



武汉大学学报(信息科学版)

Geomatics and Information Science of Wuhan University

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目: 基于光学与雷达数据的小行星精密定轨
作者: 胡忠禹, 王宏, 刘路, 王波, 高梧桐, 杨婉羚, 鄢建国
DOI: 10.13203/j.whugis20230036
收稿日期: 2023-06-21
网络首发日期: 2023-07-14
引用格式: 胡忠禹, 王宏, 刘路, 王波, 高梧桐, 杨婉羚, 鄢建国. 基于光学与雷达数据的小行星精密定轨[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20230036>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20230036

引用格式：

胡忠禹, 王宏, 刘路, 等. 基于光学与雷达数据的小行星精密定轨[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20230036 (HU Zhongyu, WANG Hong, LIU Lu, et al. The Precision Orbit Determination of Asteroid Based on Optical and Radar Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20230036)

基于光学与雷达数据的小行星精密定轨

胡忠禹¹, 王宏², 刘路¹, 王波¹, 高梧桐¹, 杨婉玲¹, 鄢建国¹

1. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 武汉 430079

2. 北京跟踪与通信技术研究所, 北京 100094

摘要：本文基于 Python 语言研发了可处理多源实测数据的小行星定轨软件，通过使用小行星 Toutatis 实测数据（1976 年—2022 年期间观测的光学数据与雷达数据）对其进行精密轨道确定研究，并将定轨结果与 Toutatis 星历作对比，验证了该软件的可靠性。定轨结果表明：联合使用光学与雷达数据进行计算得到的小行星精密轨道在 3σ 意义下的位置误差为 1.9 km，仅使用光学数据计算得到的轨道位置误差为 8.818 km，表明雷达数据的引入可以有效降低小行星的轨道确定误差。最终定轨结果达到了千米级的精度，且该精度与小行星星历一致，表明了自主研发的可处理多源实测数据的小行星定轨软件的正确性。

关键词：小行星 Toutatis (4179)；光学数据；雷达数据；精密定轨

中图分类号：P135

文献标识码：A

收稿日期：2023-06-21

The Precision Orbit Determination of Asteroid Based on Optical and Radar Data

HU Zhongyu¹, WANG Hong², LIU Lu¹, WANG Bo¹, GAO Wutong¹, YANG Wanling¹, YAN Jianguo¹

1. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China

2. Beijing Institute of Tracking & Telecommunications Technology, Beijing 100094, China

Abstract: Objectives: In order to serve the implementation of China's deep space exploration programs, we develop software for asteroid orbit determination that can handle multiple sources of measured data. **Methods:** The precision orbit of the asteroid Toutatis is investigated by using its measured data (optical and radar data observed during the period 1976-2022), and the orbit determination results were compared with the Toutatis ephemeris, which verified the reliability of the software. **Results:** The orbit determination results show that the position uncertainty of the precision orbit of the asteroid calculated by combining optical and radar data is 1.9 km in the sense of 3, and the

基金项目：国家自然科学基金（12033009）；航天飞行动力学技术重点实验室基金（KJW6142210210201）；武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放基金（21-01-01）。

第一作者：胡忠禹，硕士生，主要研究方向为小天体精密定轨与参数解算。huzy2318@whu.edu.cn

通讯作者：鄢建国，博士，教授。jgyan@whu.edu.cn

orbital position uncertainty calculated by optical data alone is 8.818 km, indicating that the introduction of radar data can effectively reduce the orbital determination error of asteroids. **Conclusions:** The final orbit determination result reached the engineering level, and the accuracy of the asteroid ephemeris was consistent, which showed the correctness of the self-developed asteroid orbit determination software that can process multi-source measured data. **Key words:** Asteroid Toutatis (4179); Optical data; Radar data; Precise orbit determination

深空探测，是指使用探测器到宇宙空间进行探测，对于目前来讲，主要是针对太阳系空间的探测，包括对月球、八大行星以及其他小天体等天体的探测。这里的小天体指小行星、彗星等围绕太阳运动的宇宙物质。其中，小行星在早期太阳系形成时诞生，蕴含行星的起源信息，因此，对小行星的探测是人类发展的必然趋势，同时也是人类了解宇宙、获取科学知识、开发利用空间资源的一种重要途径。

小行星探测活动包含空间探测与地面观测，空间探测包含行星探测器的飞跃、环绕、采样返回等操作^[1]。例如我国即将实施的近地小行星 Kamo`oalewa (469219) 的采样返回和小行星带中的主带彗星 311P / PANSTARRS 的环绕探测任务等，这一系列的计划都依靠于对目标小行星与彗星的精密轨道确定^[2]。截止到目前，国内外已有多位学者进行相关小天体的定轨工作。例如，我国曾于 2012 年 12 月完成对小行星 Toutatis 的飞越任务，在任务之前，紫金山天文台使用 1988 年—2012 年的历史数据与 2012 年间持续观测的 300 多组有效光学数据和雷达数据对小行星 Toutatis 进行精密定轨，定轨内符合精度在 5 km 以内，为后续飞越任务提供了科学依据与技术保障^[3]。针对于在我国即将开展的小天体探测任务，王波等人^[4]针对曾是任务目标之一的主带彗星 133P 自主研发了小行星光学定轨软件，使用 1979 年—2019 年总共 849 组光学数据对该彗星进行精密定轨，使该彗星的内符合精度控制在 50 km 以内；田伟^[5]使用 2004 年—2018 年间的光学观测数据对小行星 Kamo`oalewa 进行定轨，最终计算得到该小行星的内符合精度约为 55 km；Sokova 等人^[6]利用俄罗斯特设天体物理台的 BAT 光学望远镜对小行星 Kalliope (22) 的卫星 Linus 进行了 5.2 天的观测，通过使用直接几何法计算得到了卫星 Linus 的轨道六根数，如半长轴 $a = 1109 \pm 6$ km，偏心率 $e = 0.0016 \pm 0.004$ 等，其结果与 Vachier 等人^[7]利用小行星 Linus 的十年观测数据进行精密定轨得到的结论相一致。

另外，为了扩展小天体观测数据还提出许多新的观测模式，如天基观测^[8]、月基观测^[9]等。这些观测模式的优势在于极大的降低地球大气和地面背景对设备的干扰，但是由于成本问题，其观测结果只能作为地基观测数据的一个补充。所以，地基观测，尤其是地基光学观测以其性价比高、观测数据量大等特点，成为行星探测的主要方式。因此，国际主流的小行星定轨软件基本上是使用光学观测数据进行精密定轨，如 OrbFit 软件。

随着未来新的测量模式的应用，仅靠光学数据定轨已经不能满足目前的小行星轨道研究，于是为进行更高精度的小行星轨道确定，本文基于 Python 语言，在光学数据定轨的基础上，增加了雷达测距数据定轨功能，通过构建完善的动力学模型与测量模型，自主研发了可处理多源小行星观测数据的小行星精密定轨软件，通过使用不同策略处理小行星的实测数据，将定轨结果进行对比分析，验证本软件的可靠性与正确性。

1 小行星精密定轨软件简介

本文在进行小行星精密轨道确定的研究时，编写了可以处理小行星光学与雷达实测数据的小行星定轨软件，并将其命名为太阳系小天体多源数据处理软件。该软件主要的功能模块如图 1 所示，可知该软件严格满足程序功能结构化设计的理念，具有易扩展性，易操作性，可跨平台安装的优势。

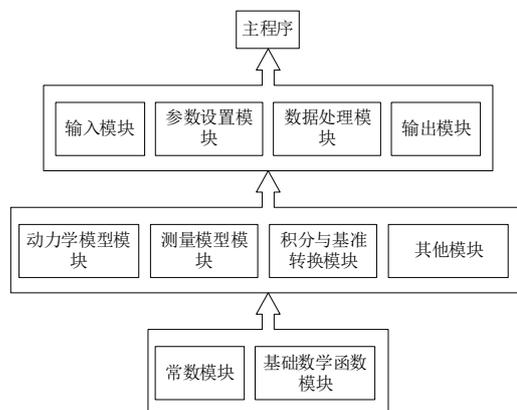


图1 软件内各模块关系图

Fig. 1 Diagram of each module within the software

其中，动力学模型包括太阳对目标小行星的质点引力 \mathbf{a}_{sun} ；太阳系中八大行星、月球、冥王星与一些质量较大的小行星如小行星 Vesta、小行星 Pallas 等对目标小行星施加的 N 体摄动力 \mathbf{a}_{N} ；广义相对论摄动 \mathbf{a}_{pn} ，包括太阳、木星以及地球对小行星引力的相对论效应摄动；太阳辐射压摄动 \mathbf{a}_{srp} ，对于太阳辐射压摄动，该软件使用简易球形模型，目标小行星的物理参数参考喷气推进实验室（Jet Propulsion Laboratory, JPL, <https://ssd.jpl.nasa.gov>）中的小行星信息；此外，该软件还考虑了地球、月球、太阳的 J2 项对目标小行星的引力摄动^[10] \mathbf{a}_{J2} 。具体模型如下：

$$\begin{cases} \mathbf{a}_{\text{sun}} = -\frac{GM_{\text{sun}}}{r^3} \mathbf{r} \\ \mathbf{a}_{\text{N}} = -\sum_j^N GM_j \left(\frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3} + \frac{\Delta_j}{\Delta_j^3} \right) \\ \mathbf{a}_{\text{pn}} = \sum_k^N \frac{GM_k}{c^2 r_k^3} \left\{ \left[\frac{4GM_k}{r_k} - v^2 \right] \mathbf{r}_k + 4(\mathbf{r}_k \cdot \mathbf{v}_k) \mathbf{v}_k \right\} \\ \mathbf{a}_{\text{srp}} = \frac{3(1+\eta)}{2\rho_a d} \left(\rho_s \frac{\text{AU}^2}{r^3} \right) \mathbf{r} \\ \mathbf{a}_{\text{J2}} = \sum_k^N \frac{3J_2 GM_k R^2}{R_k^5} \mathbf{U} \left[\left(\frac{5}{2} \frac{Z_k^2}{R_k^2} - \frac{1}{2} \right) \begin{pmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_k \end{pmatrix} \right] \end{cases} \quad (1)$$

式中： $\Delta_j = \mathbf{r} - \mathbf{r}_j$ ， \mathbf{r} 、 \mathbf{r}_j 分别为小行星和摄动天体在 J2000.0 日心天球坐标系下的位置矢量； GM_{sun} 和 GM_j 、 GM_k 分别为太阳与各摄动天体的引力常数； \mathbf{r}_k 、 \mathbf{v}_k 分别为小行星在摄动天体 J2000.0 质心坐标系下的位置矢量与速度矢量； c 为光子在真空中的传播速度； η 为小行星的反射系数； ρ_a 为小行星的平均密度； ρ_s 为距离太阳 1AU 处的辐射压强度； J_2 为摄动天体扁率； R 为该天体的半径； $\mathbf{R}_k = [X_k \ Y_k \ Z_k]$ ， \mathbf{R}_k 为小行星在摄动天体固定坐标系下的位置矢量； \mathbf{U} 是其固定坐标系到 J2000.0 质心坐标系的旋转矩阵。

测量模块根据式（2）建立，并对光行时进行迭代求解，式中： \mathbf{R}^* 为未进行光行时改正的小行星在 J2000.0 地心平赤道系下的位置矢量， \mathbf{V} 为小行星在 J2000.0 地心平赤道系下的速度矢量，光行时为 $t = |\mathbf{R}|/c$ ； a 、 b 和 s 为小行星的理论观测赤经、赤纬与测距数据，其中，赤经与赤纬数据属于光学数据，测距数据属于雷达数据； $\mathbf{R} = [X \ Y \ Z]$ ， $\mathbf{R}_E = [X_E \ Y_E \ Z_E]$ ， \mathbf{R} 和 \mathbf{R}_E 分别为小行星和测站在 J2000.0 地心平赤道系下的位置矢量， ρ_{md} 为介质改正， ρ_g 为引力时

延改正。式（2）中的 1 式就是光行时改正的过程，重复计算该式，直至两次计算的 t 小于给定的阈值即可，一般迭代 2~3 次即可。

$$\begin{cases} \mathbf{R} = \mathbf{R}^* - \mathbf{V} \frac{|\mathbf{R}|}{c} \\ a = \arctan \left(\frac{Y - Y_E}{X - X_E} \right) \\ b = \arcsin \left(\frac{Z - Z_E}{s} \right) \\ s = |\mathbf{R} - \mathbf{R}_E| + \rho_{md} + \rho_g \end{cases} \quad (2)$$

其次，软件中数值积分模块里的积分方法为 8 阶龙格库塔法，通过使用该积分方法对定轨过程中涉及的常微分方程进行数值求解，发现这一积分方法带来的误差是在精密定轨所要求的精度范围内的。因为该软件处理的目标小行星是以太阳为中心做周期环绕运动的，故软件中以太阳系质心动力学时作为轨道积分的时标，对于测量所用的世界时与进行数据处理所用的动力学时之间的转换，主要转换关系如图 2 所示，图中 M 为地月质心日心轨道的平近点角。

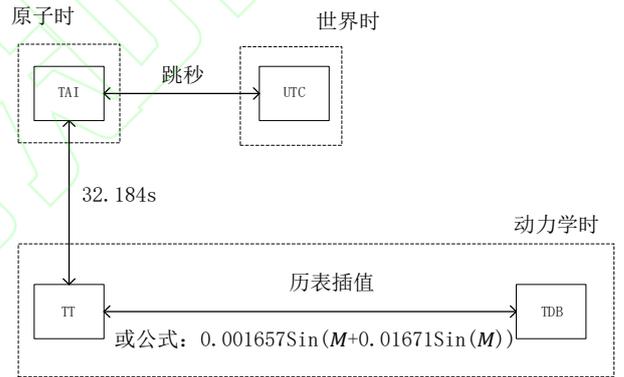


图2 时间系统关系图

Fig. 2 Time system relationship chart

空间基准则选取坐标系原点为太阳质心的国际天球坐标系，并以此框架来构建目标小行星的动力学模型^[11]，由于测量模块所需的小行星位置矢量的坐标系与动力学模型所处的坐标系不同，故需要进行坐标转换，这里不再赘述，特别注意的是小行星的速度矢量在各天球坐标系下进行转换时要考虑洛伦兹变换，转换关系如式（3）所示。

$$\begin{cases} \mathbf{v}_m = \frac{\mathbf{v}_j + (b-1)(\mathbf{v}_j \mathbf{v}_{nb}) \mathbf{v}_{nb} + b \mathbf{v}_b}{b \left(1 + \frac{\mathbf{v}_j \mathbf{v}_j}{c^2} \right)} \\ b = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mathbf{v}_b}{c} \right)^2}} \end{cases} \quad (3)$$

式中， \mathbf{v}_m 代表转换后的小行星速度矢量； \mathbf{v}_j 表示小行星转换前的速度矢量； \mathbf{v}_b 表示转换前的中心天

体在转换后的坐标系中的速度矢量， \mathbf{v}_{nb} 为 \mathbf{v}_b 的单位矢量。

最后，其他模块包含输入数据的预处理、跨文件全局参数的存储等功能。其中，输入数据预处理功能对于精密定轨是很重要的，包括光学数据预处理和雷达数据预处理。光学数据预处理主要为去偏操作。引言提到，地基光学观测是小行星天体测量的主要方式。但是这种测量方式是相对于附近的参考恒星获得的，这些参考恒星的位置由参考恒星目录提供，一般来说，恒星目录越精确，观测就越精确。尽管普遍认为观测误差的平均值为零，但 Carpino 等人^[12]表明小行星天体测量法有明显的偏差，并认为原因是上述的恒星目录中存在系统误差。截至目前，已有多位学者参与了该系统误差的解算，并制成文件存储在 JPL 的网站中 (<https://ssd.jpl.nasa.gov/ftp/ssd/debias/>)。本软件使用 ECFF18 模型计算恒星目录的系统偏差以达到光学数据去偏操作。雷达数据的预处理主要为对时延数据进行基于光速与雷达信号频率的缩放，得到以米为单位的测距数据。

根据上述的主要模块内容，该小行星定轨软件系统具有以下能力。

1) 小行星精密定轨。可进行环绕太阳飞行的小行星精密定轨工作，可以处理赤经、赤纬、测距三种数据类型，定轨解算参数包括小行星的动力学参数，如小行星的位置与速度矢量；还可以解算非动力学参数，如测距偏差等。可以对定轨解算结果进行精度评定、并输出残差图^[13]。

2) 观测数据仿真。可以根据设置的观测站仿真赤经、赤纬、测距三种数据类型。可模拟观测系统误差、随机误差等影响误差^[14]。

图 3 给出了软件执行小行星精密定轨解算的详细流程图，其原理是通过使用迭代加权批处理最小二乘法来解算使得给定观测数据的拟合残差最小的小行星的状态矢量。其中，该软件选择 Laplace 方法计算小行星的初始轨道。

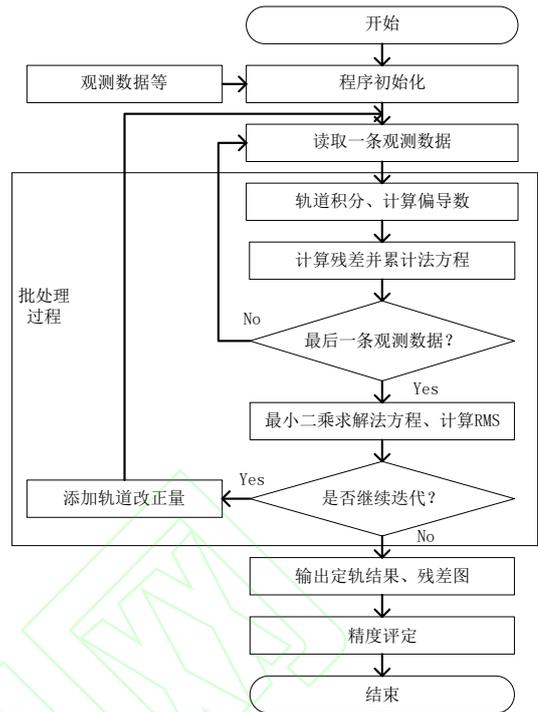


图 3 精密定轨流程图

Fig. 3 Precision orbit determination flow chart

2 数据与方法

小行星 Toutatis 是一颗近地且目前靠近地球的最大的小行星之一。该小行星最接近地球时仅有 690 万公里，且其轨道周期为 4.03 年，平均每四年就会飞越一次地球，为小行星的观测提供了良好的条件。所以，从 1989 年命名这颗小行星开始，距今三十三年时间里总共获取了六千六百余组光学观测数据、五十多条雷达观测数据，观测资料丰富，且该小行星的物理参数明确，有助于构建精密的动力学模型。于是，为验证该定轨软件处理数据结果的正确性，本文选取小行星 Toutatis 作为目标小行星，对其历史光学与雷达数据进行联合处理，进行小行星 Toutatis 的精密定轨，同时对解算精度进行分析，从而研究提高小行星定轨精度的方法，最后将解算的定轨结果及其对应的不确定度与 JPL 中的 Horizons 在线历表系统里的小行星历表作对比，验证该软件解算结果的正确性^[15]，此处的不确定度指的是解算参数的方差，该值可由估值协方差矩阵的对角线元素得到。

本文选用 1976 年至 2022 年间观测小行星 Toutatis 获取的 6600 余组光学数据与全部的雷达测距数据共 34 组对其进行精密定轨。光学与雷达观测数

据可分别在小行星中心 (IAU Minor planet center, MPC, <https://www.minorplanetcenter.net>) 与 JPL 处或在小行星动态站点 (Asteroids Dynamic Site, AstDyS, <https://newton.spacedys.com/astdys/>) 处下载得到。根据 AstDyS 所给出的信息, 光学观测数据中赤经的精度约为 $0.15''$, 赤纬的精度约为 $0.1''$, 总体光学观测值的残差 RMS 约为 $0.405''$; 雷达测距数据的精度为百米级, 由 JPL 提供。因为本文所处理数据的时间跨度较大, 所以没有将各观测视为等精度测量, 最终光学观测数据的权重选取 AstDyS 所解算观测值不确定度的倒数, 雷达测距数据的权重则选取 JPL 公布的测量不确定度的倒数^[16]。

本文考虑了两种小行星 Toutatis 定轨解算策略。策略 1: 使用 1976 年—2022 年间观测的 6608 组的光学数据进行定轨解算, 最后进行 OrbFit 软件解算结果的对比; 策略 2: 在上述策略基础上, 对上述光学数据引入 34 组雷达测距数据进行联合定轨, 分析引入雷达数据对小行星精密定轨精度的影响。定制这两种解算策略的目的是根据解算结果验证自研软件的正确性。

3 实测数据定轨结果与分析

基于上述策略, 我们使用自主研发的小行星定轨软件执行了小行星 Toutatis 的精密定轨, 定轨历元设置为太阳系质心动力学时下的 2017 年 1 月 1 日 0 时。图 4 为策略 1 中光学数据解算结果反演得到的赤经赤纬残差图。由图 4 所示, 残差总体在 $0''$ 上下, 分布均匀, 说明本次解算结果没有明显的系统偏差, 解算结果可靠^[12], 且发现 1996 年以前的残差值较大, 原因是其的光学数据较为久远, 历史数据精度略低^[17]。同时, 光学观测数据定轨得到的赤经残差 RMS 值约为 $0.4801''$, 赤纬残差 RMS 值约为 $0.3369''$, 总体光学观测值残差 RMS = $0.4092''$ 。由于赤经与赤纬的残差 RMS 与观测文件上的光学观测精度不等, 经探究后发现, 观测文件上的观测精度与实际能达到的观测精度不符, 是因为进行光学观测时, 测量精度信息缺失, AstDyS 对观测数据赋予了一个定值, 该定值不能准确的描述观测值的精度, 但是, 总体光学观测值的残差 RMS 是经计算后得出的, 较为准确, 并且本文解算的值与该 RMS 值相近。同时利用 OrbFit 软件处理小行星 Toutatis 的光学数据进行精密定轨, 得到的赤经赤纬残差图如图 5 所示, 其中, 赤经残差 RMS

值约为 $0.4742''$, 赤纬残差 RMS 值约为 $0.3232''$ 。对比图 4 与图 5 可知, 本软件进行的光学数据定轨的结果是正确的。

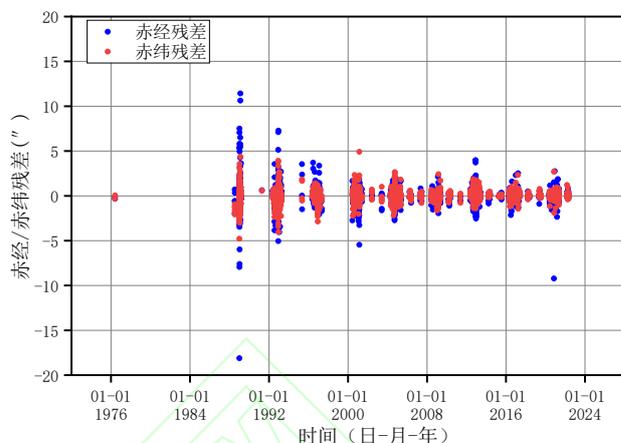


图 4 光学数据定轨解算结果与观测值的残差。

Fig. 4 The residuals of the optical data orbit determination solution results and the observations.

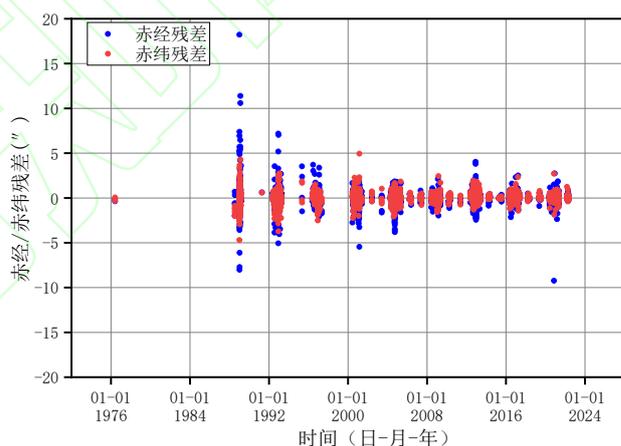


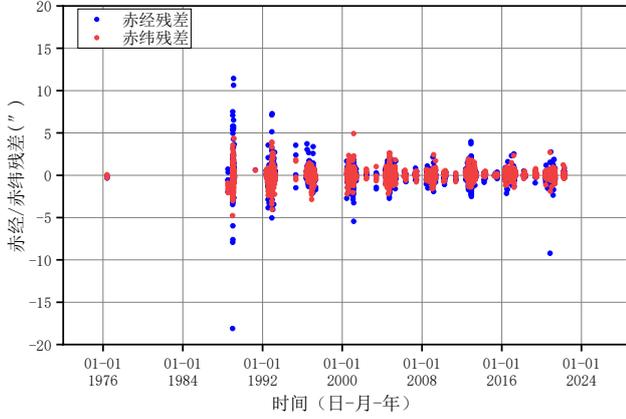
图 5 OrbFit 软件定轨结果的残差。

Fig. 5 The residuals from OrbFit software orbit determination results.

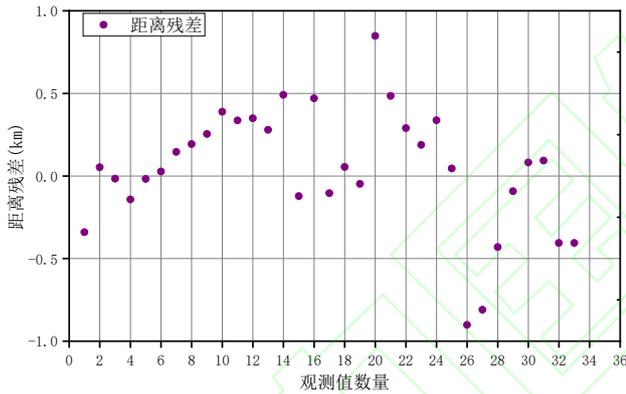
表 1 给出了策略 1 中光学数据解算的小行星 Toutatis 的位置与速度。由表 1 可以看出, 使用全部的光学数据的定轨结果精度较高, 其三维位置的中误差约为 2.94 km , 进一步表明当前小行星 Toutatis 的光学数据可以约束其三维位置误差到 8.818 km (在 3σ 原则下)。

其次, 在上述策略 1 中使用光学数据定轨的基础上, 增加了全部的雷达测距数据 (策略 2), 这些雷达数据的不确定度约在 $3\mu\text{s}$ 左右, 转换为距离不确定度约在 450 米 左右。将光学数据与雷达数据联合处理, 进行小行星的精密定轨。将其光学数据与

雷达测距数据的残差作图如图 6 所示，其中，光学观测数据定轨得到的赤经残差 RMS 值约为 $0.4691''$ ，赤纬残差 RMS 值约为 $0.3403''$ ，雷达测距数据的残差 RMS 约为 268 m。对比光学数据的精度和 JPL 官网上雷达数据的测量不确定度，且根据残差图中残差分布合理，可知策略 2 中的联合数据解算合理。



(a) 光学观测值残差图



(b) 雷达观测值残差图

图 6 光学与雷达数据定轨解算结果与观测值的残差。

Fig.6 The residuals of the optical and radar data orbit determination solution results and observations.

表 1 给出了光学与雷达数据解算的位置与速度和它们对应的不确定度。将两种策略的定轨结果不确定度作柱状图，由图 7 所示。

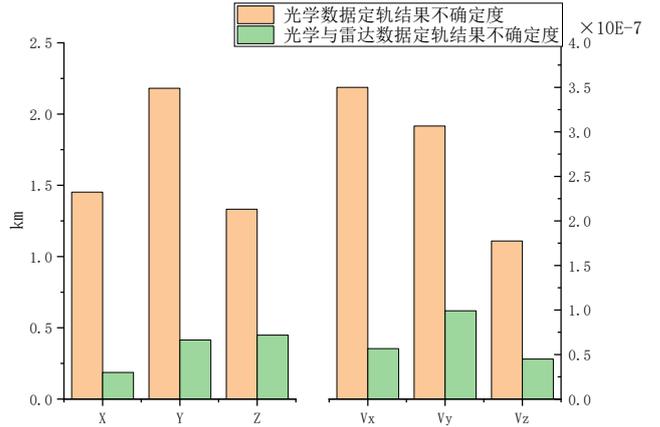


图 7 两种策略的定轨结果不确定度对比图

Fig. 7 Comparison of uncertainty of track setting results for two strategies

根据图 7，发现引用雷达数据后的定轨结果不确定度均有不同程度的降低，符合 Krivova 等人^[18]的使用雷达数据可以提高定轨精度的结论，且即使是有较长时间进行光学观测的小行星，使用雷达数据依旧可以使小行星的位置与速度矢量元素值的不确定度有明显降低^[19]。

将依据策略 2 定轨得到的最佳的改进结果同 JPL 公布的小行星 Toutatis 星历进行对比，由于小行星星历是由某些特定时间的小行星位置与速度信息整合而成，因此 JPL 通过计算太阳系内主要天体的引力并作为约束，最后将其位置与速度积分至当前定轨时刻。其结果如表 1 所示，JPL 输出的定轨时刻的小行星 Toutatis 的位置精度在 x 轴与 y 轴上都基本一致，在 z 轴上略差于本文的结果，可以说两者的定轨结果与解算精度一致。根据表中的数据，说明通过使用光学与雷达数据联合定轨可以使定轨解算 RMS 达到 0.6 km，且该定轨结果在 3σ 原则下的位置误差约为 1.9 km。验证了本文解算结果的准确性。表 2 分别展示了策略 1、2 定轨结果同 JPL 小行星星历的差值。

表 1 光学数据、光学与雷达数据与 JPL 的解算结果和 1σ 的不确定度

Table 1 Optical data orbiting results, optical and radar data orbiting results, JPL solving results and uncertainty of 1σ

位置矢量	光学数据	光学与雷达数据	JPL /Horizons
X (km)	$8722122.103556 \pm 1.4524$	$8722123.276072 \pm 0.1866$	$8722123.478021 \pm 0.1987$
Y (km)	$144507293.5167 \pm 2.1809$	$144507289.0392 \pm 0.4145$	$144507287.1724 \pm 0.4435$
Z (km)	$61835422.08121 \pm 1.3322$	$61835431.35185 \pm 0.4490$	$61835433.87522 \pm 0.5949$
V _x (km/s)	$-34.385516 \pm (3.499 \times 10^{-7})$	$-34.385516 \pm (5.665 \times 10^{-8})$	$-34.385516 \pm (8.122 \times 10^{-8})$
V _y (km/s)	$11.310953 \pm (3.066 \times 10^{-7})$	$11.310956 \pm (9.9066 \times 10^{-8})$	$11.310952 \pm (1.336 \times 10^{-7})$
V _z (km/s)	$5.085784 \pm (1.775 \times 10^{-7})$	$5.085785 \pm (4.492 \times 10^{-8})$	$5.085785 \pm (8.088 \times 10^{-8})$

表 2 光学数据、光学与雷达数据与 JPL 解算结果的差值

Table 2 Difference between optical data, optical and radar data and JPL solved results

位置矢量差值	光学数据	光学与雷达数据
ΔX (km)	1.374465	0.201949
ΔY (km)	-6.3443	-1.8668
ΔZ (km)	11.79401	2.52337
ΔV_x (km/s)	$3.5376537562115 \times 10^{-7}$	$-9.4077608082443 \times 10^{-8}$
ΔV_y (km/s)	$1.0370097134000 \times 10^{-6}$	$-4.6694070624653 \times 10^{-7}$
ΔV_z (km/s)	$-9.323323620265 \times 10^{-7}$	$-2.8616416329896 \times 10^{-7}$

将解算的最优结果进行轨道积分并与小行星 Toutatis 星历作差，得到外推星历互差图如图 8 所示。

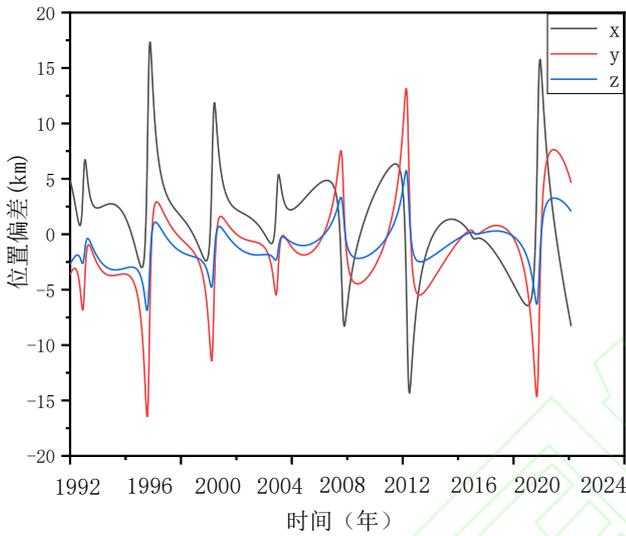


图 8 外推星历互差图

Fig. 8 The difference of extrapolated ephemeris

由图 8 可知，本文轨道积分与星历差值最大约为 15km，且差值收敛，说明此次积分结果与历表接近，积分效果较好。同时与星历的最大差值以 4 年为周期不断出现，这与小行星 Toutatis 飞越地球的周期相符，这是由于真实星历中使用了许多地面观测值对小行星 Toutatis 轨道进行改正，观测数据丰富的时间点的轨道有更高、更稳定的精度。

综上所述，本文选用小行星 Toutatis 作为目标小行星，验证了光学数据与雷达数据的联合使用可以使定轨精度显著提高，同时增加光学观测弧段也会有效降低定轨误差。通过使用历史光学与雷达观测数据对 Toutatis 进行定轨，残差水平与测量不确定度相当，解算精度与 JPL 历表结果一致。这些结果初步验证了自主研发的可处理小行星多源观测数据的定轨软件的可靠性。

4 结语

小行星轨道的精密确定有助于小行星探测器在探测过程中实现对小行星的飞跃、采样返回等操作，是小行星探测的前提与基础。针对目前小行星定轨软件只能处理光学数据的缺点，自主研发了可处理多源数据的小行星定轨软件。本文选用小行星 Toutatis 作为目标小行星，验证了增加光学观测数据可以有效提高小行星定轨精度的理论；分析了雷达数据的引用对小行星定轨精度的影响，分别计算使用不同数据下的定轨精度。最终得到结论：两种数据的联合使用可以使定轨精度提高。且按 3σ 原则，本文解算的小行星轨道与实际位置偏差约为 1.9km，达到了工程级别，并通过与小行星历表作对比，验证了该小行星定轨软件的可靠性^[20]。

在未来的工作中，将进一步研究提高小行星定轨精度的方法。可以对软件中小行星的摄动力模型继续进行完善，可以进一步对地球不规则摄动、Yarkovsky 效应^[21]以及 YORP 效应^[22]等的影响量级进行研究；可以尝试对测量模型使用更高精度的改正等。本文对小行星 Toutatis 的光学与雷达实测数据定轨，可以为我国深空探测任务中的导航定轨提供一定参考。

参考文献

- [1] China's First Asteroid Exploration Mission Announced [J]. Science in 24 Hours, 2022(09):30.(我国首次小行星探测任务公布[J].科学 24 小时,2022(09):30.)
- [2] Gong Zizheng, Li Ming, Chen Chuan, et al. The frontier scientific and key technologies of asteroid monitoring and early warning, security defense and resource utilization[J]. Chinese Science Bulletin, 2020, 65(5):346-372.(龚自正, 李明, 陈川,等. 小行星监测预警,安全防御和资源利用的前沿科学问题及关键技术[J]. 科学通报, 2020, 65(5):346-372.)

- [3] Hu Shoucun, Ji Jianghui, Zhao Yuhui, et al. Determination and Accuracy Analysis of Tutatis Orbit in Chang'e-2 Flyby Asteroid Test[J]. *Science China Technical Sciences*, 2013, 43(05):506-511. (胡寿村, 季江徽, 赵玉晖, 等. 嫦娥二号飞越小行星试验中图塔蒂斯轨道确定与精度分析[J]. *中国科学:技术科学*, 2013, 43(05):506-511.)
- [4] Wang Bo, Liu Lu, Yan Jianguo, Gao Wutong. Development of Asteroid Optical Determination Software and Data Processing Analysis[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(2): 277-284. (王波, 刘路, 鄢建国, 等. 小行星光学定轨软件研制和数据处理分析[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2023, 48(2): 277-284.)
- [5] Tian Wei. Orbit determination of the asteroid (469219) Kamo'oalewa and its error analysis[J]. *Acta Astronomical Sinica*, 2021, 62(02):56-64. (田伟. 小行星(469219) Kamo'oalewa 轨道的确定与误差分析[J]. *天文学报*, 2021, 62(02):56-64.)
- [6] Sokova I A, Sokov E N, Roschina E A, et al. The binary Asteroid 22 Kalliope: Linus orbit determination on the basis of speckle interferometric observations[J]. *Icarus*, 2014, 236: 157-164.
- [7] Vachier F, Berthier J, Marchis F. Determination of binary asteroid orbits with a genetic-based algorithm[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2012, 543: A68.
- [8] Zhang Xuemin, Li Meng, Xiong Chao. Orbit Determination of Non-cooperative Space Targets with Space-based Single Star Angle Tracking[J]. *Aerospace Control*, 2018, 36(03):40-45+51. DOI:10.16804/j.cnki.issn1006-3242.2018.03.007. (张雪敏, 李萌, 熊超. 天基单星测角跟踪条件下的空间非合作目标定轨[J]. *航天控制*, 2018, 36(03):40-45+51. DOI:10.16804/j.cnki.issn1006-3242.2018.03.007.)
- [9] Zhu Hanyou, Hu Zhenyu, Shen Zhichun. Near-Earth Asteroid Observations Based on Lunar Telescopes [J]. *Space Debris Research*, 2021, 21(04):22-29. DOI:10.19963/j.cnki.2096-4099.2021.04.003. (祝寒友, 胡震宇, 申智春. 基于月基望远镜的近地小行星观测[J]. *空间碎片研究*, 2021, 21(04):22-29. DOI:10.19963/j.cnki.2096-4099.2021.04.003.)
- [10] Li Jisheng. Satellite Precision Orbit Determination [M]. Beijing: Chinese People's Liberation Army Publishing House, 1995. (李济生. 人造卫星精密轨道确定 [M]. 北京: 解放军出版社, 1995.)
- [11] Montenbruck O, Gill E. 卫星轨道—模型、方法和应用 [M]. 王家松, 祝开建, 胡小工, 译. 北京: 国防工业出版社, 2012
- [12] Carpino M, Milani A, Chesley S R. Error Statistics of Asteroid Optical Astrometric Observations[J]. *Icarus*, 2003, 166(2): 248-270.
- [13] Yang Xuan, Yan Jianguo, Ye Mao, et al. Preliminary numerical analysis of precise orbit determination for a multiway microwave measurement mode in the Lunar and Mars missions[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2018, 5(2):154-161. (杨轩, 鄢建国, 叶茂, 等. 对一种月球与火星探测多程微波测量链路定轨定位的数值模拟初步分析[J]. *深空探测学报*, 2018, 5(2):154-161.)
- [14] Jin Weitong. Precision orbit fixation and gravitational mass solution of small object detector[D]. Wuhan: Wuhan University, 2020. (金炜桐. 小天体探测器精密定轨与引力质量解算[D]. 武汉: 武汉大学, 2020.)
- [15] Ye Mao. Research on precision orbit fixing software and four-way relay tracking measurement mode of lunar probe[D]. Wuhan: Wuhan University, 2016. (叶茂. 月球探测器精密定轨软件研制与四程中继跟踪测量模式研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2016.)
- [16] Vallado D A. Fundamentals of astrodynamics and applications[M]. Springer Science & Business Media, 2001.
- [17] Vinogradova T A, Kochetova O M, Chern-etenko Y A, et al. The orbit of asteroid (99942) Apophis as determined from optical and radar observations[J]. *Solar Syst*

- em Research, 2008, 42(4):271–280.
- [18] Krivova N.V., Yagudina E.I., Shor V.A.. The orbit determination of (4179) Toutatis from optical and radar data[J]. Planetary and Space Science, 1994, 42(9): 741-745.
- [19] Liu Shanhong, Yan Jianguo, Yang Xuan, et al. Development of Mercury Precise Orbit Determination Software and Application [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019, 44(04):510-517.(刘山洪, 鄢建国, 杨轩, 等.水星探测器精密定轨软件研制及应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(04): 510-517.)
- [20] Hu Songjie, Tang Geshi. BACC Orbit Determination and Analysis Software for Deep-Space Explorers [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2010, (5):69-74.(胡松杰, 唐歌实. 北京中心深空探测器精密定轨与分析软件系统[J]. 飞行器测控学报, 2010, (5):69-74.)
- [21] Čapek D, Vokrouhlický D. Accurate model for the Yarkovsky effect[J]. Proceedings of the International Astronomical Union, 2004, 2004(IAUC197): 171-178.
- [22] Bottke Jr W F, Vokrouhlický D, Rubincam D P, et al. The Yarkovsky and YORP effects: Implications for asteroid dynamics[J]. Annu. Rev. Earth Planet. Sci., 2006, 34: 157-191.

网络首发:

标题: 基于光学与雷达数据的小行星精密定轨

作者: 胡忠禹, 王宏, 刘路, 王波, 高梧桐, 杨婉羚, 鄢建国

DOI: 10.13203/j.whugis20230036

收稿日期: 2023-06-21

引用格式:

胡忠禹, 王宏, 刘路, 等. 基于光学与雷达数据的小行星精密定轨[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20230036 (HU Zhongyu, WANG Hong, LIU Lu, et al. The Precision Orbit Determination of Asteroid Based on Optical and Radar Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20230036)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!

您感兴趣的其他相关论文:

小行星光学定轨软件研制和数据处理分析

王波, 刘路, 鄢建国, 高梧桐

武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(2): 277-284

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20200195>