



武汉大学学报(信息科学版)

*Geomatics and Information Science of Wuhan University*

ISSN 1671-8860, CN 42-1676/TN

## 《武汉大学学报(信息科学版)》网络首发论文

题目：一种 BDS 非差非组合 PPP 中电离层功率谱密度估计方法  
作者：徐宗秋, 张鸿洋, 徐彦田, 李军, 杨南南, 石帅  
DOI: 10.13203/j.whugis20220752  
网络首发日期: 2023-07-14  
引用格式: 徐宗秋, 张鸿洋, 徐彦田, 李军, 杨南南, 石帅. 一种 BDS 非差非组合 PPP 中电离层功率谱密度估计方法[J/OL]. 武汉大学学报(信息科学版).  
<https://doi.org/10.13203/j.whugis20220752>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI:10.13203/j.whugis20220752

引用格式：

徐宗秋, 张鸿洋, 徐彦田, 等. 一种BDS非差非组合PPP中电离层功率谱密度估计方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20220752 (XU Zongqiu, ZHANG Hongyang, XU Yantian, et al. A Method for Estimating Ionospheric Power Spectral Density in BDS Undifferenced and Uncombined PPP [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j.whugis20220752)

## 一种 BDS 非差非组合 PPP 中电离层功率谱密度估计方法

徐宗秋<sup>1</sup> 张鸿洋<sup>1</sup> 徐彦田<sup>2</sup> 李军<sup>1</sup> 杨南南<sup>1</sup> 石帅<sup>3</sup>

1. 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院, 辽宁 阜新, 123000
2. 中国测绘科学研究院, 北京, 100036
3. 中国建筑一局(集团)有限公司, 北京, 100161

**摘要：**无电离层组合模型和非差非组合模型是PPP定位中最常用的两种函数模型，非差非组合模型中电离层误差常被描述为随机游走，随机游走过程中的功率谱密度成为决定PPP定位性能的主要因素，采用经验值功率谱密度的方法没有考虑电离层小尺度变化。本文在非差非组合模型基础上，分析电离层时间相关性信息，在电离层差分时间间隔较小时观测噪声较大甚至淹没电离层的变化，为此，本文通过平滑去噪的方法削弱观测值噪声的影响，实时确定电离层功率谱密度，对非差非组合模型中的电离层延迟参数进行合理的约束，从而改善定位性能。通过对12个测站10天的BDS数据进行不同电离层模型下的解算，结果表明：相对于传统无电离层组合PPP模型，本文方法在收敛时间上缩短8%左右，水平方向精度相当，垂直方向定位精度提高28%左右。相较于功率谱密度采用经验值方法，本文方法在收敛时间上缩短9%左右，水平方向精度相当，垂直方向定位精度提高28%左右。

**关键词：**北斗卫星导航系统；精密单点定位；电离层延迟；功率谱密度；定位性能  
**中图分类号：**P209 **文献标志码：**A

## A Method for Estimating Ionospheric Power Spectral Density in BDS Undifferenced and Uncombined PPP

XU Zongqiu<sup>1</sup> ZHANG Hongyang<sup>1</sup> XU Yantian<sup>2</sup> LI Jun<sup>1</sup> YANG Nannan<sup>1</sup> SHI Shuai<sup>3</sup>

1. School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China
2. The Chinese Academy of Surveying and Mapping Science, Beijing 100036, China
3. China Construction First Group Corporation Limited, Beijing 100161, China

**Abstract:** The ionosphere-free(IF)model and the undifferenced and uncombined(UDUC)model are the two most commonly used functional models in precise point positioning(PPP). In the UDUC model, the ionospheric error is often described as random walk parameter, and the power spectral density(PSD) in the process of random walk becomes the main factor determining the positioning performance of PPP. The method of determining the PSD by the empirical value can not show the

**项目资助：**国家自然科学基金(42074012, 42030109)；辽宁省重点研发计划项目(2020JH2/10100044)；辽宁省“兴辽英才计划”项目资助(XLYC2002101, XLYC2008034, XLYC2002098)。

**第一作者：**徐宗秋, 博士, 副教授, 研究方向为卫星定位与导航。xuzongqiu@lntu.edu.cn

**通讯作者：**徐彦田, 博士, 副研究员。xuyantian1983@163.com

small scale variation of the ionosphere. In this paper, based on the UDUC model, the time correlation information of the ionosphere is analyzed. When the difference time interval of the ionosphere is small, the observation noise is large and it will submerge the changes of the ionosphere. Hence, this paper uses the smooth denoising method to weaken the influence of the observation noise, determine the ionospheric PSD in real time, and reasonably constrain the ionospheric delay parameters in the UDUC model, so as to improve the positioning performance. The experiment was carried out through 10 days BDS observations come from 12 stations under different ionospheric models, the results show that compared with the traditional IF model, the convergence time of the method proposed in this paper is shortened by 8%, the horizontal direction accuracy is equivalent, and the vertical direction positioning accuracy is improved by about 28%. Compared with the empirical value PSD method, the convergence time of the method proposed in this paper is shortened by about 9%, the horizontal direction accuracy is equivalent, and the vertical direction positioning accuracy is improved by about 28%.

**Key words:** BDS; PPP; Ionospheric delay; Power spectral density; Positioning performance

北斗卫星导航系统(Beidou Navigation Satellite System, BDS)是我国独立自主建设的全球导航卫星系统,于2020年7月31日建成并向全球提供服务。北斗三号系统在提供定位导航授时服务外,还集成了星基增强和精密单点定位功能,实现高精度、高完好性,并融合了通信数传功能,实现全球、区域短报文通信及国际搜救服务<sup>[1]</sup>。对于BDS精密单点定位(Precise single point positioning, PPP)而言,电离层延迟是影响GNSS定位性能最重要的因素之一,同时因为它随时间、空间变化的复杂性使得难以对其进行高精度建模<sup>[2-3]</sup>。处理电离层延迟最常用的方法主要有两种:一种是利用电离层延迟不同频率间关系构成无电离层组合模型消除一阶电离层延迟的影响<sup>[4-5]</sup>。另一种方法是将倾斜电离层延迟作为未知参数估计的非差非组合模型<sup>[6]</sup>。相对于非差非组合模型,使用无电离层组合有以下二个缺点。第一,消除掉电离层延迟参数后,组合后的观测值噪声明显增大,使得定位精度难以提升。第二,从电离层延迟参数来看,无电离层组合模型消除了电离层延迟参数,使得难以利用其先验信息和自身时空变化特性来增强定位性能<sup>[7]</sup>。特别是随着GNSS多频多系统的发展,非差非组合定位模型进一步凸显出了方便操作优势,成为了研究的热点<sup>[8-10]</sup>。

利用非差非组合PPP模型进行定位时,电离层延迟误差以未知参数的形式进行估计,可以对电离层参数进行合理约束来提升定位性能。如使用全球电离层格网地图<sup>[11]</sup>(Global Ionospheric Map, GIM)或者基准站解算的电离层先验信息<sup>[12]</sup>对电离层延迟进行先验值约束,此时先验值的方差信息对电离层约束效果起到决定性作用<sup>[13-14]</sup>,若先验值方差不准确反而使得结果变差。电离层在时间上的变化有良好的、可获得的统计特性,对电离层参数在时间变化上的约束则显得尤为重要。电离层延迟的时间变化可以用随机游走过程来描述,功率谱密度(power spectral density, PSD)是随机游走过程中决定约束强度的关键参数<sup>[15-16]</sup>。然而传统非差非组合PPP模型中电离层延迟的PSD通常被设置为经验值,不能准确地描述当前电离层延迟变化状态<sup>[17]</sup>。通过相位观测值的线性组合可以得到电离层观测值,电离层观测值的历元间差分(epoch-differenced ionosphere, EDI)可以反映电离层延迟的时间波动,

用于分析电离层时间变化的统计信息。理论上，EDI中除电离层变化外，还包含相位观测值噪声，电离层在短期内的变化很可能比相位观测噪声要小得多，被相位观测噪声所淹没<sup>[18]</sup>。不能直接由EDI来表示实际的电离层变化。因此，本文通过对电离层观测值的时间序列进行平滑去噪处理，来削弱观测值噪声的影响<sup>[19]</sup>，通过削弱噪声后的EDI求得PSD，从而更合理的约束电离层延迟参数<sup>[20]</sup>。

本文首先介绍PPP定位中的函数模型和随机模型，重点介绍包含电离层参数的非差非组合PPP模型。其次基于电离层观测值，通过研究电离层延迟的时间相关性，提出了一种基于平滑后的电离层观测值估计PSD的新方法。最后通过不同定位模型验证新方法的有效性，分析本文方法在收敛时间和定位精度方面的优势。

## 1. 非差非组合PPP模型

在非差非组合PPP定位模型中，电离层倾斜延迟误差作为未知参数进行估计，同时考虑电离层时间变化的特性对电离层参数进行约束来提升定位性能，而提升的程度取决于施加的电离层约束的精度<sup>[17]</sup>，非差伪距和相位观测值可以表示如下：

$$\begin{cases} p_{r,j}^s = \mu_r^s \cdot x + \hat{t}_r + \gamma_j \cdot I_r^s + m_{r,w}^s Z_{r,w} + e_{r,j}^s \\ L_{r,j}^s = \mu_r^s \cdot x + \hat{t}_r - \gamma_j \cdot I_r^s + m_{r,w}^s Z_{r,w} + \lambda_j N_{r,j}^s + \varepsilon_{r,j}^s \end{cases} \quad (1)$$

$p_{r,j}^s$  和  $L_{r,j}^s$  分别表示伪距观测值和载波相位观测值； $r$  和  $s$  分别为接收机和卫星的标识； $j$  表示不同信号频率； $\mu_r^s$  表示方向余弦； $x$  表示坐标增量，单位为米； $\hat{t}_r$  表示接收机钟差，单位为米； $\gamma_j$  为电离层映射因子  $\gamma_j = f_1^2 / f_j^2$ ， $f$  为载波相位频率； $I_r^s$  为电离层延迟，单位为米； $m_{r,w}^s$  为天顶对流层湿延迟对应的投影函数，可以通过全球投影函数（Global Mapping Function, GMF）获取； $Z_{r,w}$  表示为天顶对流层湿延迟，单位为米； $\lambda_j$  表示载波波长； $N_{r,j}^s$  表示为载波相位的整周模糊度，单位为周； $e_{r,j}^s$ ， $\varepsilon_{r,j}^s$  为伪距和相位观测值的观测噪声。

在非差非组合PPP模型中，电离层延迟通常被参数化为一个随机游走过程，描述如下：

$$I_r^s(i) - I_r^s(i+1) = w_r^s(i, i+1), w_r^s(i, i+1) \sim N(0, \sigma_{I_r^s}^2) \quad (2)$$

其中  $w_r^s$  描述了电离层在时间上的变化符合期望为0，方差为  $\sigma_{I_r^s}^2$  的随机游走过程，方差与PSD的关系可以表示为：

$$\sigma_{I_r^s}^2 = \Delta T \cdot q^2(I_r^s) \quad (3)$$

其中  $\Delta T$  为相邻两个历元之间的时间间隔， $q(I_r^s)$  为电离层随机游走的PSD。本文研究的主要内容是如何正确估计PSD，将在下节详细讨论。

## 2 电离层时间相关性研究

### 2.1 EDI计算方法

以BDS的B1和B2频率相位观测值为例，电离层观测值可以表示为：

$$I_r^s(i) = \frac{f_2^2}{(f_2^2 - f_1^2)} \left\{ L_{r1}^s(i) - L_{r2}^s(i) + (\lambda_1 N_{r1}^s - \lambda_2 N_{r2}^s) - (\varepsilon_{r1}^s - \varepsilon_{r2}^s) \right\} \quad (4)$$

其中  $i$  为历元数； $I_r^s(i)$  为电离层观测值；可以看出，通过载波相位观测值求得的电离层观测值中包含了整周模糊度，无法求得绝对的电离层延迟误差，当历元间的整周模糊度

未发生周跳,通过历元间差分可以消除整周模糊度参数。原则上,还存在多路径误差和电离层高阶项延迟,本文使用MGEX测站观测数据忽略多路径误差影响。电离层高阶项延迟相当小,并且在时间上变化非常慢,因此文中不再进行考虑<sup>[21]</sup>。可得由时刻*i*到时刻*i + Δi*的电离层历元间变化量EDI为:

$$I_r^s(i, i + \Delta i) = \frac{f_2^2}{(f_2^2 - f_1^2)} \left\{ \left\{ L_{r1}^s(i) - L_{r1}^s(i + \Delta i) \right\} - \left\{ L_{r2}^s(i) - L_{r2}^s(i + \Delta i) \right\} \right\} - \varepsilon_{\phi_{mn}}(i, i + \Delta i) \quad (5)$$

从上式可以看出,EDI中不仅包含电离层的变化,还包含一部分相位观测值噪声,假设BDS三个频率载波观测噪声具有相同的标准差,即 $\sigma_{\varepsilon_1} = \sigma_{\varepsilon_2} = \sigma_{\varepsilon_3}$ ,则公式(5)历元差分电离层延迟误差噪声的标准差 $\sigma_\varepsilon$ 为:

$$\sigma_\varepsilon = \left( 2 \sqrt{\left( \frac{f_n^2}{f_n^2 - f_m^2} \right)^2} \right) \sigma_{\varepsilon_1} \quad (6)$$

其中, $\sigma_{\varepsilon_1}$ 表示历元间差分电离层的噪声标准差,由 $B1 = 1561.098\text{MHz}$ , $B2 = 1207.140\text{MHz}$ , $B3 = 1268.520\text{MHz}$ 可得,B1B2组合后历元间差分电离层噪声的标准差相对B1扩大了4.97倍,B1B3组合后历元间差分电离层噪声的标准差相对B1扩大了5.88倍,B2B3组合后历元间差分电离层噪声的标准差相对B1扩大了19.18倍,以B1B2组合获得的电离层观测值为例进行研究,将EDI定义为:

$$\tilde{I}_r^s(i, i + \Delta i) = \frac{f_2^2}{(f_2^2 - f_1^2)} \left\{ \left\{ L_{r1}^s(i) - L_{r1}^s(i + \Delta i) \right\} - \left\{ L_{r2}^s(i) - L_{r2}^s(i + \Delta i) \right\} \right\} \quad (7)$$

式(7)带入公式(5)中可以简化为:

$$\tilde{I}_r^s(i, i + \Delta i) = I_r^s(i, i + \Delta i) + \varepsilon_{\phi_{mn}}(i, i + \Delta i) \quad (8)$$

进而对应方差关系为:

$$\tilde{D}(\tilde{I}_r^s, \Delta i) = D(I_r^s, \Delta i) + D(\varepsilon_{\phi_{mn}}) \quad (9)$$

其中 $\tilde{D}(\tilde{I}_r^s, \Delta i)$ 是EDI的方差,可以通过电离层观测值计算,

$\tilde{D}(\tilde{I}_r^s, \Delta i) = \sum_{i=1}^{i=n} \left\{ \Delta \tilde{I}_r^s(i, i + \Delta i) \right\}^2 / n$ 。公式中*n*为差分电离层观测值个数, $n = l / \Delta T$ 与数据区间长度*l*和差分时间间隔 $\Delta T$ 有关。

## 2.2 基于EDI计算PSD

类似于式(3)中的PSD与方差的关系,根据电离层历元间变化量的方差得到近似的PSD $\tilde{q}(I_r^s, \Delta i)$ 可以表示为:

$$\tilde{q}(I_r^s, \Delta i) = \sqrt{\tilde{D}(\tilde{I}_r^s, \Delta i) / \Delta T} \quad (10)$$

考虑到方程(9)和(10),有以下方程,它表示电离层变化和观测噪声之间的关系,可以用来将它们分离为:

$$q^2(I_r^s) = \tilde{q}^2(I_r^s, \Delta i) - D(\varepsilon_{\phi_{mn}}) / \Delta T \quad (11)$$

其中 $\tilde{q}(I_r^s, \Delta i)$ 是根据EDI的观测结果计算出来的,表示由电离层观测值直接计算的PSD,可见由观测值直接计算的PSD不能表示真实的电离层变化,它还包含了观测噪声的

影响，因此要通电离层观测值的PSD反映电离层的变化，就必须对电离层观测值进行去噪处理。

### 2.3 多项式平滑确定PSD的方法

由于电离层观测值中主要包含电离层延迟变化和相位观测值噪声两个部分，直接通过电离层观测值计算出的PSD并不能准确反应电离层变化情况，可以对电离层观测值的时间序列进行平滑去噪。时间序列平滑是指用平均的方法，把电离层观测值时间序列中的噪声波动剔除掉，使序列变得比较平滑，以反映出电离层观测值基本轨迹。考虑到电离层变化较为缓慢，可以利用三阶多项式来削弱电离层观测值中的观测值噪声<sup>[21]</sup>，拟合出相对真实电离层变化，多项式平滑如下：

$$\begin{cases} \tilde{I}_r^s(i) = a_1 + a_2i + a_3i^2 + a_4i^3 \\ \vdots \\ \tilde{I}_r^s(i+w) = a_1 + a_2(i+w) + a_3(i+w)^2 + a_4(i+w)^3 \end{cases} \quad (12)$$

其中  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  和  $a_4$  为拟合系数， $W$  为平滑窗口。利用最小二乘法解算出拟合系数，带入历元数计算出电离层平滑值，利用电离层观测值的平滑值计算去噪的EDI，进而求得电离层PSD为：

$$q(I_r^s) = \sqrt{\sum_{t=1}^{t=n} \Delta \tilde{I}_r^s(i, i + \Delta i)^2 / (n \cdot \Delta T)} \quad (13)$$

其中  $\Delta \tilde{I}_r^s(i, i + \Delta i)$  表示经过平滑去噪后的电离层观测值得到的EDI，通过下文分析实验发现，当  $n \geq 60$  得到电离层PSD具有一致性，为此本文中设置  $n = 60$ 。通过式(13)用平滑后的电离层去拟合实时的电离层变化，求得电离层PSD的真实值。

### 3 电离层时变特性研究与PSD的确定

选择abpo测站2022年5月15日数据对本节内容进行分析，其接收机型号为LEICA GR50，天线类型为：LEIAR25.R4，采样频率为1HZ。

首先分析三阶多项式平滑电离层观测值的效果，选择平滑窗口60s对2000个历元中所有BDS卫星电离层观测值数据进行平滑，图1给出C02、C19、C30和C45四颗卫星EDI的电离层观测值和电离层平滑值。

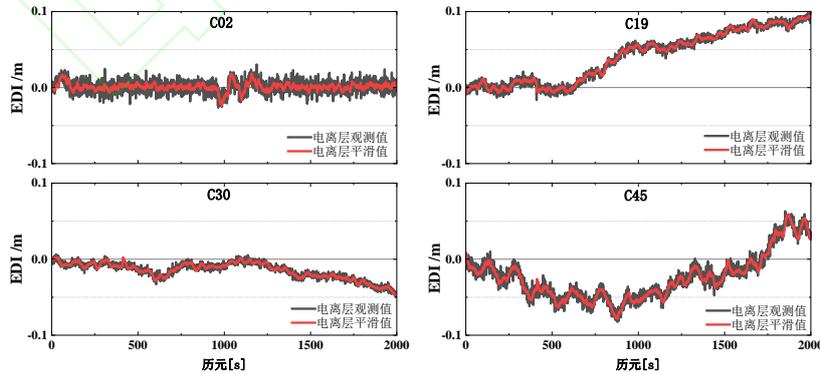


图1 电离层平滑值与计算值比较

Figure. 1 Comparison between ionospheric smoothing value and calculated value

如图1所示，4颗卫星均表现出了较好的平滑效果且电离层观测值中的噪声越大平滑效果越好，如C02卫星，同时也可以很好的反映电离层变化的趋势。表明多项式平滑方法可以有效削弱电离层观测值中的观测值噪声。

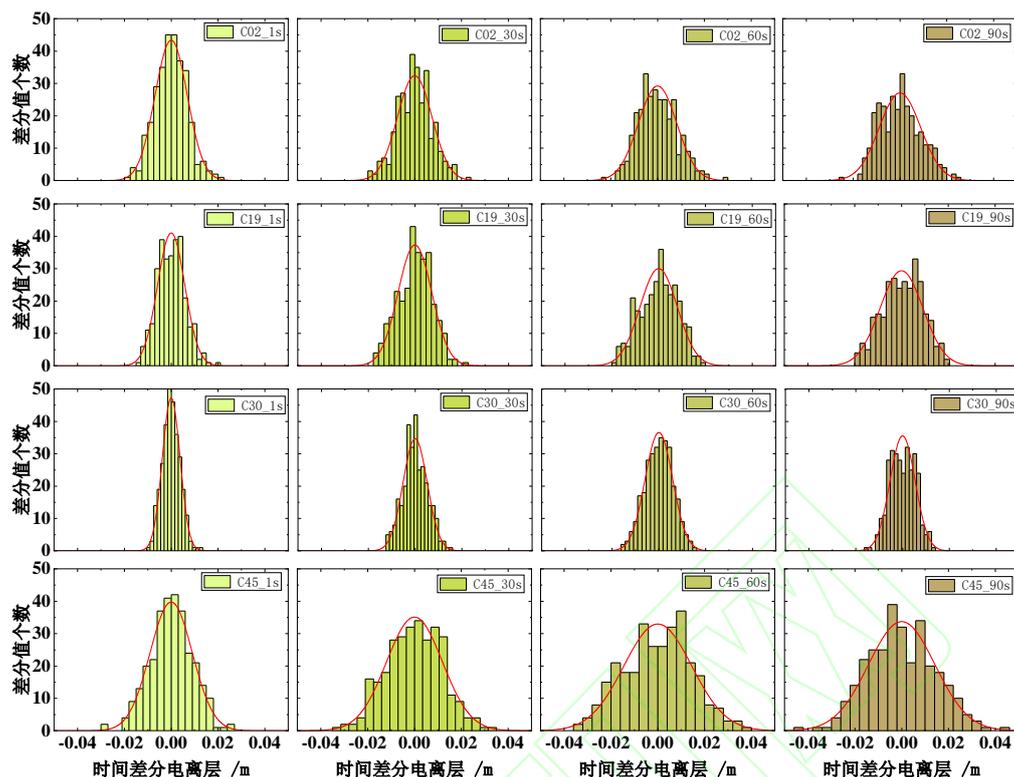


图2 不同差分时间间隔电离层正态分布图

Figure. 2 Normal distribution of ionosphere at different differential time intervals

为分析每颗BDS卫星不同差分时间间隔的EDI的分布情况和离散程度，选取  $n = 300$  的样本，如图2所示，不同差分时间间隔电离层延迟均符合正态分布，随着差分时间间隔的增大，各颗卫星的差分电离层离散程度也越大。从表1中的统计信息也可以看出这种趋势。为此本文中将电离层参数估计为随机游走，通过计算得到的PSD来调整对电离层参数的约束。

表1 不同时间间隔EDI标准差（单位/m）

Table 1 EDI standard deviation after difference at different time intervals (unit: m)

	1s	30s	60s	90s
C02	0.0068	0.0073	0.0081	0.0088
C19	0.0058	0.0072	0.0079	0.0091
C30	0.0037	0.0051	0.0053	0.0054
C45	0.0090	0.0119	0.0141	0.0142

从上文的分析可知，当差分时间间隔不同时，观测值噪声对电离层PSD的影响也不同，为此对不同差分时间间隔下的电离层表现进行研究。从图3（左）中可以看出当时间差分间隔为1s时，四颗卫星的EDI都表现出白噪声的特性，且对时间变化不敏感，表明相位观测值噪声稀释了电离层延迟的影响，当差分间隔增大到60s时，此时相位观测值噪声的影响变得很小，电离层延迟的影响占据主导地位，可以看出各颗卫星的时间差分电离层延迟表现出了随着时间变化的随机游走的趋势。从图3（右）中可以看出，各颗卫星的PSD均表现出了随差分时间间隔的增大而减小，最后趋于稳定的趋势，这是由于差分间隔增大到一定程度时，时间差分电离层观测值中噪声的影响不显著，电离层的变化影响占主导地位，此时得到的PSD表现的时电离层本身的特性，不随差分间隔的改变而发生变化，表现出了稳定性。

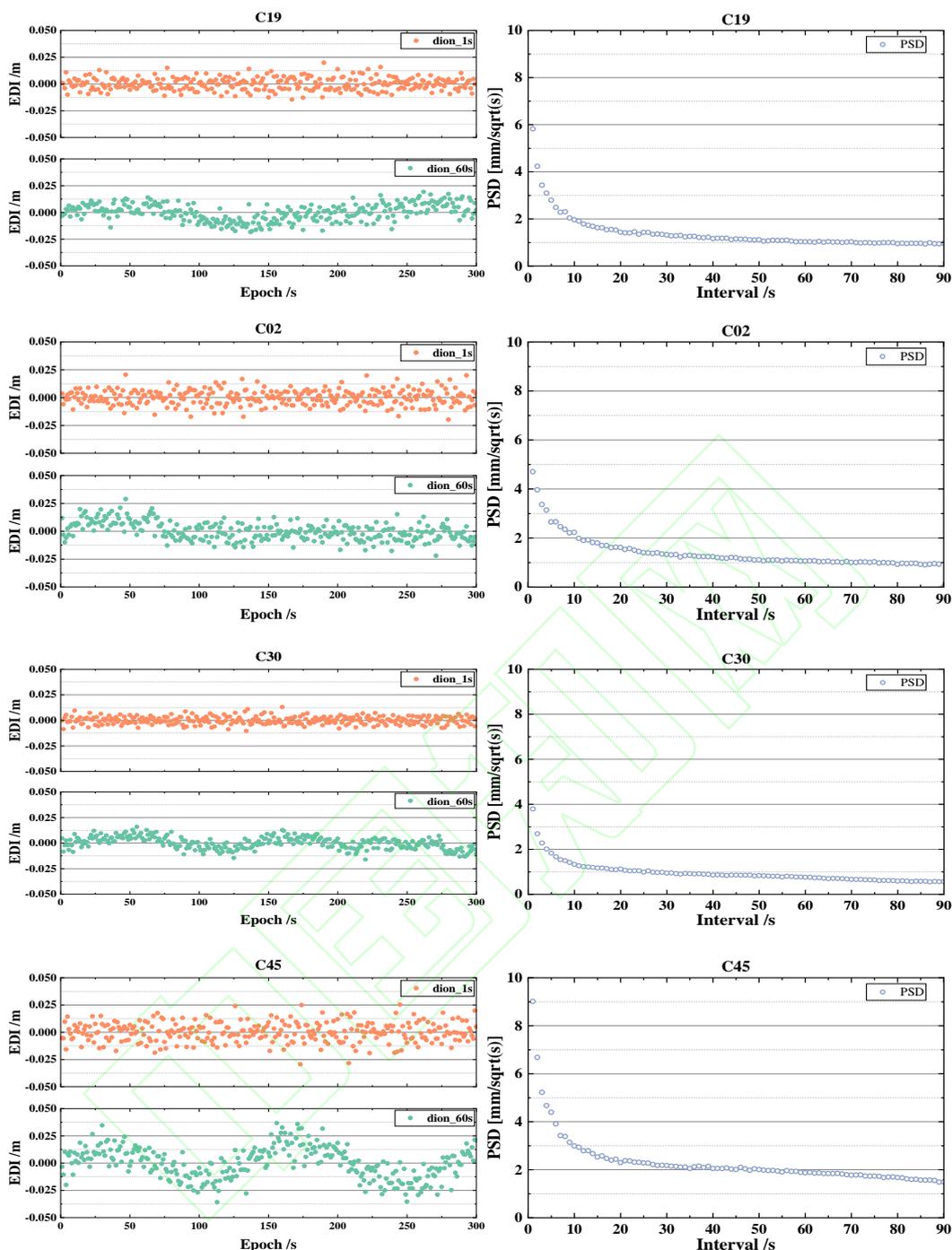


图3 卫星C02、C19、C33和C45（从上到下）在1s和60s的EDI（左）和不同时间差分间隔（右）获得的PSD。

Figure 3 PSD obtained by satellites C02, C19, C33 and C45 (from top to bottom) at 1 s and 60 s EDI (left) and different time difference intervals (right).

#### 4 实验与分析

选取均匀分布的12个MGEX测站，采样频率为1HZ，测站地理分布见表2。选择2022年年积日135-144十天BDS观测数据进行数据处理，为了验证本文提出方法的有效性，对电离层延迟采用A、B、C三种方案进行BDS静态PPP定位性能的对比分析。方案A:使用无电离层组合；方案B:采用经验值PSD:  $10^{-4} m^2 / s$ ；方案C: 使用本文方法实时估计电离层PSD。

参数处理策略和实验方案如表3所示:

表 2 测站经纬度

Table 2 Station longitude and latitude

测站	纬度	经度
abpo	-19.018	47.229
aruc	40.286	44.086
dgar	-7.27	72.37
djig	11.526	42.847
ffmj	50.091	8.665
ganp	49.035	20.323
iisc	13.021	77.57
jfng	30.516	114.491
kiri	1.355	172.923
mbar	-0.601	30.738
pert	-31.802	115.885
vacs	-20.297	57.497

表 3 参数处理策略

Table 3 Parameter Processing Strategy

参数	处理策略
测站坐标	常数估计
接收机钟差	白噪声估计
对流层延迟	湿延迟: 随机游走估计 ( $3 \times 10^{-8} m^2 / s$ ) 方案A: 无电离层组合
电离层延迟	方案B: 随机游走 ( $10^{-4} m^2 / s$ ) 方案C: 随机游走 (估计PSD)
模糊度 (浮点解)	常数估计

其中卫星轨道和卫星钟差改正使用德国地学中心 (GFZ) 提供精密产品改正, 相对论效应、潮汐负荷形变(固体潮、极潮和海潮)、萨奈克效应(Sagna ceffect)等误差已事先通过模型进行改正。测站坐标采用常数估计, 接收机钟差采用白噪声估计, 对流层延迟中干延迟使用Saastamoinen模型改正<sup>[22]</sup>, 湿延迟采用随机游走估计PSD为 ( $3 \times 10^{-8} m^2 / s$ )<sup>[22]</sup>, 模糊度 (浮点解) 采用常数估计。当相位模糊度发生周跳时, 不对周跳进行修复, 重新初始化模糊度参数。利用卡尔曼滤波器逐个历元对未知参数求解, 使用IGGIII抗差模型对数据进行验后质量控制<sup>[23]</sup>。

当坐标的东 (E)、北 (N)、垂向 (U) 3个方向定位偏差均小于0.1m 时, 认为滤波收敛, 选取两小时以后的定位偏差用于统计定位精度。利用箱形图来描述收敛时间和定位精度分布情况, 其中上、下边缘线分别表示最大值和最小值, 矩形盒的上、下两端线分别

表示75%和25%分位数，矩形盒内部线表示中位数，即50%分位数<sup>[23]</sup>。

对12个测站连续10天定位性能进行分析，文中给出测站abpo、aruc、pert和vacs测站在年积日135的静态定位误差曲线图。从图4可以看出，在收敛阶段，各个测站上不同方案均表现出了差别，待滤波解充分收敛后，三种方案在E、N方向上定位误差曲线基本重合，但是在U方向上，方案C相对于方案A、B定位误差有明显减小。可以看出，本文提出的实时估计电离层PSD方法相对于无电离层组合和经验值PSD的方法更具有优势。

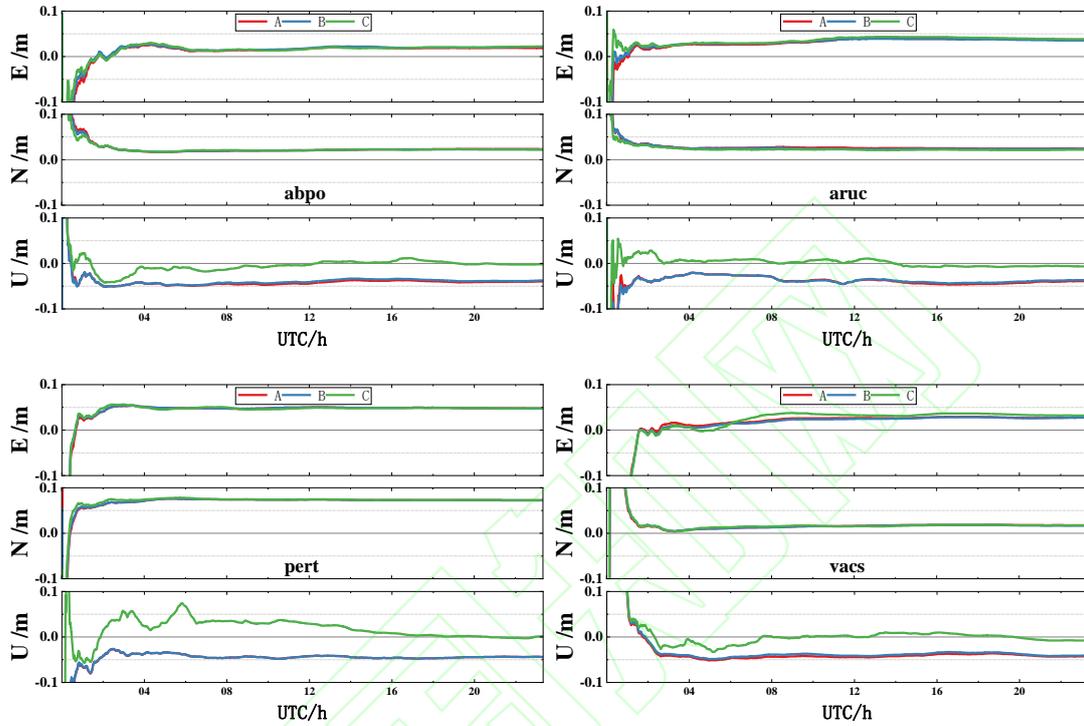


图4 三种方案四个测站误差时间序列（年积日135，2022）

Figure 4 Time series of errors of four stations in three schemes (doy 135 , 2022)

图5给出了所选的12个测站10天三种电离层处理方案的PPP静态定位模式下的E、N、U三个方向上收敛时间分布箱型图。从图5中可以看出，三种方案中E方向收敛时间分布有较高一致性，中位数都在22min左右。N方向上方案A和方案C一致性较高，且中位数值小于方案B。U方向上方案A分布较为均匀但中位数最大，方案C收敛时间中位数有明显降低，方案B次之。

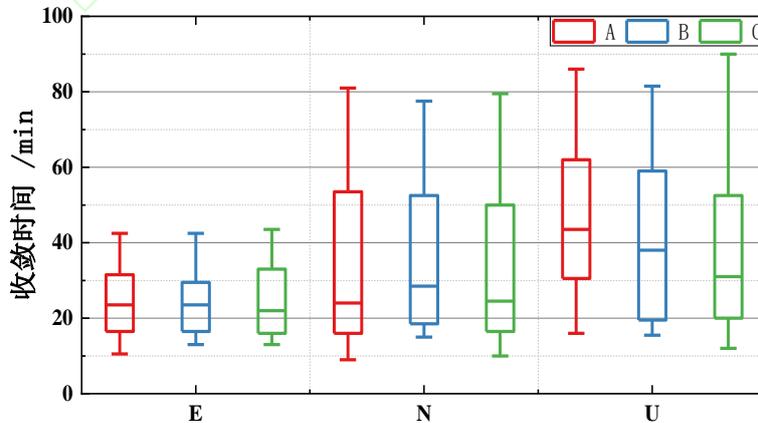


图5 三种方案收敛时间分布图

Fig.5 Convergence Time Distribution of three Schemes

表4 三种方案平均收敛时间表

Table 4 Average convergence schedule of three schemes

	E /min	N /min	U /min
方案A	25.1	36.1	41.6
方案B	25.4	37.8	42.3
方案C	24.9	35.6	38.2

表4列出了所选的12个测站10天两种电离层处理方案的PPP静态定位模式下的三个方向上收敛时间的平均值。从表4可以看出方案C相对于方案A、B收敛时间上三个方向有不同提升，方案C相对于方案A，在E、N方向上收敛时间提升不大，分别提升0.8%和1.3%，但在U方向上提升为8.2%（3min）。方案C相当于方案B，U方向上提升最大为9.7%左右（4min），N方向次之，提升为5.8%左右（2min），E方向提升较小为1.9%左右(0.5min)。

图6给出了所选的12个测站10天三种电离层处理方案的PPP静态定位模式下的E、N、天U三个方向上定位误差分布箱型图。从图6中可以看出，三种方案在E方向上的误差分布具有高度一致性，N方向上方案C的最小值相对前两种方案更小，U方向上方案C误差分布中位数相对前两种方案有明显降低。表5列出了所选的12个测站10天三种电离层处理方案的PPP静态定位模式下定位误差的均方根（RMS）。从表5可得，方案B、C在E、N方向上的定位误差基本一致且略优于方案A，分析原因为无电离层组合观测值噪声较大所引起。方案C相对于方案A在U方向上定位精度提升明显约为28%（0.011m）左右，相对于方案B在U方向上定位精度也提升明显约为28%（0.011m）左右。

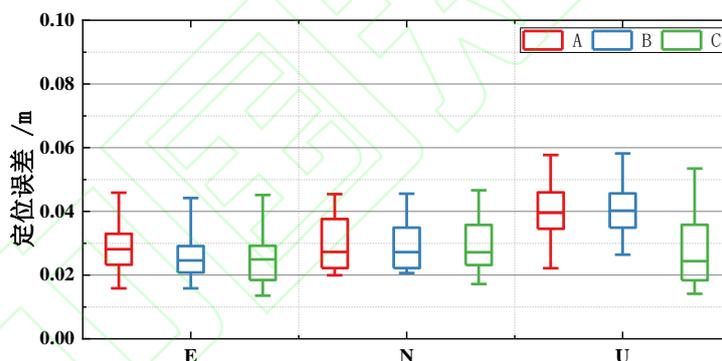


图6 三种模型定位精度分布

Figure 6 Positioning Accuracy Distribution of three Models

表 5 三种方案平均定位RMS精度表

Table 5 Average Positioning RMS Accuracy of Three Schemes

	E /m	N /m	U /m
方案A	0.031	0.031	0.042
方案B	0.027	0.030	0.042
方案C	0.027	0.030	0.029

## 5 结语

(1) 本文推导了BDS PPP中电离层PSD的计算方法，通过对EDI的时间特性分析发现，电离层观测值中不仅包含电离层延迟变化，还包含着观测值噪声，观测值噪声影响电离层PSD的估计。为此文中通过多项式平滑方法来削弱观测值噪声的影响，使用去噪后的EDI求得PSD从而更合理的约束电离层延迟参数。

(2) 通过电离层的不同处理方案的定位结果可以发现, 本文估计电离层延迟PSD相对于两种传统方法, 水平方向收敛时间提升相对较小, 垂直方向上本文方法相较于无电离层组合方法平均提升为8%左右(3min), 相较于使用PSD经验值的方法平均提升9%(4min)。在定位精度上本文方法相对于无电离层组合方法和使用PSD经验值的方法在垂直方向上均提升28%(0.011m)。

(3) 本文方法仅验证了BDS单系统且模糊度为浮点解, 后续会对多系统和模糊度固定解进行研究

## 参考文献

- [1] China Satellite Navigation Office. BeiDou Navigation Satellite System Open Service Performance Standard (Version 3.0) [EB/OL]. (2021-05-26) [2022-11-15]. <http://www.beidou.gov.cn/xt/gfxz/202105/P020210526215541444683.pdf>. (中国卫星导航系统管理办公室.北斗卫星导航系统公开服务性能规范(3.0版)[EB/OL].(2021-05-26)[2022-11-15]. <http://www.beidou.gov.cn/xt/gfxz/202105/P020210526215541444683.pdf>.)
- [2] Dubey S, Wahi R, Gwal A K. Ionospheric Effects on GPS Positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2006, 38(11): 2478-2484.
- [3] Otsuka Y, Shinbori A, Sori T, et al. Depletions Lasting into Daytime During the Recovery Phase of a Geomagnetic Storm in May 2017: Analysis and Simulation of GPS Total Electron Content Observations[J]. *Earth and Planetary Physics*, 2021, 5(05): 427-434.
- [4] Xu Z, Yang N, Xu Y, et al. BDS Precise Point Positioning Ambiguity Resolution with High Rate Data and Its Application to Seismic Displacement and Marine Surveying[J]. *Earth Science Informatics*, 2021, 14(4): 2331-2346.
- [5] Zhang Xiaohong, Liu Gen, Guo Fei, et al. Model Comparison and Performance Analysis of Triple-frequency BDS Precise Point Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2124-2130. (张小红, 柳根, 郭斐, 等. 北斗三频精密单点定位模型比较及定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12): 2124-2130.)
- [6] Yan Zhongbao, Zhang Xiaohong. Partial Ambiguity Resolution Method and Results Analysis for GNSS Uncombined PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(06): 979-989. (闫忠宝, 张小红. GNSS非组合PPP部分模糊度固定方法与结果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(06): 979-989.)
- [7] Shi C, Gu S, Lou Y, et al. An Improved Approach to Model Ionospheric Delays for Single-frequency Precise Point Positioning[J]. *Advances in Space Research*, 2012, 49(12): 1698-1708.
- [8] Wu Guanbin, Chen Junping, Bai Tianyang, et al. Wide-Area Between-Satellite Single-Difference VTEC Ionospheric Model and Its Assessment for Undifferenced and Uncombined PPP[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(6): 928-937. (伍冠滨, 陈俊平, 白天阳, 等. 非差非组合PPP的广域星间单差天顶电离层模型及其验证[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(06): 928-937.)
- [9] Gu Shengfeng, Dai Chunqi, He Chengpeng, et al. Analysis of Semi-tightly Coupled Multi-GNSS PPP-RTK/VIO for Vehicle Navigation in Urban Areas[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(12): 1852-1861. (辜声峰, 戴春齐, 何成鹏, 等. 面向城市车载导航的多系统PPP-RTK/VIO半紧组合算法性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(12): 1852-1861.)
- [10] Song Weiwei, He Chengpeng, Gu Shengfeng. Performance Analysis of Ionospheric Enhanced PPP-RTK in Different Latitudes[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*,

- 2021, 46(12): 1832-1842. (宋伟伟, 何成鹏, 辜声峰. 不同纬度区域电离层增强PPP-RTK性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(12): 1832-1842.)
- [11] Li Z, Yuan Y, Wang N, et al. SHPTS: towards a New Method for Generating Precise Global Ionospheric TEC Map Based on Spherical Harmonic and Generalized Trigonometric Series Functions[J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89: 331-345.
- [12] Wei Shengtao, Li Dehai, Chen Bingzhu, et al. Convergence Analysis of PPP Additional Regional Ionospheric Constraints [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2021, 041(005): 525-529. (魏盛桃, 李得海, 陈秉柱, 等. 附加区域电离层约束的PPP定位收敛性分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2021, 041(005): 525-529.)
- [13] Zhang X, Ren X, Chen J, et al. Investigating GNSS PPP-RTK with External Ionospheric Constraints[J]. *Satellite Navigation*, 2022, 3(1): 1-13.
- [14] Zhao Q, Wang Y T, Gu S, et al. Refining Ionospheric Delay Modeling for Undifferenced and Uncombined GNSS Data Processing[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93: 545-560.
- [15] Tang W, Liu W, Zou X, et al. Improved Ambiguity Resolution for URTK with Dynamic Atmosphere Constraints[J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90: 1359-1369.
- [16] Zou X, Wang Y, Deng C, et al. Instantaneous BDS+GPS Undifferenced NRTK Positioning with Dynamic Atmospheric Constraints[J]. *GPS Solutions*, 2018, 22: 1-11.
- [17] Teunissen P J G, Odijk D, Zhang B. PPP-RTK: Results of CORS Network-based PPP with Integer Ambiguity Resolution[J]. *Journal of Aeronautics, Astronautics and Aviation. Series A*, 2010, 42(4): 223-230.
- [18] Teunissen P J G. The Geometry-free GPS Ambiguity Search Space with a Weighted Ionosphere[J]. *Journal of Geodesy*, 1997, 71(6): 370-383.
- [19] Fu Li, Gao Bing, Liu Mingbo. Discussion on Processing Method of Measurement Colored Noise Data [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2022, 42(04): 56-59+76. (付莉, 高冰, 刘明波. 测量数据中色噪声处理方法探讨[J]. 宇航计测技术, 2022, 42(04): 56-59+76.)
- [20] Zhu H, Li J, Tang L, et al. Improving the Stochastic Model of Ionospheric Delays for BDS Long-Range Real-Time Kinematic Positioning[J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(14): 2739.
- [21] Li B, Qin Y, Liu T. Geometry-based Cycle Slip and Data Gap Repair for Multi-GNSS and Multi-frequency Observations[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(3): 399-417.
- [22] Zhou F, Dong D, Li W, et al. GAMP: An Open-source Software of Multi-GNSS Precise Point Positioning Using Undifferenced and Uncombined Observations[J]. *GPS Solutions*, 2018, 22(2): 1-10.
- [23] Zhou Feng, Xu Tianhe. Modeling and Assessment of GPS/BDS/Galileo Triple-frequency Precise Point Positioning[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2021, 50(01): 61-70. (周锋, 徐天河. GPS/BDS/Galileo三频精密单点定位模型及性能分析[J]. 测绘学报, 2021, 50(01): 61-70.)

网络首发:

标题: 一种BDS非差非组合PPP中电离层功率谱密度估计方法

作者：徐宗秋，张鸿洋，徐彦田，李军，杨南南，石帅

DOI: 10.13203/j.whugis20220752

收稿日期：2023-06-04

**引用格式：**

徐宗秋，张鸿洋，徐彦田，等. 一种BDS非差非组合PPP中电离层功率谱密度估计方法 [J]. 武汉大学学报（信息科学版），2023, DOI: 10.13203/j.whugis20220752 (XU Zongqiu, ZHANG Hongyang, XU Yantian, et al. A Method for Estimating Ionospheric Power Spectral Density in BDS Undifferenced and Uncombined PPP [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, DOI: 10.13203/j. whugis20220752)

**网络首发文章内容和格式与正式出版会有细微差别，请以正式出版文件为准！**

---

**您感兴趣的其他相关论文：**

一种BDS非差非组合PPP中电离层功率谱密度估计方法

伍冠滨, 陈俊平, 白天阳, 伍晓劭, 胡金林

武汉大学学报（信息科学版），2021, 46(6): 928-937

<http://ch.whu.edu.cn/cn/article/doi/10.13203/j.whugis20190319>