



武汉大学学报(信息科学版)

Geomatics and Information Science of Wuhan University

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目：联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型
作者：梁伟, 徐新禹, 李建成, 黄剑, 李朋远, 刘站科, 陈小英
DOI: 10.13203/j.whugis20230002
收稿日期: 2023-10-31
网络首发日期: 2023-12-02
引用格式: 梁伟, 徐新禹, 李建成, 黄剑, 李朋远, 刘站科, 陈小英. 联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版). <https://doi.org/10.13203/j.whugis20230002>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

Doi: 10.13203/j.whugis20230002

引用格式：

梁伟, 徐新禹, 李建成, 等. 联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2023, Doi:10.13203/j.whugis20230002.
(LIANG Wei, XU Xinyu, LI Jiancheng, et al. Research on Determination of Gravity Field Models in Regional Area Using Airborne Gravity Data and Reference Model[J] *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, Doi:10.13203/j.whugis20230002.)

联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型¹

梁伟¹ 徐新禹^{2,3,4} 李建成^{3,4,5} 黄剑¹ 李朋远¹ 刘站科^{6,7}
陈小英^{6,7}

1 北京跟踪与通信技术研究所, 北京, 100094

2 武汉大学测绘学院, 湖北 武汉, 430079

3 武汉大学地球空间环境与大地测量教育部重点实验室, 湖北 武汉, 430079

4 湖北珞珈实验室, 湖北 武汉 430079

5 中南大学, 湖南 长沙, 410083

6 自然资源部第一大地测量队, 陕西 西安, 710054

7 自然资源部现代工程测量重点实验室, 上海, 200092

摘要 本文研究联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于区域的超高阶重力场模型的方法, 基于逆 Poisson 积分向下延拓方法和块对角最小二乘的超高阶重力场建模方法, 提出了实用化的解算策略, 并使用毛乌素测区的实测航空重力数据进行了方法验证。基于毛乌素的航空重力和地面重力, 联合 SGG-UGM-2 模型, 采用不同的解算方案, 分别计算了适合于毛乌素测区的四个阶次达到 3599 和 2159 的超高阶模型 RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3 和 RIGM-MWS-4, 测区内的 GNSS/水准数据的外部精度检验结果说明: 融入航空重力数据后, 适用于区域的模型的大地水准面精度相比先验模型有了显著提升, 最高可达 44.8%。实验结果验证了本文提出的联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于区域的超高阶重力场模型的思路是合理可行的, 可以提升全球模型在局部区域的适用性。

关键字: 航空重力; 全球重力场模型; 局部精化模型

Research on Determination of Gravity Field Models in Regional Area Using Airborne Gravity Data and Reference Model

¹ 收稿日期: 2023-10-31

基金项目: 国家自然科学基金 (42192533, 42074019), 江西省自然科学基金 (20224BAB213048)。

第一作者: 梁伟, 博士, 助理研究员, 主要从事空间态势感知、高分辨率重力场模型构建研究。

wliang@whu.edu.cn

通讯作者: 刘站科, 博士, 高级工程师, 主要从事大地测量理论与应用研究。LZK_111@163.com

LIANG Wei¹ XU Xinyu^{2,3,4} LI Jiancheng^{3,4,5} HUANG Jian¹ LI Pengyuan¹ LIU Zhanke^{6,7}
CHEN Xiaoying^{6,7}

1 Beijing Institute of Tracking and Telecommunication Technology, Beijing 100094, China

2 School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China

3 Key Laboratory of Geospace Environment and Geodesy, Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan
430079, China

4 Hubei LuoJia Laboratory, Wuhan 430079, China

5 Central South University, Changsha 410083, China

6 The First Geodetic Surveying Brigade of Ministry of Natural Resources, Xi'an 710054, China

7 Key Laboratory of Advanced Engineering Surveying Ministry of Natural Resources Shanghai 200092 China

Abstract: Objectives: This paper focuses on determination of gravity field models in regional areas using airborne gravity data and reference gravity field model. **Methods:** The practical strategy is proposed to improve global models with airborne gravity data based on downward continuation method with the inverse Poisson's integral and block-diagonal least squares method. The proposed strategy is evaluated in an experiment, in which four regionally improved gravity field models in Maowusu area RIGM-MWS-1, RIGM-MWS-2, RIGM-MWS-3 and RIGM-MWS-4 are computed with real airborne gravity data, terrestrial gravity data and a reference model SGG-UGM-2. **Results:** The four models are validated with GNSS/Leveling data in Maowusu area, which shows that the improved models perform nearly 44.8% better than the reference model in the GNSS/Leveling validation. **Conclusions:** The result of the experiment shows that the strategy to improve global gravity field model regionally with airborne gravity data is reliable and airborne gravity data can be valuable observations to improve the global gravity field model in regional area.

Keywords Airborne gravity data; Global Earth's gravity field model; Regionally improved models

0 引言

当前在国际重力场模型中心 (International Centre for Global Earth Models) 发布的超高阶重力场模型有 EGM2008^[1]、EIGEN-6C4^[2]、SGG-UGM-2^[3]和 XGM2019e^[4]等模型 (<http://icgem.gfz-potsdam.de/home>)。这些模型融入了新一代卫星重力计划长时间段的观测数据, 使用了高精度高分辨率的全球重力异常数据, 模型的精度和分辨率相较之前模型 (例如 EGM96^[5]、EIGEN-CG01C^[6]) 有了很大提高^[1]。模型可以在全球范围内提供高分辨率高精度的重力场信息, 广泛应用于全球高程基准统一、卫星精密定轨、动态海面地形计算、地球

内部构造和板块运动研究等领域。

然而, 由于上述模型使用的重力异常数据的精度在不同区域差异很大, 甚至在一些无地面重力观测数据的区域, 重力异常数据是联合卫星重力场模型和地形数据计算的^[1], 模型精度在不同区域的差异很大。例如 GOCO05c 模型的 GNSS (Global Navigation Satellite System) /水准检核结果在澳大利亚、巴西、加拿大、欧洲、日本和美国的精度分别为 0.105 m、0.219 m、0.163 m、0.138 m、0.217 m 和 0.262 m (http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_gpslev)。因此, 这些公开发布的超高阶重力场模型在一些区域还不能满足高精度的应用需求。如果这些区域有了新的重力观测数据 (例如航空重力), 可以将公开发布的超高阶重力场模型作为先验模型, 联合先验模型和局部重力数据提高先验模型在局部区域的精度, 构建适用于局部区域的超高阶重力场模型。

剪接法是计算适用于局部区域重力场模型最流行的方法, 该方法利用局部区域的重力数据计算参考模型的改正系数, 提高参考模型在局部区域的精度。Weber 和 Zomorrodian^[7]提出了该方法, 并使用该方法计算了伊朗区域的大地水准面模型, 之后 Bašić 等^[8], Kearsley 和 Forsberg^[9], Lu 等^[10,11], 石磐^[12-15]均使用局部地面重力数据和先验的重力场模型解算了适用于局部区域的重力场模型。使用剪接法时, 一般需要将重力数据归算至参考面, 由于航空重力观测的飞行高度一般高于该参考面数公里, 将航空重力数据延拓至参考面时会产生延拓误差, 直接使用剪接法会带来计算误差。可以逆 Poisson 积分方法^[16]、最小二乘配置方法^[17,18]、快速傅里叶变换 (FFT) 方法^[19]、直接法^[20,21]、矩谐分析方法^[22]等方法将重力数据归算至参考面。同时, 随着 GNSS 技术的发展, 局部区域的 GNSS/水准数据越来越丰富, 这些数据同样可以用于计算适用于局部区域的超高阶重力场模型。Mosayebzadeh 等^[23]和 Liang 等^[24]分别根据 Stokes 边值问题和 Molodensky 边值问题提出了利用 GNSS/水准数据提升模型在局部区域精度的方法, 并分别在美国和伊朗、中国青岛验证了方法的有效性。

近年来, 航空重力观测技术已逐渐成熟, 相对于地面重力观测, 一方面, 航空重力测量可以快速高效的获取高精度重力数据, 另一方面, 航空重力观测可以更便捷的在山区等难以进行地面重力观测的区域开展重力测量。航空重力数据用于多个区域的局部重力场模型解算, Bolkas^[25]使用小波分解方法联合航空重力数据和地面、卫星重力数据构建了局部区域重力场模型, Wu^[26]使用航空重力数据计算了沿海区域的局部重力场模型; 除此之外也成功应用于多个科学和工程应用中, 美国大地测量局 (National Geodetic Survey, NGS) 提出的 GRAV-D (the Gravity for the Redefinition of the American Vertical Datum) ^[27]计划将航空重力数据作为下一代北美大地水准面模型构建的重要数据; 自然资源部第一大地测量队也开展了航空重

力观测，取得了很好的效果，特别是 2015 年第一大地测量队在毛乌素测区开展了复合观测任务，该任务同时进行了航空重力观测、地面重力观测和 GNSS/水准观测^[28]。获取的航空重力数据已成功用于局部大地水准面模型构建^[28,29]、重力梯度扰动张量构建^[30]、地球物理勘探^[31]等领域。

航空重力测量能快速高效的获取局部区域的高精度重力数据，数据可用于计算适用于局部区域的超高阶重力场模型。EGM2008^[1]模型中融入了部分区域的航空重力数据，然而并没有介绍航空重力数据融入模型的计算方法，也没有分析融入航空重力数据后全球模型在局部区域适用性的提升效果，除此之外尚未发现其他论文针对利用航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶模型开展研究，针对这一问题，本文研究了联合先验重力场模型和航空重力数据构建适用于区域的超高阶重力场模型的方法，基于逆 Poisson 积分向下延拓方法和块对角最小二乘的超高阶重力场建模方法，提出了实用化的解算策略，并使用毛乌素测区的实测航空重力数据进行了方法验证。本文将在第 2 节介绍本文提出的使用航空重力数据计算局部提升模型的策略，在第 3 节使用毛乌素测区的数据计算局部提升模型，检验该策略的有效性，在第 4 节总结全文。

1 理论与方法

1.1 联合先验模型和航空重力观测数据计算适用于局部区域超高阶重力场模型的思路

重力异常观测值 $\Delta g(r, \vartheta, \lambda)$ 的地球重力场模型球谐展开式为^[32]：

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r^2} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\cos \vartheta) \quad (1)$$

其中 GM 是地球引力常量， a 是参考椭球的长半轴， (r, ϑ, λ) 为球坐标； $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ 是扰动位的球谐系数； \bar{P}_{nm} 是完全正规化的勒让德函数， (n, m) 是勒让德函数和球谐系数的阶和次。

如果有全球分布的重力异常数据，根据公式(1)可以建立其观测方程，在最小二乘准则下求解得到扰动位系数，扰动位系数加上正常位系数后即可得到待求的重力场模型球谐系数^[32]。根据航空重力数据的特点，如图 1 所示，本文提出了计算适用于局部区域超高阶重力场模型的解算方案。

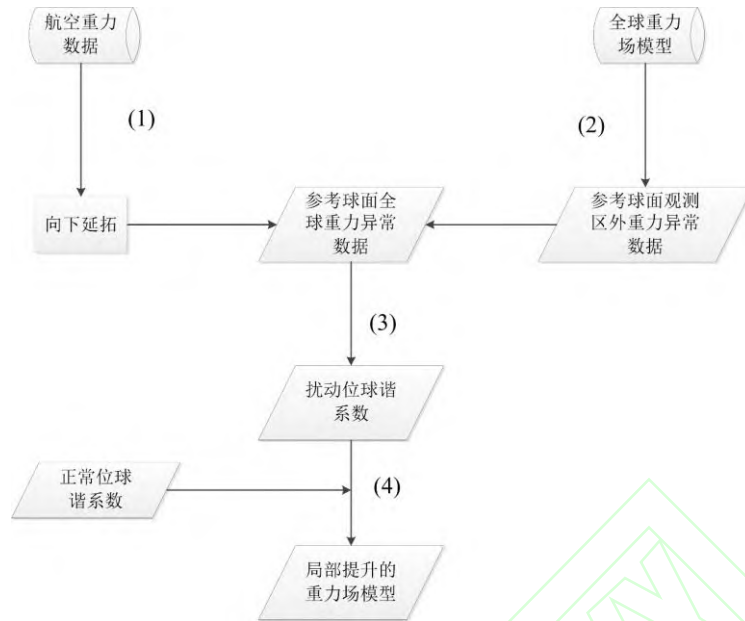


图 1 使用航空重力数据和先验全球模型计算适用于局部区域超高阶模型的计算方案
 Fig. 1 Computation scheme of determination of regional gravity field models using regional airborne gravity data and reference model

第一步，将航空观测高度处的重力观测数据归算到一个参考球面上。理论上，可以直接使用航空观测面上的重力异常数据求解重力场模型系数，然而原始的航空重力数据是在航空观测高度处高采样率的重力数据，直接建立的法方程矩阵为全矩阵，法方程非常庞大，相应的计算任务也十分庞大，对于目前解算 2160 阶次的模型可行性低。通常的做法是获得球面上规则格网的数据，从而可用数值积分、块对角最小二乘方法等快速算法解算。为了满足这个要求，同时考虑航空重力数据向下延拓误差放大的特点，本文提出选择半径小于航空观测数据点的最小地心向径、且距离航空重力观测面较为接近的球面为参考面。同时，根据多次实验的经验，本文建议选取的参考球面的半径比航空观测数据对应最小地心向径小 100 m 以内。

本文采用迭代法^[33]求解逆 Poisson 积分方程将重力数据向下延拓，原理和方法将在 2.2 节中介绍。

第二步，使用先验全球重力场模型计算所选参考球面上的重力异常数据，并用第一步中延拓得到的参考球面上的局部重力数据替换该区域的模型计算值，得到参考球面上全球分布的格网重力异常数据 Δg^* ；

第三步，得到参考球面上的重力异常数据后，使用块对角最小二乘方法计算局部精度提升的重力场模型系数。

(1)式建立了球面重力异常数据 Δg^* 和待求系数 $(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$ 之间的线性关系，可建立观测方程：

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{L} \quad (2)$$

其中， \mathbf{v} 是观测值残差向量， \mathbf{A} 是设计矩阵。设计矩阵的元素是根据公式(1)计算的观测数据对球谐系数的偏导数，它建立了观测数据与待求系数的线性关系。

使用公式(2)解算超高阶重力场模型时，若不考虑观测数据的均匀分布和求解参数的特殊排列，直接构建的法方程维数庞大，例如，计算 2160 阶的重力场模型系数时，法方程的维数是 $4\,669\,917 \times 4\,669\,917$ 。这时，通常采用块对角最小二乘方法减小计算量^[1-3]，并使用 OpenMP 和 MPI 等并行计算技术进一步提高块对角最小二乘方法的计算效率^[3]。

第四步，将上一步计算得到的扰动位系数加上正常位系数后即可得到待求的重力场模型系数。本文将也将计算的适用于局部区域的超高阶模型称为局部提升模型、局部精化模型或局部改进模型（Regionally Improved Geopotential Models, RIGMs）。

1.2 航空重力观测数据的逆 Poisson 积分向下延拓方法

本文 Poisson 积分公式为^[32]：

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{R^2(r^2 - R^2)}{4\pi r} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\vartheta'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \Delta g(R, \vartheta', \lambda') \sin \vartheta' d\vartheta' d\lambda' \quad (3)$$

在本文中， $\Delta g(r, \vartheta, \lambda)$ 为航空观测高度处的重力异常数据， $\Delta g(R, \vartheta, \lambda)$ 为参考球面上的重力异常数据， R 为内部球的半径。

Poisson 积分公式建立了航空观测高度处重力异常数据和球面重力异常数据之间的关系。

在实际的使用中，需要将公式(3)离散化，离散化后的矩阵形式为^[16]：

$$\mathbf{B}\mathbf{f} = \mathbf{g} \quad (4)$$

其中 \mathbf{B} 是根据公式(3)计算的系数矩阵， \mathbf{g} 是航空观测高度的重力异常数据， \mathbf{f} 是球面上的重力异常数据。

采取一定的方法求解(4)式即可得到球面上的重力数据，常用的稳定求解方法有：迭代方

法^[16,33-36]、Tikhonov 正则化方法^[37,38]等。

本文使用迭代方法求解逆 Poisson 积分,将(4)式中的系数矩阵 B 替换为 $B = I - A$ ^[16]:

$$f = Af + g \quad (5)$$

这样可以将球面上的重力异常数据表示为航空重力数据的函数,该式是迭代的基本式,公式(5)中球面重力异常 f 的下标 i 表示迭代解,可得:

$$f_i = Af_{i-1} + g \quad (6)$$

基于公式(6)进行迭代计算时,初值 f_0 为航空观测面的重力异常数据,即 $f_0 = g$,迭代收敛后的迭代解即为延拓到球面上的重力异常数据,文献^[28,32]给出了具体的迭代过程,分析了迭代的误差,证明该方法可以满足当前重力异常延拓的精度需求。

2 数值计算与分析

2.1 毛乌素测区测量任务概况

2015年4月17日至6月11日,自然资源部第一大地测量队在毛乌素区域,进行了航空重力测量、地面重力测量和 GNSS/水准综合观测任务^[28,30],毛乌素测区位于我国陕西省和内蒙古的交界,测区分布在 $38^{\circ}46' N \sim 39^{\circ}20' N$, $109^{\circ}13' E \sim 110^{\circ}32' E$ 范围内,图 2 为使用 SRTM^[39]数据绘制的测区地形图,测区高程的最大值、最小值和平均值分别为 2 420 m、730 m 和 1 248 m。

航空重力观测使用的是塞斯纳-208 型飞机,飞机上搭载了 GT-2A 重力测量系统和 Ashtech GNSS 接收机,航空重力测线之间的间距约为 5 km,如图 3 中的红色曲线所示,观测任务共测量了 21 个南北方向的测线和 11 个东西方向的测线,南北方向的测线和东西方向的测线形成了 231 个交叉点。航空重力数据进行的预处理有:垂直加速度改正、水平加速度改正、厄特弗斯改正、偏心改正、自由空间改正、正常重力改正、零点漂移改正、测线点的重力异常改正和频谱分析与滤波等。采用南北向测线与东西向测线形成的交叉点重力扰动观测,评定了航空重力数据的内符合精度。数据处理中使用的椭球参数为 GRS80 椭球^[40]。

表 1 是测线网平差前与平差后交叉点不符值的统计结果,统计结果显示,平差前测区交叉点不符值的标准差为 1.70 mGal,平差后不符值的标准差为 1.39 mGal。采用地面重力数据评定了航空重力数据的外符合精度,该测区有分布均匀的地面重力数据,将地面重力数据

向上延拓到航空数据格网点上，与航空数据进行比较；同时也将航空重力数据向下延拓到地面重力观测点上，与地面重力数据比较。表 2 是向上延拓与向下延拓两种方式计算的重力观测差值的统计结果，差值标准差均为 1.66 mGal。

表 1 交叉点不符值统计结果（单位: mGal）

Tab 1 Statistics of differences on cross points

类别	Min	Max	Mean	STD
平差前	-4.86	7.54	0.09	1.70
平差后	-3.93	6.56	0.02	1.39

表 2 航空与地面重力数据差值的统计结果（单位: mGal）

Tab 2 Statistics of differences between airborne and terrestrial gravity data

计算方式	Min	Max	Mean	STD
向上延拓	-8.19	5.33	0.26	1.66
向下延拓	-4.82	3.48	0.03	1.66

地面重力观测使用的是 Burris 重力仪，获取了 459 个点的重力数据，地面重力数据点的平均间距约为 5 km，图 3 中的黑色点即为重力观测点。为了对模型进行检核，本次测量任务同时进行了 GNSS/水准观测，获得了 73 个 GNSS/水准点数据，所有 GNSS/水准点进行了 24 小时的 GNSS 连续观测和一等水准测量，考虑到航空重力数据向下延拓及模型构建中的边缘效应，本文选取 55 个在航空观测区域范围内的 GNSS/水准数据进行模型检验，如图 3 中蓝色所示。

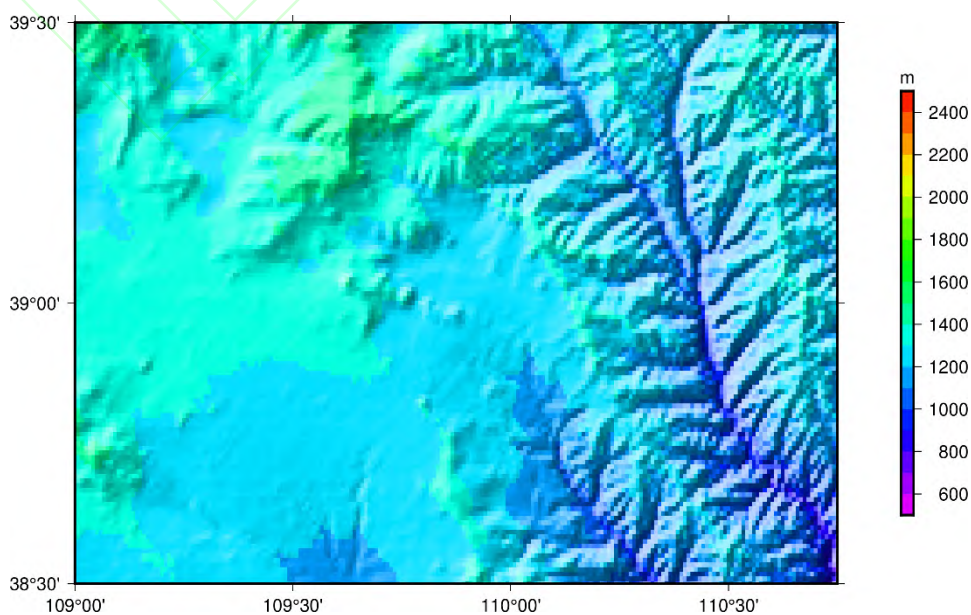


图 2 毛乌素测区地形图 (SRTM)

Fig. 2 The topography in Maowusu area (SRTM)

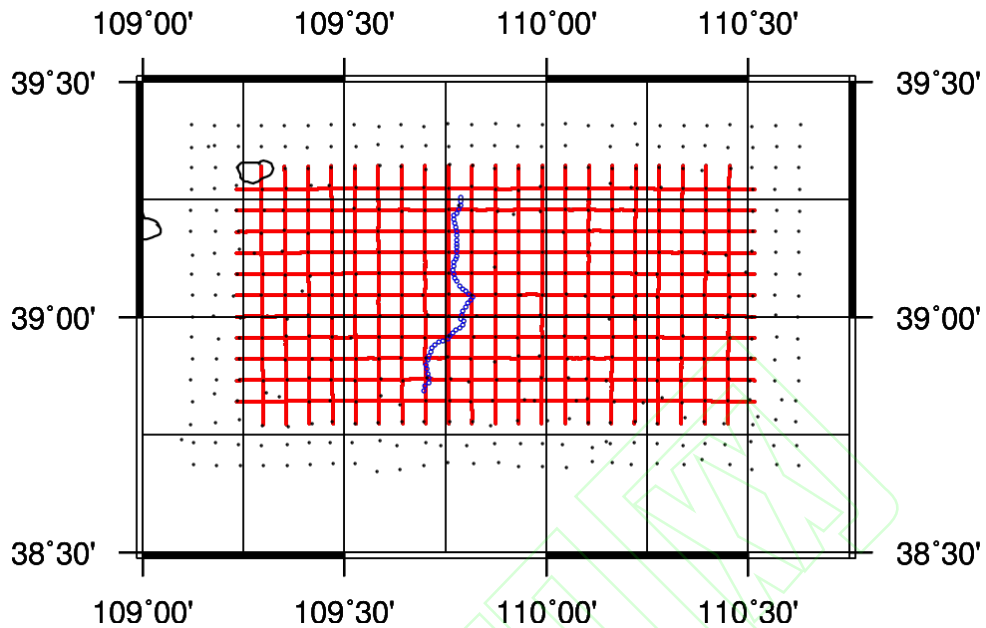


图 3 地面重力数据 (黑色)、航空重力数据 (红色) 和 GNSS/水准数据 (蓝色) 的空间分布

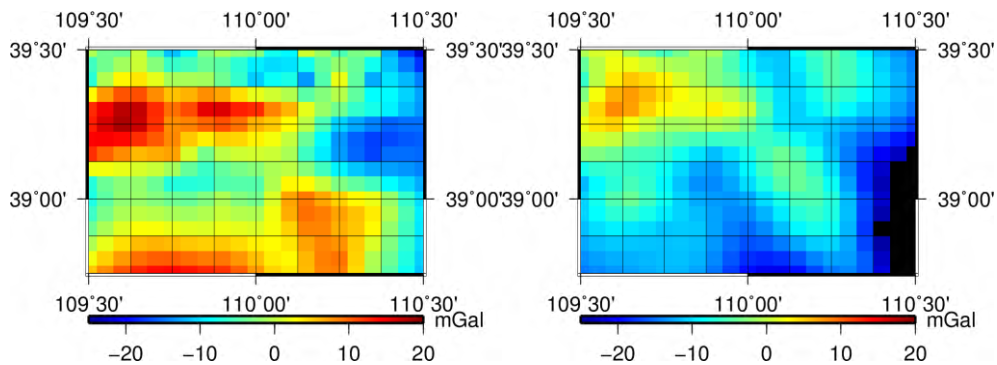
Fig. 3 Distribution of terrestrial gravity data (black points), airborne gravity data (red points) and GNSS/Leveling data (blue points)

2.2 计算适用于毛乌素测区的超高阶重力场模型

本文使用毛乌素测区的航空重力数据估计 RIGM 模型的计算步骤为:

(1) 航空重力数据点的地心向径在 6371660.7 m 和 6371920.1 m 之间, 按照 2.1 节介绍的参考球面半径的选取方法, 选定参考球的半径为 6371600.0 m;

(2) 使用逆 Poisson 积分方法将航空重力数据向下延拓至参考球面, 得到球面上毛乌素测区范围内 3'和 5'分辨率的重力异常数据, 其中 3'是航空重力观测航线的大致间距, 而 5'是当前主流超高阶重力场模型的分辨率, 分别对应 3599 和 2159 阶, 图 4 (a) 是参考球面上延拓得到的重力数据;



(a)

(b)

图 4 参考球面上的航空重力延拓重力异常 (a) 和 SGG-UGM-2 重力异常 (b)

Fig. 4 Gravity anomalies from airborne gravity data (a) and SGG-UGM-2 (b) on reference sphere

(3) 本文选取 SGG-UGM-2 为计算局部提升模型的参考模型。然后使用参考模型计算球面上 3'和 5'分辨率的重力异常数据,将模型数据与向下延拓的重力数据融合后得到参考球面上全球分布的 3'和 5'分辨率重力异常数据,图 4 (b) 是参考球面上 SGG-UGM-2 的重力异常数据;

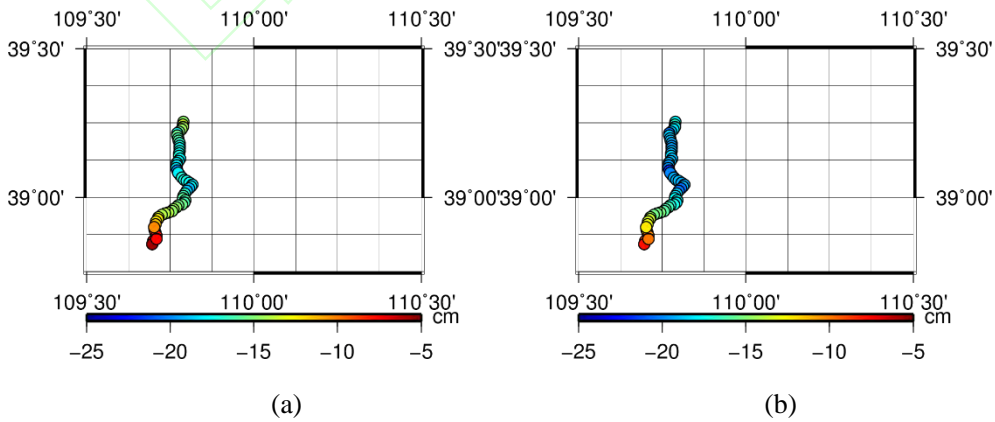
(4)最后分别由 3'和 5'分辨率的数据使用块对角最小二乘方法计算得到 3599 阶和 2159 阶扰动位系数,选取 GRS80 椭球^[40]为重力场模型的参考椭球,扰动位系数加上参考椭球的正常位系数即可得到最终的重力场模型系数。

本文将 3599 阶的重力场模型命名为 RIGM-MWS-1, 2159 阶重力场模型命名为 RIGM-MWS-2。同时,由于该测区具有高分辨的地面重力测量数据,本文使用相同的方法和步骤由地面重力数据计算了毛乌素测区的局部提升模型 RIGM-MWS-3 (3599 阶)和 RIGM-MWS-4 (2159 阶),根据地面重力数据的特性,计算中选取的参考球面半径为 6370600.0 m。

使用测区内 55 个 GNSS/水准数据点计算了模型 RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3、RIGM-MWS-4 和 SGG-UGM-2 的高程异常误差,公式(7)是高程异常误差的计算公式,计算中考虑了零阶项的影响,表 3 给出了模型高程异常误差的统计结果,图 5 是模型 RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3 和 RIGM-MWS-4 高程异常误差的空间分布。

$$\zeta(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{r\gamma \sum_{n=2}^{N_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\cos \vartheta)} \quad (7)$$

其中 ζ 为高程异常, γ 为该点的正常重力。



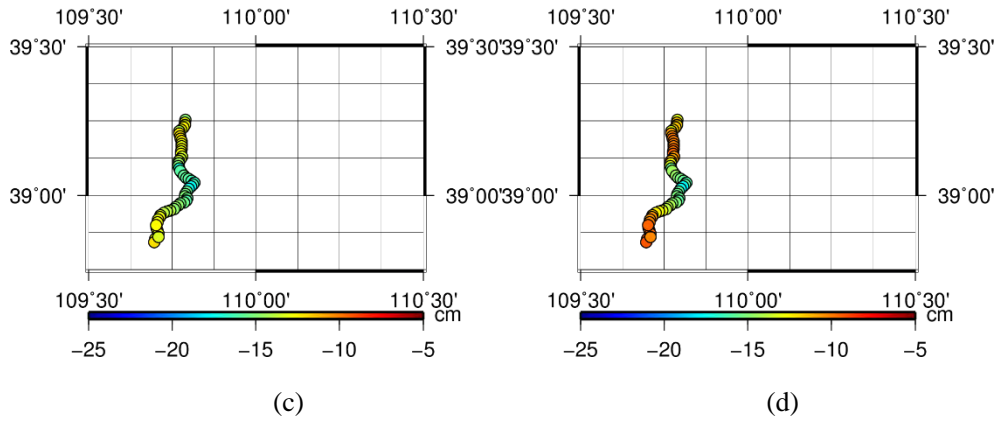


图 5 模型 RIGM-MWS-1 (a)、RIGM-MWS-2 (b)、RIGM-MWS-3 (c) 和 RIGM-MWS-4 (d) 高程异常误差的空间分布
 Fig. 5 Height anomaly error of RIGM-MWS-1 (a), RIGM-MWS-2 (b), RIGM-MWS-3 (c), and RIGM-MWS-4 (d) on reference sphere

由 GNSS/水准检核可知, SGG-UGM-2 重力场模型在该区域的高程异常误差的均值和标准差分别为 0.307 m 和 0.058 m, 模型 RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3、RIGM-MWS-4 的高程异常误差的均值和标准差分别为-0.151 m 和 0.033 m、-0.171 m 和 0.033 m、-0.142 m 和 0.016 m、-0.126 m 和 0.025 m。SGG-UGM-2 模型构建时使用全球不同区域重力数据的高程基准和重力基准的差异, 造成模型高程异常存在系统偏差, 高程异常误差的均值为 0.307 m, 融入区域航空重力数据没有完全消除该系统偏差, 局部模型的系统偏差约为 0.15 m。从 RIGM-MWS-1 和 RIGM-MWS-2 的检核结果可知, 融入航空重力数据后的先验模型在测区的精度得到了提高, 提高的比例可达 43.1%, 先验模型在测区的适用性大大提高。同时, RIGM-MWS-3 和 RIGM-MWS-4 相对参考模型的精度提高的比例可达 72.4%和 56.9%, 对比 RIGM-MWS-1 和 RIGM-MWS-3 的检核结果以及 RIGM-MWS-2 和 RIGM-MWS-4 的检核结果可知, 使用航空重力数据计算的局部提升模型的精度低于使用地面重力数据计算的模型, 这是由于本文使用的航空重力数据的精度仍低于地面重力数据。对比模型 RIGM-MWS-3 和 RIGM-MWS-4 的检核结果可知, 由于较高分辨率的重力场模型包含了更多的高频重力信号, 因此截断误差也较小, 所以模型的整体精度更高, 所以为了避免模型构建造成的截断误差, 要尽可能利用高分辨率的重力数据构建相应高阶次的重力场模型。当然, 并不是越高阶的模型就会更优, 比如对比 RIGM-MWS-1 和 RIGM-MWS-2 的检核结果可知, 虽然模型分辨率不同, 但精度基本没有提高, 这是由于经过低通滤波后航空重力数据所包含的高频信号有限, 虽然航空重力数据空间分辨率可以达到 3', 但该数据并没有包含对应空间分辨率的有效高频重力信息, 2159 阶次的模型已经可以很好表达毛乌素测区观测数据中包含的有

效重力信号；而利用地面重力数据的情况则不同，数据中包含了对应 3' 空间分辨率的有效高频信息，因此构建 3599 模型可以有效表达这部分信息，因此外符合检验中 RIGM-MWS-3 模型精度高于 RIGM-MWS-4。

表 3 GNSS/水准数据的检核结果（单位: m）
Tab. 3 Validations results using GNSS/Leveling data

Model	Min	Max	Mean	STD	RMS
SGG-UGM-2	0.235	0.468	0.307	0.058	0.312
RIGM-MWS-1	-0.198	-0.057	-0.151	0.033	0.155
RIGM-MWS-2	-0.218	-0.079	-0.171	0.033	0.174
RIGM-MWS-3	-0.177	-0.118	-0.142	0.016	0.143
RIGM-MWS-4	-0.177	-0.088	-0.126	0.025	0.128

3 结论

本文研究了联合先验模型和航空重力数据计算适用于局部区域重力场模型的方法，基于逆 Poisson 积分向下延拓方法和块对角最小二乘方法提出了实用的解算策略，并使用毛乌素测区的航空重力数据和地面重力数据验证了提出的方法和解算策略。

采用 SGG-UGM-2 模型为参考模型，基于毛乌素测区的航空重力数据和地面重力数据分别计算了 3'和 5'空间分辨率的局部提升模型 RIGM-MWS-1、RIGM-MWS-2、RIGM-MWS-3 和 RIGM-MWS-4，测区内 GNSS/水准数据的检核结果表明相比 SGG-UGM-2 模型，RIGM 模型的大地水准面精度可分别提升 43.1%、43.1%、72.4%和 56.9%。结果充分说明了本文提出方法和解算策略是正确且有效的。

考虑到当前航空重力观测数据的精度，使用其精化全球模型时，反演模型的最高阶次可以低于数据的空间采样，毛乌素测区 3'采样的数据恢复的 2159 阶次模型和 3599 阶次模型的精度相当。而利用地面观测数据时，则应该尽可能解算高阶次的模型，例如毛乌素区域地面重力构建的 3'空间分辨率模型精度明显优于 5'空间分辨率的模型。

参考文献

- [1] Pavlis N K, Holmes S A, Kenyon, S C, Factor J K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008): THE EGM2008 EARTH GRAVITATIONAL MODEL[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2012, 117(B4), B04406.
- [2] Foerste C, Bruinsma S L, Abrikosov O, et al. EIGEN-6C4: The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 1949 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse[R]. EGU General Assembly Conference Abstracts, 2014, 16.

- [3] Liang W, Li J, Xu X, et al. A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008[J]. *Engineering*, 2020, 6(8), 860–878.
- [4] Zingerle P, Pail R, Gruber T, Oikonomidou X. The combined global gravity field model XGM2019e[J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(7), 66.
- [5] Lemoine, F, Kenyon S C, Factor J, et al. The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96[R]. NASA Tech. Publ., 1998, TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Cent., Washington, D. C.
- [6] Reigber C, Schwintzer P, Stubenvoll R, et al. A high resolution global gravity field model combining CHAMP and GRACE satellite mission and surface data: EIGEN-CG01C[R]. Geoforschungszentrum, 2006.
- [7] Weber G, Zomorrodian H. Regional geopotential model improvement for the Iranian geoid determination[J]. *Bulletin Géodésique*, 1988, 62(2), 125–141.
- [8] Bašić T, Denker H, Knudsen P, et al. A New Geopotential Model Tailored to Gravity Data in Europe[C]. // R. Rummel, R. G. Hipkin (Eds.), 1990, Gravity, Gradiometry and Gravimetry (pp. 109–118). Springer New York.
- [9] Kearsley A, Forsberg R. Tailored geopotential models—applications and shortcomings[J]. *Manuscripta geodaetica*, 1990, 15, 151–158.
- [10] Lu Y, Xu H. The regional model of high-order gravitational field and the potential coefficient model of the Qinghai-Tibet region[J]. *Chinese Journal Of Geophysics*, 1994, 37(04): 487-498.(陆洋, 许厚泽. 区域高阶重力场模型与青藏地区局部位系数模型[J]. 地球物理学报, 1994, 37(04): 487-498.)
- [11] Lu Y, Hsu H T, Jiang F Z. The regional geopotential model to degree and order 720 in China[M]. // K P Schwarz (Ed.), Geodesy Beyond 2000 (pp. 143–148), 2000.. Springer Berlin Heidelberg.
- [12] Shi P. The improvement of gravity field model with regional gravity data[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 1994, 23(4): 276-281.(石磐. 利用局部重力数据改进重力场模型[J]. 测绘学报, 1994, 23(4): 276-281.)
- [13] Shi P, Xia Z R. High resolution earth's gravity field model DQM99[J]. *Engineering Science*, 1999, 1(3): 51-55. (石磐, 夏哲仁. 高分辨率地球重力场模型DQM99[J]. 中国工程科学, 1999, 1(3): 51-55.)
- [14] Xia Z R, Shi P, Li Y C. A New Series of High Resolution Earth's Gravity Field Models DQM2000[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2003, 28(S1): 124-128. (夏哲仁, 石磐, 李迎春. 高分辨率区域重力场模型DQM2000[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2003, 28(S1): 124-128.)
- [15] Huang M T, Zhai G J, Ouyang Y Z, et al. Analysis and computation of ultrahigh degree geopotential model[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2001, 30(3): 208–13.(黄谟涛, 翟国君, 欧阳永忠等. 超高阶地球位模型的计算与分析[J]. 测绘学报, 2001, 30(3): 208-213.)
- [16] Huang J. Computational methods for the discrete downward continuation of the Earth gravity and effects of lateral topographical mass density variation of gravity and geoid[R]. GGE Technical Report 216, 2002, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton.
- [17] Forsberg R, Kenyon S. Evaluation and downward continuation of airborne gravity data—the Greenland example[C]. // Proc Int Symp Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Banff, Canada, 1994, 531-538.

- [18] Chen X, Zhai G, Bao J, Ouyang Y, Lu X, Deng K. Least Squares Collocation-Tikhonov Regularization Method for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(4): 578-585. (陈欣, 翟国君, 暴景阳, 欧阳永忠, 陆秀平, 邓凯亮. 航空重力向下延拓的最小二乘配置Tikhonov正则化法[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2018, 43(4): 578-585.)
- [19] Hwang C, Hsiao, Y S, Shih, H C, et al. Geodetic and geophysical results from a Taiwan airborne gravity survey: Data reduction and accuracy assessment[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2007, 112, B04407.
- [20] Huang M, Ouyang Y, Liu M, Zhai G, Deng K. Practical Methods for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data in the Sea Area[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(10): 1147-1152. (黄漠涛, 欧阳永忠, 刘敏, 翟国君, 邓凯亮. 海域航空重力测量数据向下延拓的实用方法[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2014, 39(10): 1147-1152.)
- [21] Novák P, Heck B. Downward continuation and geoid determination based on band-limited airborne gravity data[J]. *Journal of Geodesy*, 2002, 76(5), 269–278.
- [22] Jiang T, Dang Y M, Zhang C Y, et al. Downward Continuation of Airborne Gravity Data Based on Rectangular Harmonic Analysis[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2013, 42(4):475-480. (蒋涛 党亚民 章传银 金涛勇. 基于矩谐分析的航空重力向下延拓[J]. 测绘学报, 2013, 42(4): 475-480.)
- [23] Mosayebzadeh M, Ardalan A A, Karimi R. Regional improvement of global geopotential models using GPS/Leveling data[J]. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2019, 63(2), 169–190.
- [24] Liang W, Pail R, Xu X, Li J. A new method of improving global geopotential models regionally using GNSS/levelling data[J]. *Geophysical Journal International*, 2020, 221(1), 542–549.
- [25] Bolkas D, Fotopoulos G, Braun A. Comparison and Fusion of Satellite, Airborne, and Terrestrial Gravity Field Data Using Wavelet Decomposition[J]. *Journal of Survey Engineering*, 2016, 142(2), 04015010.
- [26] Wu Y, Abulaitijiang A, Featherstone W E, McCubbine J C, Andersen O B. Coastal gravity field refinement by combining airborne and ground-based data[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93, 2569–2584.
- [27] Childers V, Smith D, Roman D, Damiani T, et al. NGS' GRAV-D Project: Current update and future prospects[R]. AGU Fall Meeting Abstracts, 2009, 1, 04.
- [28] Jiang T. On the contribution of airborne gravity data to gravimetric quasigeoid modelling: A case study over Mu Us area, China[J]. *Geophysical Journal International*, 2018, 215(2), 1308–1321.
- [29] Wang Y M, Becker C, Mader G, et al. The Geoid Slope Validation Survey 2014 and GRAV-D airborne gravity enhanced geoid comparison results in Iowa[J]. *Journal of Geodesy*, 2017, 91(10), 1261–1276.
- [30] Liu J Z, Liang X H, Ye Zhou R, et al. Combining multi-source data to construct full tensor of regional airborne gravity gradient disturbance[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2020, 63(8): 3131-3143. (刘金钊, 梁星辉, 叶周润等. 融合多源数据构建区域航空重力梯度扰动全张量[J]. 地球物理学报, 2020, 63(8): 3131-3143.)
- [31] Xiong S Q. Innovation and application of airborne geophysical exploration technology[J]. *Journal of Geomechanics*, 2020, 26(5): 791-818. (熊盛青. 航空地球物理勘查科技创新与应用

- [J]. 地质力学学报, 2020, 26(5): 791-818.)
- [32] Hofmann-Wellenhof B, Moritz H. Physical geodesy (Second, corrected edition)[M]. Springer Wien New York, 2006, 1–403.
- [33] Martinec Z. Stability investigations of a discrete downward continuation problem for geoid determination in the Canadian Rocky Mountains[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 70(11), 805–828.
- [34] Vaníček P, Sun W., Ong, P., et al. Downward continuation of Helmert’s gravity[J]. *Journal of Geodesy*, 1996, 71: 21–34.
- [35] Xu S, Yang J, Yang C, et al. The iteration method for downward continuation of a potential field from a horizontal plane[J]. *Geophysical Prospecting*, 2007, 55(6), 883–889.
- [36] Sebera J, Šprlák M, Novák P, et al. Iterative Spherical Downward Continuation Applied to Magnetic and Gravitational Data from Satellite[J]. *Surveys in Geophysics*, 2014, 35(4), 941–958.
- [37] Xu P. Determination of surface gravity anomalies using gradiometric observables[J]. *Geophysical Journal International*, 1992, 110(2), 321–332.
- [38] Wang X T, Shi P, Zhu F Z. Regularization Methods and Spectral Decomposition for the Downward Continuation of Airborne Gravity Data[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2004, 33 (1): 33-38. (王兴涛, 石磐, 朱非洲.航空重力测量数据向下延拓的正则化算法及其谱分解[J]. 测绘学报, 2004, 33 (1): 33-38.)
- [39] Slater J A, Garvey G, Johnston C, et al. The SRTM Data “Finishing” Process and Products[J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2006, 72(3), 237–247.
- [40] Moritz H. Geodetic Reference System 1980[J]. *Bulletin G éod ésique*, 1980, 54: 395– 405.

网络首发:

标题: 联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型

作者: 梁伟, 徐新禹, 李建成, 黄剑, 李朋远, 刘站科, 陈小英

Doi: 10.13203/j.whugis20230002.

收稿日期: 2023-10-31

引用格式:

梁伟, 徐新禹, 李建成, 等. 联合先验模型和航空重力数据构建适用于局部区域的超高阶重力场模型[J]. 武汉大学学报 (信息科学版), 2023, Doi:10.13203/j.whugis20230002. (LIANG Wei, XU Xinyu, LI Jiancheng, et al. Research on Determination of Gravity Field Models in Regional Area Using Airborne Gravity Data and reference model[J] *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, Doi:10.13203/j.whugis20230002.)

网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别, 请以正式出版文件为准!

您感兴趣的其他相关论文:

综合半参数核估计与正则化方法的航空重力向下延拓模型分析

伍丰丰, 黄海军, 任青阳, 樊文有, 陈洁, 潘雄

武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(10): 1563-1569.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20180491>

六边形网格的平均重力异常数据构建及其统计优势分析

李新星, 李建成, 周睿, 范昊鹏

武汉大学学报(信息科学版). doi: 10.13203/j.whugis20220569

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20220569>

海空重力测量及应用技术研究若干进展

黄谟涛, 邓凯亮, 欧阳永忠, 吴太旗, 翟国君, 陆秀平, 陈欣, 刘敏, 王许
武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10): 1635-1650.

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20210561>

