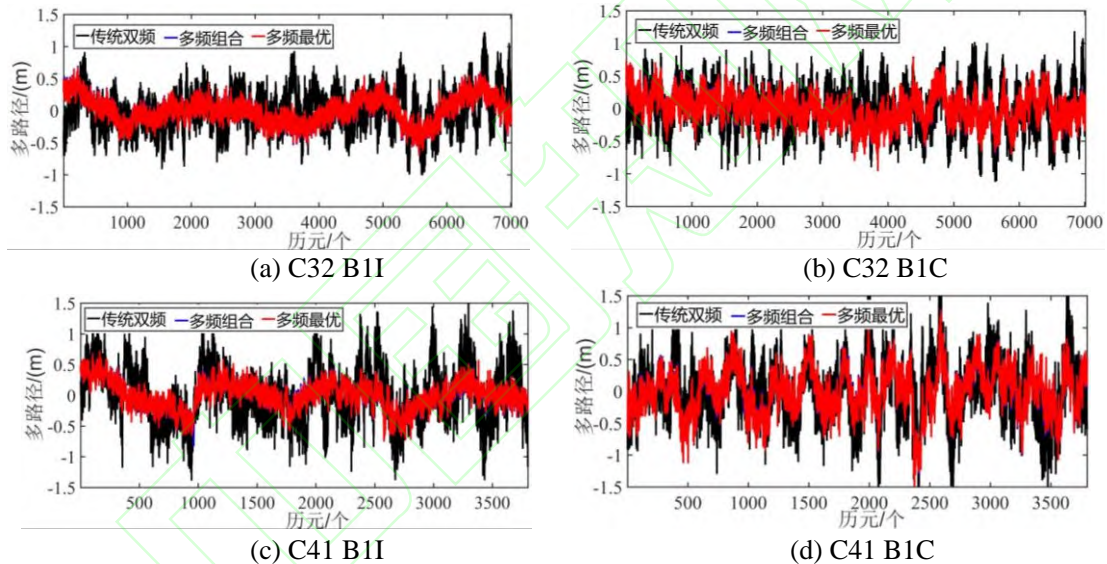


图 5 静态参考站提取的 BDS-3 多路延迟序列

Fig.5 The Code Multipath Delays of BDS-3 Observations Based on Static Station

表 2 不同频率组合方案提取的 B1C 与 B1I 伪距多路径统计

Tab.2 Results of B1C and B1I Code Multipath Delays Based On Different Experimental Schemes

频率	B1C			B1I			
	传统双频	多频组合	多频最优	传统双频	多频组合	多频最优	
RMS							
(m)	C32	0.343	0.229	0.229	0.309	0.211	0.207
	C41	0.505	0.367	0.368	0.475	0.231	0.231
均值							
(m)	C32	1.365E-14	-4.002E-15	4.366E-15	-4.975E-15	5.894E-15	-1.051E-15
	C41	-1.054E-13	-7.216E-15	3.054E-15	-6.491E-14	-2.429E-15	-2.100E-15

进一步以移动站采集的多频观测数据为基础, 给出了动态条件下多路径延迟量提取效果。如图 6 所示, 以 C23 与 C38 卫星 B1C 与 B1I 频率伪距多路径延迟为例, 分别给出了三种方案下的多路径延迟分布直方图。同时, 表 2 中统计了动态实验周期内 C23 与 C38 卫星 B1C

与 B1I 的伪距多路径。动态条件下, 基于提出的多频辅助的伪距多路径提取方法可获得分布更优的多路径结果; 且相较于传统双频建模策略, 多频辅助的策略可实现多路径延迟量的快速计算并降低观测噪声影响。

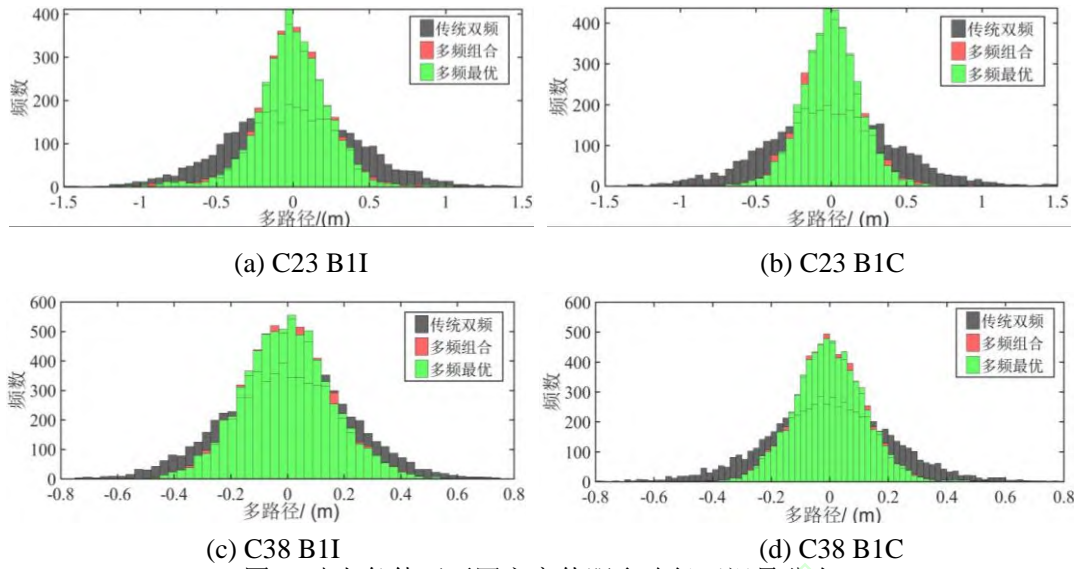


图 6 动态条件下不同方案伪距多路径延迟量分布  
Fig.6 The Distribution of Multipath Delays of Different Kinematics Experiment Schemes

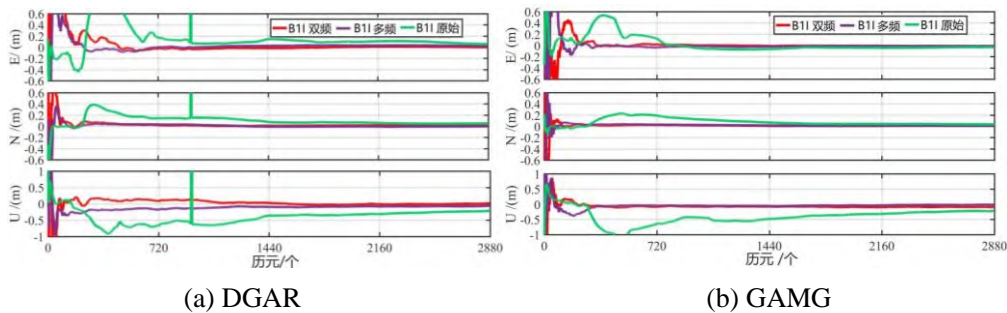
表 3 不同组合方案提取的动态伪距多路径序列统计  
Tab.3 Results of Multipath Delays of Different Kinematics Experiment Schemes

频率		B1C			B1I		
		传统双频	多频组合	多频最优	传统双频	多频组合	多频最优
RMS (m)	C23	0.425	0.228	0.213	0.431	0.27	0.263
	C38	0.215	0.121	0.12	0.227	0.159	0.158
平均值 (m)	C23	2.43E-15	1.05E-15	-3.39E-16	-2.80E-15	-5.79E-16	1.56E-16
	C38	8.28E-15	1.30E-17	-6.51E-16	2.67E-14	6.48E-16	8.41E-16

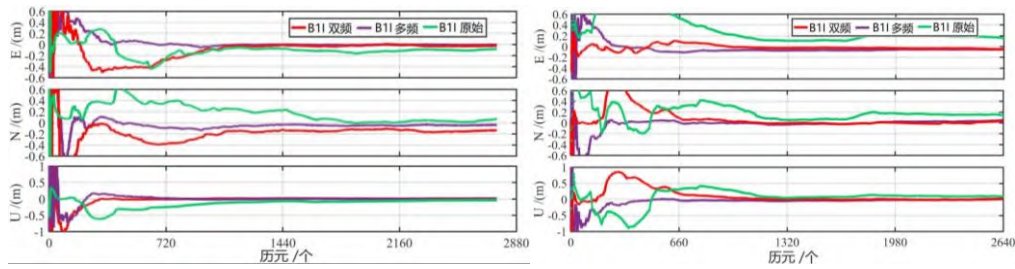
由于上述多路径提取实验中无法说明本文提出的多路径处理策略对定位参数的贡献，进一步利用上述实验数据开展不同多路径处理方案下的定位对比分析。类似地，第一组实验以 B1I 观测数据为基础，在定位模型构建中分别以三种多路径处理方案（原始不处理、双频组合和多频组合）为前提，开展 BDS-3 B1I 单频条件下的定位实验分析。为具体说明不同方案定位效果，图 7 中给出了两个 MGEX (DGAR、GAMG) 和两个 iGMAS 测站 (CHU1、SHA1) 测站的静态定位一天（年积日 253，2022）残差序列；且表 4 中列出了部分测站定位 E、N、U 方向的实验周期内（253-259，2022）的精度统计。

通过静态 BDS-3 B1I 单频定位实验表明，GNSS 多

频辅助的伪距多路径误差处理方案，可获得略优于传统双频模式下的定位结果，间接地说明提出的多路径处理方案的可行性。进一步以上述动态采集的 GNSS 多频观测数据为基础，分析静态参考站 BDS-3 双频观测数据 (B1I+B3I) 定位中不同伪距多路径处理方案定位结果，相应的位置残差序列如图 8 所示。显然，在多频观测信息充分利用的条件下，通过对伪距多路径进行准确修正处理，可实现测站定位收敛时间与精度的一定程度提升，主要是在数据预处理阶段对伪距多路径延迟量进行了准确的建模与削弱。因此，本文提出的多频辅助的伪距多路径处理策略是可行地。







(c) CHU1

(d) SHA1

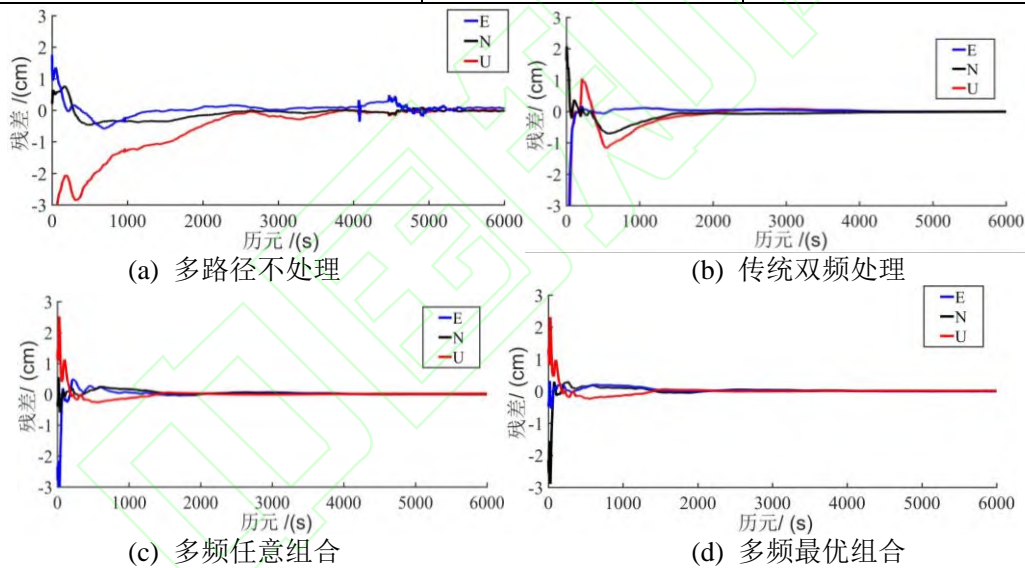
图 7 不同多路径处理方案 BDS-3 B1I 单频定位测站残差序列 (年积日 253, 2022)

Fig.7 The Positions Residuals Series of BDS-3 B1I PPP Solutions Based On Different Schemes of Mitigating Code Multipath Delays (253, 2022)

表 4 不同多路径处理方案下 BDS-3 B1I 单频 PPP 测站位置精度结果统计

Tab.4 Results of BDS-3 B1I PPP Based on Different Schemes On B1I Code Multipath Delays

测站	B1I 原始			B1I 双频			B1I 多频		
	E (cm)	N (cm)	U (cm)	E (cm)	N (cm)	U (cm)	E (cm)	N (cm)	U (cm)
CHU1	26.662	13.271	11.426	3.865	3.422	3.505	3.037	3.250	3.239
KUN1	11.565	20.118	29.159	7.644	14.510	22.454	7.746	11.671	18.108
SHA1	24.540	25.497	24.633	10.804	15.458	10.377	6.572	6.437	6.128
WUH1	19.819	20.851	6.343	14.343	16.838	3.265	4.683	7.713	2.797
DGAR	19.941	7.501	44.810	1.511	2.067	6.398	1.218	2.260	8.353
GAMG	13.702	7.392	32.497	2.744	1.085	8.341	2.092	1.047	3.423



(a) 多路径不处理

(b) 传统双频处理

(c) 多频任意组合

(d) 多频最优组合

图 8 基于静态参考站的 BDS-3 双频 (B1I+B3I) 不同多路径处理方案下定位残差序列

Fig.8 The Positions Residuals of Different Code Multipath Correction Schemes of BDS-3 Dual-frequency (B1I+B3I) PPP Based On Static Station Observations

## 2.2 GNSS 多频辅助的定位实验分析

上述实验从数据预处理角度分析了多频观测数据的优势,本节将从定位角度进一步开展分析,需要注意的是定位观测数据预处理中已融入了多频辅助的伪距多路径误差修正方法。首先,基于上述相同的 MGEX 与 iGMAS 观测数据,为验证多频观测信息对定位模型的增强作用,以无电离层组合模型为基础,分别利用 BDS-3 双频组合 (BDS-3 双频 IF)、BDS-3 多频组合 (BDS-3 多频 IF)以及 GNSS 全系统全频点组合 (GNSS 多频 IF) 为对比实验方案,开展 PPP 定位结果分析。图 9 中给出了 CHU1 与 GAMG 测站的不同方案定位一天 (年积日 253, 2022) 残差序列,同时针对每个测站定位过程中的 PDOP 序列也对应地给出。为具体说明定位

效果,表 5 中分别给出了两个 MGEX 与 iGMAS 站的一周 (年积日 253-259, 2022) 定位精度与收敛时间统计。由图 9 与表 5 结果表明,通过引入多频观测信息,相较于传统 BDS-3 双频定位模型而言,GNSS 全系统与全频点定位模式下可实现测站定位精度与收敛时间的改善。由于部分多频组合系数未实现最优筛选,导致 BDS-3 多频定位存在部分测站方向略低于 BDS-3 双频结果。总体上,实验证明了 GNSS 多频观测信息对定位精度与收敛时间起到改善作用。因此,相较于传统的单频或双频定位模型而言,有必要将丰富的多频观测数据充分融入定位模型中。

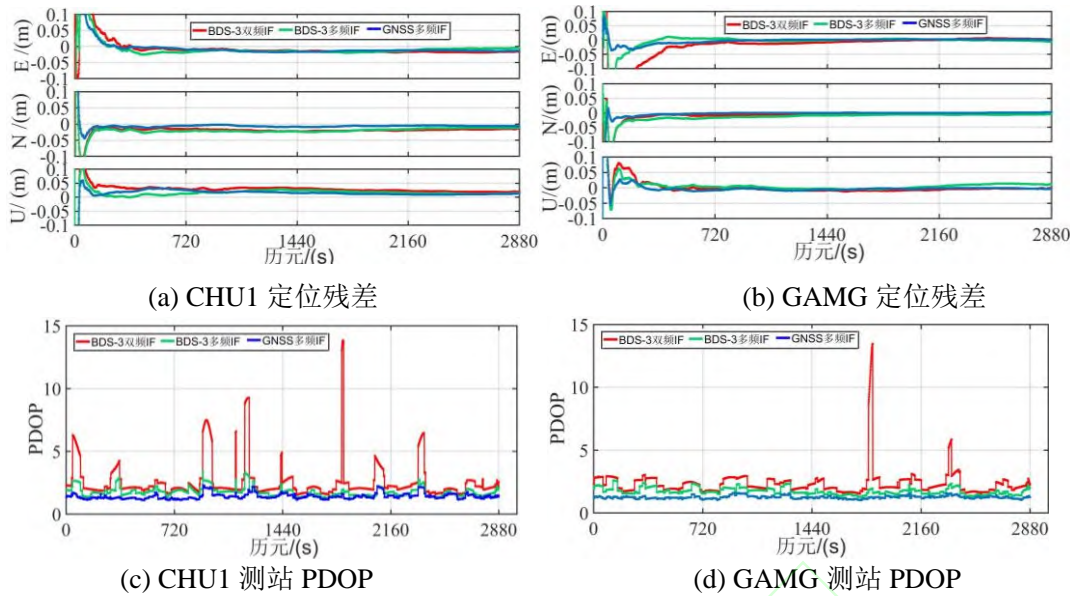


图 9 基于不同定位观测组合方案的测站位置残差序列及对应的 PDOP 序列

Fig.9 The Positions Residuals Series And Its Corresponding PDOP Series Based On Different Schemes

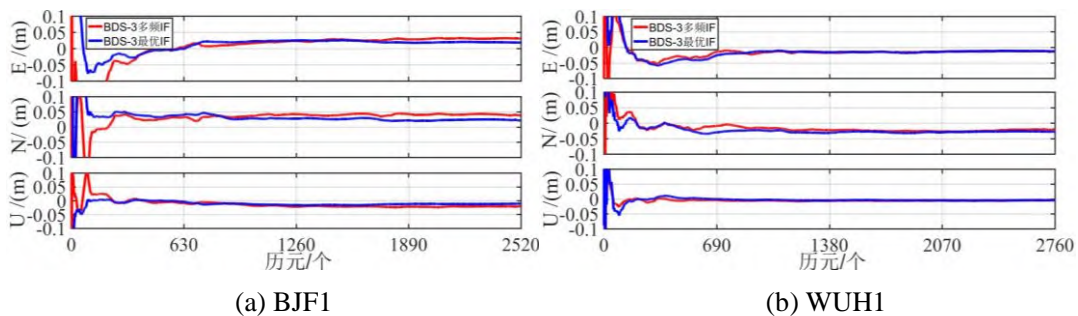
表 5 不同频率组合方案下测站定位精度及其收敛时间统计

Tab.5 Results of Positioning and The Its Convergence Time Based on Different Combinations

模型	测站	收敛精度			收敛时间		
		E (cm)	N (cm)	U (cm)	E (min)	N (min)	U (min)
BDS-3 双频 IF	DGAR	1.029	0.778	4.228	78.071	18.357	43.643
	GAMG	0.628	0.982	1.180	145.500	26.643	27.857
	CHU1	2.096	1.461	2.582	55.600	38.100	34.600
	WUH1	2.123	2.253	1.538	89.000	66.833	17.417
BDS-3 多频 IF	DGAR	0.900	0.747	4.370	73.857	19.357	39.929
	GAMG	0.781	0.465	1.511	140.214	22.286	26.500
	CHU1	1.878	1.897	2.853	53.700	39.000	26.900
	WUH1	1.695	1.660	1.353	74.917	69.250	15.583
GNSS 多频 IF	DGAR	0.772	0.586	2.197	72.071	13.143	34.357
	GAMG	0.448	0.330	1.250	52.214	24.071	26.714
	CHU1	1.418	1.420	1.264	44.500	34.600	23.200
	WUH1	1.355	1.579	1.248	43.333	58.833	12.917

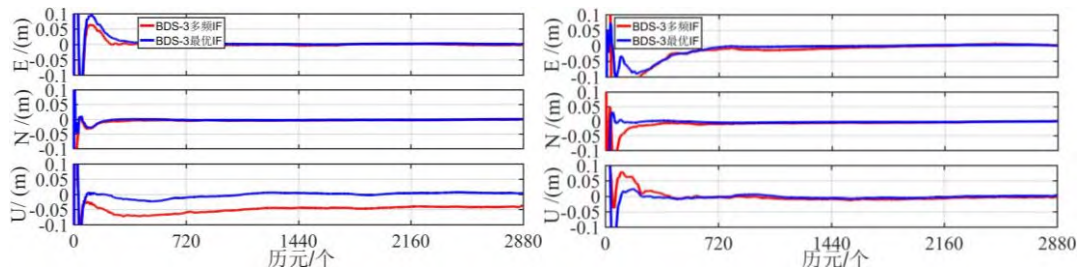
如上所述，多频观测信息可实现定位模型性能提升，前提条件是多频观测信息的合理组合。为验证本文提出的定位模型中多频组合策略，进一步以 BDS-3 多频任意组合（BDS-3 多频 IF）与 BDS-3 多频最优组合（BDS-3 最优 IF）为实验方案，其中最优组合系数可根据本文提出的策略进行解算。图 10 中分别给出了四个测站（BJF1、WUH1、DGAR 和 GAMG）不同方案下的位置一天残差序列；表 6 中则给出了两种方案下不同测

站的一周（年积日 253-259，2022）定位精度及其收敛时间统计。由于最优 IF 组合中存在部分测站收敛过程残差波动现象，导致表 6 中出现部分测站收敛时间增加现象。图 10 与表 6 中实验结果显示，基于 BDS-3 多频观测数据最优组合策略，至少可提升 E、N、U 方向定位精度 6.2%、4.9%、31.3%，且相应收敛时间基本实现了缩短。因此，在定位性能方面，利用本文提出的多频组合计算系数略优于任意筛选的系数。



(a) BJJ1

(b) WUH1



(c) DGAR (d) GAMG  
图 10 基于 BDS-3 多频不同组合方案的测站定位残差序列

Fig.10 The Positions Residuals Series Based on Different BDS-3 Observations Combination Schemes

表 6 不同 BDS-3 多频组合方案下测站定位精度、收敛时间及其提升率

Tab.6 Results of Positioning Accuracy and Its Convergence Time and Improvement of Different Combination Schemes of BDS-3 Multi-frequency Observations

模型	测站	收敛精度			收敛时间		
		E (cm)	N (cm)	U (cm)	E (min)	N (min)	U (min)
BDS-3 多频 IF	DGAR	0.900	0.747	4.370	73.857	19.357	39.929
	GAMG	0.781	0.465	1.511	140.214	22.286	26.500
	BJF1	2.538	2.889	1.868	66.500	115.500	17.625
	WUH1	1.695	1.660	1.353	74.917	69.250	15.583
BDS-3 最优 IF	DGAR	0.766	0.678	1.360	73.202	13.508	33.500
	提升率	14.9%	9.2%	68.9%	0.9%	30.2%	16.1%
	GAMG	0.733	0.382	0.952	61.214	25.085	27.010
	提升率	6.2%	17.9%	37.0%	56.3%	-12.6%	-1.9%
	BJF1	2.130	2.687	1.284	67.000	44.167	11.667
	提升率	16.1%	7.0%	31.3%	-0.75%	61.8%	33.8%
	WUH1	1.381	1.579	0.720	60.125	62.381	11.221
	提升率	18.5%	4.9%	46.8%	19.7%	9.9%	28.0%

上述从静态定位角度分析了 GNSS 多频观测信息的优势并验证了本文提出的多频组合策略的可行性。考虑实际应用中 GNSS 观测数据质量并不稳定，基于上述动态采集的 GNSS 多频观测数据，本文同样开展了不同组合模式下的动态定位实验。为分析动态精度精度，实验中以移动站与动态站间组成的差分模型为基础，基于 IE 软件计算出的位置参考序列为参考。动态实验共设计了四套对比方案，分别为 BDS-3 传统双频组合 (B1C+B2a)、GNSS 双频组合联合解算、GNSS 多频组合联合解算以及 GNSS 多频最优组合联合解算策略。为描述观测条件，图 11 中给出了实验中可见卫星数及以 BDS-3 星座为核心的 BDS-3+GLONASS (BDS-3+R)、BDS-3+GALILEO (BDS-3+E)、BDS-3+GPS (BDS-3+G)

及 GNSS 联合处理下的定位 PDOP 序列；理论上，GNSS 全星座全频点联合服务模式下可获得精度最优的定位结果。图 12 中给出了动态定位模式下的四种方案位置残差序列，表 7 中给出了不同组合模式下的位置收敛精度及其提升率。实验结果表明基于 PPP 模型的不同定位策略结果均呈现收敛过程；且 GNSS 多频最优组合联合解算可实现较传统 BDS-3 双频 E、N、U 方向分别提升 81.3%、16.7%与 79.0%的动态位置精度（基于最后一历元结果）；实际上，通过图 12 可明显发现通过 GNSS 多频最优组合联合解算得到的动态位置精度较其它方向有一定提升。显然，利用本文提出的 GNSS 全星座全频点组合定位模型可获得性能更优的定位结果。

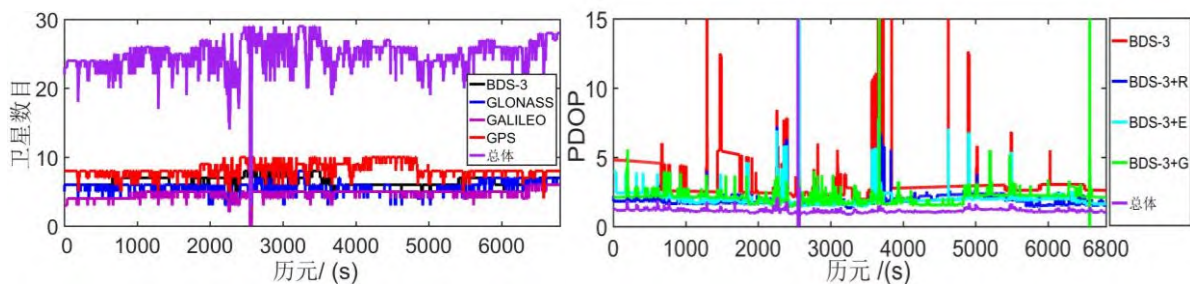


图 11 动态定位模式下可见卫星数与 PDOP 序列

Fig.11 The Available Satellites and The PDOP Series Of Kinematics Experiments

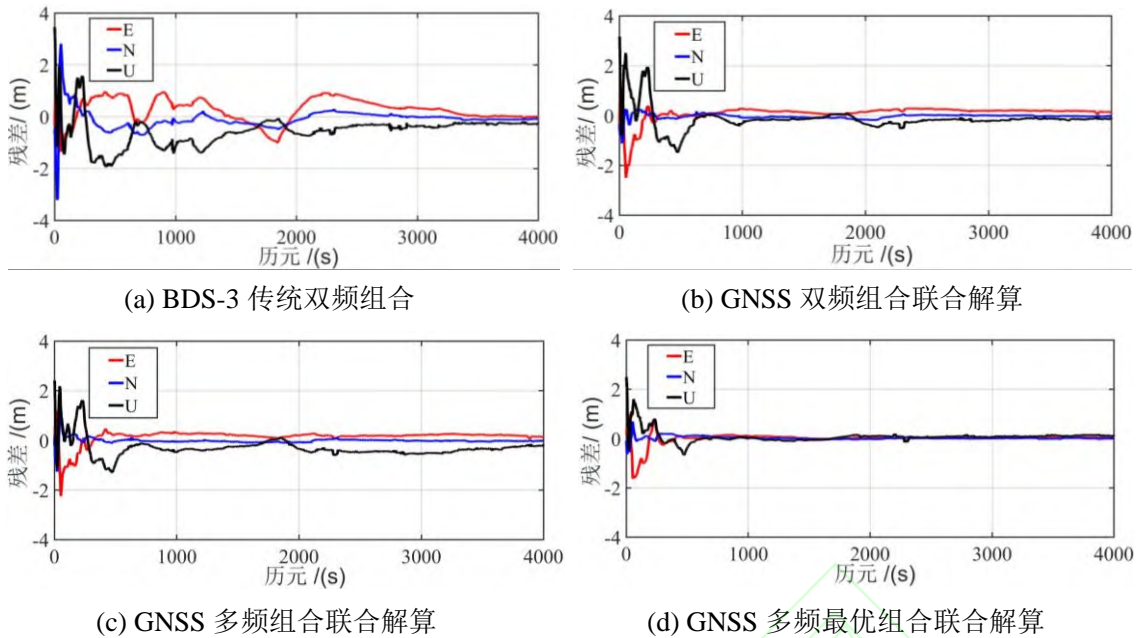


图 12 不同 GNSS 多频组合模式下动态定位残差序列

Fig.12 The Positions Residuals of Different GNSS Multi-frequency Combination Schemes

表 7 不同 GNSS 多频组合模型动态精度及其提升率

Tab.7 The Accuracy of Kinematics Experiment and Its Improvements Based on Different Schemes

组合模型	E (m)	提升率	N (m)	提升率	U (m)	提升率
BDS-3 传统双频组合	0.166	/	0.018	/	0.52	/
GNSS 双频组合联合解算	0.101	39.2%	0.012	33.3%	0.104	80.0%
GNSS 多频组合联合解算	0.108	35.0%	0.009	50.0%	0.173	66.7%
GNSS 多频最优组合联合解算	0.031	81.3%	0.015	16.7%	0.109	79.0%

### 3 结论与展望

在多频多模 GNSS 全系统全频点同步服务的背景下，丰富的观测信息为位置服务性能提升提供途径。为实现 GNSS 多频观测信息的充分利用，本文提出一种基于 GNSS 全系统全频点观测的多路径修正及定位模型，即构建多频观测数据最优组合模型，对观测数据中伪距多路径误差进行削弱，并将全系统全频点观测数据融入定位模型中。通过 iGMAS 与 MGEX 静态测站与车载动态多系统多频观测数据测试结果表明，本文提出的多频辅助的伪距多路径修正策略可有效克服观测噪声与电离层延迟等因素影响，尤其是在动态条件下，较传统双频组合平滑模型而言，可快速准确地提取伪距多路径延迟量；而在 GNSS 多频联合定位模型中，BDS-3 多频观测数据最优组合策略静态定位条件下，较 BDS-3 多频观测数据随机组合测站 E、N、U 方向定位精度分别提升 6.2%、4.9%、31.3% 以上；而在实测的动态定位模式下，GNSS 多频最优组合联合解算可实现较传统 BDS-3 双频 E、N、U 方向分别提升了 81.3%、16.7% 与 79.0% 的动态位置精度；且在 GNSS 多频观测信息的促进下，位置参数收敛时间实现了显著缩短。因此，本文提出的基于多频线性组合的 GNSS 全系统全频点定位模型对提升观测数据利用率与改善定位性能具有一定意义。但是，如上述实验所示，在多频观测信息不同组合模式下，存在

部分测站精度与收敛性能降低的现象，主要是由于 GNSS 多频数据处理中存在多种未定义的偏差，如频间偏差、码间偏差等，下一步研究中将对偏差参数进行统一定义处理，并构建与观测值相关的偏差参数 (OSB)，实现 GNSS 多频定位模型简化与稳健性提升。

**致谢：**感谢江苏省双创团队项目支持和国际 GNSS 监测评估系统 (iGMAS) 提供的数据产品。

### 参考文献

- [1] Hein G. Status, Perspectives and Trends of Satellite Navigation[J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1(1):22
- [2] Yang Yuanxi, Yang Chen, Ren Xia. PNT Intelligent Services[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(8):1006-1012 (杨元喜, 杨诚, 任夏. PNT 智能服务[J]. *测绘学报*, 2021, 50(8):1006-1012)
- [3] Yang Y, Ren X, Jia X, Sun B. Development Trends of the National Secure PNT System Based on BDS [J]. *Science China Earth Sciences*, 2023, 66.
- [4] Montenbruck O., Steigenberger P., Prange L., et al. The Multi-GNSS Experiment (MGEX) of the International GNSS Service(IGS)-Achievements, Prospects and Challenges[J]. *Advances in Space Research*, 2017, 59(7):1671-1697
- [5] Yang Y., Ding Q., Gao W., et al. Principle and Performance of BDSBAS and PPP-B2b of BDS-3[J]. *Satellite Navigation*, 2022,

- [6] Hu C., Wang Q., Wu Z., et al. A Mixed Multi-frequency Precise Point Positioning Strategy Based on the Combination of BDS-3 and GNSS Multi-frequency Observations[J]. *Measurement Science and Technology*, 2023, 34(2):025008
- [7] WANG Xilong, XU Xiaolong, ZHAO Qile. Signal Quality Analysis and Orbit Accuracy Verification of BDS-3[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(4): 611-619. (王西龙, 许小龙, 赵齐乐. 北斗三号系统信号质量分析及轨道精度验证[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(4): 611-619.)
- [8] Zhang Zhetao, Li Bofeng, He Xiufeng. Geometry-free Single-epoch Resolution of BDS-3 Multi-frequency Carrier Ambiguities[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(9):1139-1148 (章浙涛, 李博峰, 何秀凤. 北斗三号多频相位模糊度无几何单历元固定方法[J]. 测绘学报, 2020, 49(9):1139-1148)
- [9] Teunissen P., Montenbruck O. Handbook of Global Navigation Satellite Systems [M]. Springer, Berlin, 2017
- [10] Shi J., Ouyang C., Peng W. Assessment of BDS-3 Global Positioning Service: Ephemeris, SPP, PPP, RTK, and New Signal[J]. *GPS Solutions*, 2020, 24:81
- [11] Jin S., Su K. PPP Models and Performances from Single- to Quad-frequency BDS Observations[J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1(1):13
- [12] Zhang Z., Li B., He X., et al. Models, Methods and Assessment of Four-frequency Carrier Ambiguity Resolution for BeiDou-3 Observations[J]. *GPS Solutions*, 2020, 24:96
- [13] Geng Jianghui, Chang Hua, Guo Jiang, et al. Three Multi-frequency and Multi-system GNSS High-precision Point Positioning Methods and Their Performance in Complex Urban Environment[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(1):1-13 (耿江辉, 常华, 郭将, 等. 面向城市复杂环境的3种多频多系统GNSS单点高精度定位方法及性能分析[J]. 测绘学报, 2020, 49(1):1-13)
- [14] Cao Xinyun, Wang Jian. Cycle-slip Detection and Repair Using GPS Triple-frequency Un-differenced Observations[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(4):450-456 (曹新运, 王坚. GPS三频非差观测值探测与修复周跳[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(4):450-456)
- [15] Kuang K., Wang J., Han H. Real-time BDS-3 Clock Estimation with A Multi-frequency Uncombined Model Including New B1C/B2a Signals[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14:966
- [16] Hu Chao, Wang Zhongyuan, Lvy Weicai, et al. A One-step Multipath Delay Correction Model for BeiDou Satellite Observations with Prior Constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(1):101-112 (胡超, 王中元, 吕伟才, 等. 一种顾及先验约束的北斗观测数据多路径一步修正模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1):101-112)
- [17] Li Xin, Zhang Xiaohong. Comparison of Satellite-Induced Code Bias Between BDS-2 and BDS-3 Satellites[J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2018, 38(2): 191-194. (李昕, 张小红. BDS-2和BDS-3卫星伪距多路径偏差特性比较[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(2): 191-194)
- [18] Han S., Rizos C. The Impact of Two Additional Civilian GPS Frequencies on Ambiguity Resolution Strategies[R]. In: *Proceedings of ION 55th Annual Meeting*, Alexandria VA, January 25-27, 1999:315-321
- [19] GPS/GALILEO Multi-frequency Combined Differential Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(7):821-824 (于兴旺, 张小红, 聂桂根. GPS/GALILEO多频组合差分定位研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2010, 35(7):821-824)
- [20] Zhang X., He X. BDS Triple-frequency Carrier-phase Linear Combination Models and Their Characteristics[J]. *Science China: Earth Sciences*, 2015, 58:896-905
- [21] Guo Z., Yu X., Hu C., et al. Research on Linear Combination Models of BDS Multi-frequency Observations and Their Characteristics[J]. *Sustainability*, 2022, 14(14):8644
- [22] Li B., Feng Y., Shen Y. Three Carrier Ambiguity Resolution: Distance-independent Performance Demonstrated Using Semi-generated Triple Frequency GPS Signals[J]. *GPS Solutions*, 2010, 14:177-184
- [23] Wang Z., Wang R., Wang Y., et al. Modelling and Assessment of A New Triple-frequency IF1213 PPP with BDS/GPS[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(18):4509
- [24] Wu Z., Wang Q., Hu C., et al. Modeling and Assessment of Five-frequency BDS Precise Point Positioning[J]. *Satellite Navigation*, 2022, 3(1):8
- [25] Guo F., Zhang X., Wang J., et al. Modeling and Assessment of Triple-frequency BDS Precise Point Positioning[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(11):1223-1235
- [26] Zhou F., Xu T. Modeling and Assessment of GPS/BDS/Galileo Triple-frequency Precise Point Positioning[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(1):61-70
- [27] Xu G. GPS: Theory, Algorithms and Applications[M]. Springer, Berlin, 2007
- [28] Wu Z., Wang Q., Yu Z., et al. Modeling and Performance Assessment of Precise Point Positioning with Multi-frequency GNSS Signals[J]. *Measurement*, 2022, 201, 111687.
- [29] Takasu T, Yasuda A. A Development of the Low-cost RTK-GPS Receiver with An Open Source Program Package RTKLIB[R]. *International symposium on GPS/GNSS*, Seogwiposi Jungmundong, Korea, 4-6 November, 2009
- [30] Su M., Zheng J., Yang Y., et al. A New Multipath Mitigation Method Based on Adaptive Thresholding Wavelet Denoising and Double Reference Shift Strategy[J]. *GPS Solutions*, 2018,

[31] Dong D, Wang M, Chen W, et al. Mitigation of Multipath Effect in GNSS Short Baseline Positioning by the Multipath Hemispherical map[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(3):255-262

[32] Chang G, Chen C., Yang Y., et al. Tikhonov Regularization Based Modeling and Sidereal Filtering Mitigation of GNSS Multipath Errors[J]. *Remote Sensing*, 2018, 10(11):1801

[33] Hu C., Wang Z., Rao P., et al. One-step Correction Strategy for BDS-2/BDS-3 Satellite Observation Code Bias and Multipath Delay[J]. *Acta Geodaetica et Geophysica*, 2021, 56(1):29-59

[34] Wanninger L., Beer S. BeiDou Satellite-induced Code Pseudorange Variations: Diagnosis and Therapy[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(4):639-648

#### 网络首发:

**标题:** 一种基于GNSS全系统全频点观测的多路径修正及定位模型

**作者:** 胡超, 王潜心, 郭忠臣, 张云龙

**DOI:** 10.13203/j.whugis20230106

**收稿日期:** 2023-06-04

#### 引用格式:

胡超, 王潜心, 郭忠臣, 等. 一种基于GNSS全系统全频点观测的多路径修正及定位模型[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20230106 (HU Chao, WANG Qianxin, GUO Zhongchen, et al. A GNSS system- and frequency-wide integrated multipath mitigation and positioning model[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j. whugis20230106)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!

---

#### 您感兴趣的其他相关论文:

一种顾及先验约束的北斗观测数据多路径一步修正模型

胡超, 王中元, 吕伟才, 余志浩

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1): 101-112

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200712>