

引文格式:高为广,隋叶叶,李敏,等.北斗系统RNSS服务下行导航信号应用模式及使用建议[J].武汉大学学报(信息科学版),2023,48(9):1444-1454.DOI:10.13203/j.whugis20220691

Citation:GAO Weiguang, SUI Yeye, LI Min, et al. Application Mode and Usage Suggestion of BDS Downlink Navigation Signals for RNSS Service[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2023, 48(9):1444-1454. DOI:10.13203/j.whugis20220691



# 北斗系统RNSS服务下行导航信号应用模式及使用建议

高为广<sup>1</sup> 隋叶叶<sup>1</sup> 李敏<sup>2</sup> 胡志刚<sup>2</sup> 宿晨庚<sup>1</sup> 苏牡丹<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 北京跟踪与通信技术研究所,北京,100094

<sup>2</sup> 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,湖北 武汉,430079

**摘要:**北斗系统已向全球用户提供3个频段5个民用信号(B1I、B1C、B2a、B2b、B3I)的导航定位和授时服务,结合北斗系统导航信号特点及北斗系统建设发展规划,采用长期积累的实测数据和动态车载实验数据对北斗下行导航信号进行了测试和评估,提出了多频选择模式下的双频、三频一阶消电离层和三频二阶消电离层的最优多路径组合方法,讨论并给出了用户单频、双频、三频定位模式及使用建议:单频用户优先使用B1C、B2a,双频用户优先使用B1C/B2a组合,三频用户优先使用B1C/B2a/B3I,为用户正确使用北斗下行导航信号提供支撑。

**关键词:**北斗系统;下行导航信号;多路径;伪距单点定位;精密单点定位;应用模式

中图分类号:P228

文献标识码:A

收稿日期:2022-10-24

DOI:10.13203/j.whugis20220691

文章编号:1671-8860(2023)09-1444-11

## Application Mode and Usage Suggestion of BDS Downlink Navigation Signals for RNSS Service

GAO Weiguang<sup>1</sup> SUI Yeye<sup>1</sup> LI Min<sup>2</sup> HU Zhigang<sup>2</sup> SU Chengeng<sup>1</sup> SU Mudan<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China

<sup>2</sup> GNSS Research Center, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract: Objectives:** BeiDou navigation satellite system (BDS) has provided navigation, positioning and time service of five signals (B1I, B1C, B2a, B2b, B3I) in three frequency bands to users all over the world. In combination with the characteristics of BDS signals and BDS construction and development planning, BDS downlink navigation signals have been tested and evaluated using long-term accumulated measured data and dynamic on-board experimental data. **Methods:** The optimal multi-path combination method of dual frequency and triple frequency first order and triple frequency second order ionosphere free in multi frequency selection mode is proposed. **Results and Conclusions:** The user single frequency, dual frequency and triple frequency positioning modes and their use suggestions are discussed and given: Single frequency users give priority to use B1C and B2a, dual frequency users give priority to use B1C/B2a combination, and triple frequency users give priority to use B1C/B2a/B3I, providing support for users to correctly use BeiDou downlink navigation signals.

**Key words:** BeiDou navigation satellite system (BDS); downlink navigation signals; multipath; pseudorange single point positioning (SPP); precise single point positioning (PPP); application mode

卫星下行导航信号是卫星导航系统提供服务的载体,基本功能是实现星地测距和广播电文

**基金项目:**国家自然科学基金(41974041);国防科技卓越青年科学基金(2021-JCJQ-ZQ-015)。

**第一作者:**高为广,博士,副研究员,主要从事北斗系统总体设计及应用研究。gw9821@163.com

**通讯作者:**隋叶叶,硕士生,高工。3919860@qq.com

播发,是决定系统使用性能与用户体验的主要因素。自北斗三号系统开始建设,国内外很多学者对北斗三号系统以及北斗三号与北斗二号联合应用进行了研究。如文献[1]研究表明,相对于北斗二号亚太地区双频精密单点定位,北斗三号的加入可缩短 15%~50% 收敛时间;文献[2]通过亚太地区 4 个全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)测站初步评估了北斗三号系统与北斗二号系统联合应用时的三频定位性能;文献[3]验证了北斗三号系统试验卫星新体制信号的测距性能,指出新体制信号星上伪距偏差已得到显著改善,无明显随天底角变化的系统性偏差;文献[4]对北斗单频、双频及三频组合性能进行了初步分析,认为北斗双频组合中 B1C/B2a 精度优于 B1I/B3I,三频 B1C/B2a/B3I 和 B1I/B2a/B3I 组合较优;文献[5]利用北斗二号 B1I、B2I、B3I 分析了双频和三频 PPP(precise point positioning)定位性能,认为三频无电离层组合相对于双频无电离层组合 PPP 精度可提高 6.3%~36%。上述研究成果在一定条件下验证了北斗系统部分服务性能,但存在系统尚未完成建设、在轨卫星个数或信号个数不足、地面测站数量及采集数据有限等约束。2020-07-31,北斗三号系统向全球用户开通服务,可为用户提供满星座下 3 个频段 5 个民用信号(B1I、B1C、B2a、B2b、B3I)。消费级导航用户对定位精度要求不高,尽管受到电离层延迟误差的影响,使用广播电离层延迟改正模型后,单频用户仍可达到 5~10 m 定位精度<sup>[6]</sup>;在精密单点定位或者长距离载波相对定位情况下,可采用双频定位模式以尽可能消除电离层延迟误差,从而实现厘米至毫米级定位<sup>[7-9]</sup>;采用三频观测数据,可进一步提高载波相位周跳探测能力,增加冗余观测,缩短收敛时间,提升定位精度<sup>[10-13]</sup>。面对可选择的信号较多,用户如何选择,如何合理地应用北斗系统,需要结合北斗下行导航信号特点进行深入研究。

为此,本文结合北斗系统导航信号特点及北斗系统建设发展规划,采用长期积累的实测数据对北斗下行导航信号进行了全面测试,并据此给出了单频、双频及三频模式下的使用策略与建议,可以为用户更好地使用北斗下行导航信号提供支撑。

## 1 导航信号及各频点数据质量

目前,北斗导航卫星系统(BeiDou navigation

satellite system, BDS)系统在轨卫星 45 颗,包括 15 颗北斗二号卫星(5 颗 GEO 卫星、7 颗 IGSO 卫星和 3 颗 MEO 卫星)、30 颗北斗三号卫星(3 颗 GEO 卫星、3 颗 IGSO 卫星和 24 颗 MEO 卫星)。

导航信号方面在 B1、B2、B3 共 3 个频段播发 5 个公开信号,包括 2 个北斗二号现有信号 B1I/B3I 和 3 个新信号 B1C/B2a/B2b<sup>[14]</sup>。北斗系统基本导航定位授时服务(the radio navigation satellite service, RNSS)信号频谱图详见图 1。

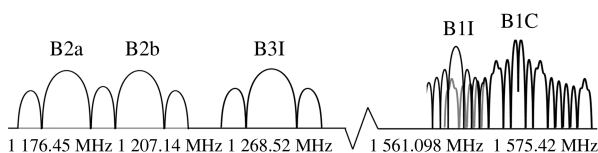


图 1 北斗系统 RNSS 服务下行导航信号频谱

Fig. 1 Downlink Navigation Signal Spectrum of BeiDou RNSS Service

B3 频段为北斗系统独占的导航信号频段, B1、B2 频段为 GNSS 兼容互操作频段,该频段还包含了其他 GNSS 众多导航信号分量。北斗下行导航信号分量参数详见表 1。

表 1 北斗系统 RNSS 下行导航信号分量参数

Tab. 1 Component Parameters of BeiDou System RNSS Downlink Navigation Signal

| 频段 | 信号分量      | 中心频率/MHz | 调制方式            | 信息速率/bps |
|----|-----------|----------|-----------------|----------|
| B1 | B1I       | 1 561.10 | BPSK(2)         | 50       |
|    | B1C_data  | 1 575.42 | BOC(1,1)        | 50       |
|    | B1C_pilot | 1 575.42 | QMBOC(6,1,4/33) | 0        |
| B2 | B2a_data  | 1 176.45 | QPSK(10)        | 100      |
|    | B2a_pilot | 1 176.45 | QPSK(10)        | 0        |
|    | B2b_I     | 1 207.14 | QPSK(10)        | 500      |
|    | B2b_Q     | 1 207.14 | QPSK(10)        | 500      |
| B3 | B3I       | 1 268.52 | QPSK(10)        | 50       |

表 1 中, pilot 为导航支路, data 为电文支路, I 为同相支路(inphase channel), Q 为正交支路(quadrature channel), BPSK 为二相相移键控(binary phase shift keying), BOC 为二进制偏移载波(binary offset carrier), QMBOC 为正交复用二进制偏移载波(quadrature multiplexed binary offset carrier), QPSK 为正交移相键控(quadrature phase shift keying)。

由图 1 和表 1 可知,北斗 RNSS 服务下行导航信号特点为:

1) B1I 信号:采用传统 BPSK(2)调制方式,为

北斗二号现有信号,在北斗三号卫星上继续播发;B1C信号:采用QMBOC调制,可以认为是BOC(1,1)和BOC(6,1)分量组合,对于宽带高性能接收机,可同时接收BOC(1,1)和BOC(6,1)分量,获得更高的测距精度和抗多径性能;对于窄带低成本接收机,可仅接收BOC(1,1)分量,降低接收复杂度。B1C频点主要面向大众消费市场,可实现与GPS L1C、Galileo E1OS信号互操作<sup>[15-16]</sup>。

2)B2a信号:主要面向生命安全领域用户,可实现与GPS L5、Galileo E5a、GLONASS L5频点互操作<sup>[17]</sup>;B2b信号:主要面向高精度领域用户,与Galileo E5b频率信号兼容互操作<sup>[18]</sup>。

3)B3I信号:为北斗二号现有信号,在北斗三号卫星上继续播发,主要作为第三频点信号使用。

4)B1频点在1 575 MHz附近,B2和B3中心频点相近,则B1与B2或B3任一频点的组合应用对于电离层误差影响效果应优于B2和B3组合。

数据质量方面,多路径误差是评估观测环境 and 数据质量的重要指标之一。通常采用伪距和载波组合提取伪距多路径误差。对于北斗三号的5个民用信号(B1I、B3I、B1C、B2a、B2b),假设各信号载波噪声相等,则双频最优多路径组合(载波组合放大倍数最小)为:

$$\begin{cases} M_i = P_i + (m-1)\Phi_{B1C} - m\Phi_{B2a} - B_i \\ m = \frac{\lambda_i^2 + \lambda_{B1C}^2}{\lambda_{B1C}^2 - \lambda_{B2a}^2}, i = B1I, B3I, B1C, B2a, B2b \end{cases} \quad (1)$$

式中, $M_i$ 、 $P_i$ 、 $\lambda_{B1C}$ 、 $\lambda_{B2a}$ 、 $\Phi_{B1C}$ 、 $\Phi_{B2a}$ 分别为*i*个频率上的伪距多路径(m)、伪距观测值(m)、B1C和B2a的波长和转化为距离的载波观测值(m);B包含载波组合模糊度、设备时延和噪声等,在实际应用时,常常取连续观测弧段的均值代替。

当然,使用三频消一阶电离层载波组合也能提取载波多路径,在电离层剧烈变化时,可以考虑三频消二阶电离层载波组合提取多路径。假设各频点噪声水平相当,则最优组合系数如表2所示,限于篇幅推导过程已略。

表2 双频和三频伪距多路径最优组合系数

Tab. 2 Optimal Combination Coefficient of Dual Frequency and Triple Frequency Pseudo Range Multipath

| 组合         | 系数       | $M_{B1I}$ | $M_{B2I/B2b}$ | $M_{B3I}$ | $M_{B1C}$ | $M_{B2a}$ |
|------------|----------|-----------|---------------|-----------|-----------|-----------|
| 双频组合       | $\alpha$ | -3.544 4  | -4.407 7      | -4.205 0  | -3.521 2  | -4.521 2  |
|            | $\beta$  | 2.544 4   | 3.407 7       | 3.205 0   | 2.521 2   | 3.521 2   |
|            | $\sigma$ | 4.363 0   | 5.571 0       | 5.287 0   | 4.331 0   | 5.731 0   |
| 三频消一阶电离层组合 | $\alpha$ | -1.741 0  | -2.162 1      | -2.063 2  | -1.729 7  | -2.217 5  |
|            | $\beta$  | -1.843 9  | -2.295 8      | -2.189 7  | -1.831 7  | -2.355 2  |
|            | $\gamma$ | 2.584 9   | 3.458 0       | 3.252 9   | 2.561 4   | 3.572 7   |
|            | $\sigma$ | 3.621 0   | 4.680 0       | 4.431 0   | 3.593 0   | 4.820 0   |
| 三频消二阶电离层组合 | $\alpha$ | 11.960 1  | -15.705 7     | -1.793 0* | 12.498 9  | -20.347 3 |
|            | $\beta$  | -7.326 8  | 0.559 1       | -7.758 8* | -7.473 9  | 1.913 5   |
|            | $\gamma$ | -5.633 4  | 14.146 6      | 8.551 7*  | -6.025 0  | 17.433 9  |
|            | $\sigma$ | 15.115 0  | 21.144 9      | 11.874 0* | 15.760 0  | 26.863 0  |

其中双频组合多路径公式为:

$$M_i = P_i + \alpha\Phi_{B1C} + \beta\Phi_{B2a} - B_i \quad (2)$$

三频消一阶电离层组合多路径公式为:

$$M_i = P_i + \alpha\Phi_{B1I} + \beta\Phi_{B1C} + \gamma\Phi_{B2a} - B_i \quad (3)$$

三频消二阶电离层组合多路径公式为:

$$M_i = P_i + \alpha\Phi_{B3I} + \beta\Phi_{B1C} + \gamma\Phi_{B2a} - B_i \quad (4)$$

式中, $i=B1I, B2I/B2b, B3I, B1C, B2a$ 。从表2可知,双频组合中B1C和B2a载波组合最优,但载波组合之后其噪声均被放大,且伪距多路径 $M_i$ 对应的频率越低,放大倍数越大,即 $M_{B1C}$ 的载波组合放大倍数为4.331 0,而 $M_{B2a}$ 的放大倍数达到了

5.731 0。三频消一阶电离层最优组合主要由B1I、B1C和B2a构成,与双频组合相比其放大倍数更小,在观测条件允许时,建议使用该三频组合。当进一步考虑消除二阶电离层后,其最优组合均显著放大了噪声, $M_{B2a}$ 达到了26.863 0倍。若载波噪声为0.003 m( $1\sigma$ ),则 $M_{B2a}$ 的载波组合噪声将达到0.081( $1\sigma$ ),不过在电离层活跃期间,其二阶电离层的影响可能远大于组合噪声放大带来的影响,因此在电离层活跃期间建议使用该组合。注意,三频消二阶电离层组合多路径中,B3I的最优组合为:

$$M_{B3I} = P_{B3I} - 1.793\,0\Phi_{B1I} - 7.758\,8\Phi_{B3I} + 8.551\,7\Phi_{B2a} - B_i \quad (5)$$

其载波组合噪声放大倍数为 11.685, 略优于表 2 中的  $M_{B3I}$  次优组合(表 2 中带\*数字)。另外, 限于篇幅, 表中的系数仅取了 4 位小数, 实际使用时需要注意。

本文利用全球连续监测系统(international GNSS monitoring and assessment system, iGMAS)、40 m 大口径高增益定向天线等观测资源(如图 2 所示), 评估了各频点的观测噪声和多路径效应等数据质量。iGMAS 监测站接收机类型分别为 CETC-54-GMR-4016(中国电子科技集团公司第 54 研究所, 测地型)、NONE(国防科技大学, 测地型)、UB4B0(和芯星通科技有限公司, 测地型)。多路径计算方法采用三频消一阶电离层组合公式(3), 其均方根误差(root mean square error, RMSE)统计结果见表 3。



图 2 40 m 高增益天线

Fig. 2 40 m Higt Gain Antenna

表 3 北斗三号各频点观测数据质量 RMSE 统计结果/m

Tab. 3 RMSE Statistical Results of the Observation Data Quality of BDS-3 at Each Frequency Point/m

| 观测模式            | B1I  | B3I  | B1C  | B2a  | B2b  |
|-----------------|------|------|------|------|------|
| 零基线(噪声)         | 0.06 | 0.02 | 0.06 | 0.03 | 0.03 |
| 40 m 大口径天线(多路径) | 0.08 | 0.03 | 0.06 | 0.04 | 0.04 |
| iGMAS 跟踪站(多路径)  | 0.29 | 0.24 | 0.34 | 0.27 | 0.26 |

尽管多路径大小与观测环境和接收机跟踪技术有密切相关, 但基于大量测站统计的多路径评估结果对于分析不同频点之间典型特征仍有参考意义。

从表 3 可知, 通过零基线计算得到的各个频点观测值噪声 RMSE 均在 0.06 m 以下, 其中 B1C

和 B1I 最大, 其他频点之间差异并不明显。进一步采用受地面多路径影响很小的 40 m 大口径定向天线观测数据进行多路径组合分析, 其伪距多路径组合 RMSE 值均小于 0.1 m。

根据参考文献[19-21], 北斗二号的伪距多路径偏差最大可达 1 m, 从而表明, 存在于北斗二号卫星与高度角相关的伪距多路径偏差在北斗三号卫星上得到大大改进。而分布于全球的 iGMAS 跟踪站使用的天线均为高精度测地型扼流圈天线<sup>[22]</sup>, 尽管该天线具有良好的抗多路径设计, 但从实际观测数据评估结果来看, 各个频点均受到了不同程度的多路径影响, 其中, B1I 和 B1C 多路径影响最大, B3I 多路径最小; 同频段的 B2a 和 B2b 多路径影响十分接近。

## 2 应用模式及建议

### 2.1 单频应用模式

#### 2.1.1 单频定位模型

定位、测速和授时是卫星导航系统的基本功能。对精度要求不高的普通大众用户, 往往使用单频伪距单点定位就能满足米级定位要求, 为此本文仅讨论单频伪距单点定位, 函数模型如下<sup>[23]</sup>:

$$P_r^s = \sqrt{(x_r - x^s)^2 + (y_r - y^s)^2 + (z_r - z^s)^2} + c(dt_r - dt^s) + d_{\text{trop}} + d_{\text{ion}} + \epsilon_p \quad (6)$$

式中,  $P_r^s$  为单频伪距观测值(m);  $(x^s, y^s, z^s)$  为卫星坐标(m);  $dt^s$  为卫星钟差(s);  $(x_r, y_r, z_r)$  为接收机坐标(m);  $dt_r$  为接收机钟差(s);  $d_{\text{trop}}$  为对流层延迟(m);  $d_{\text{ion}}$  为电离层延迟(m);  $\epsilon_p$  为伪距观测噪声(m)。对于单频用户, 需要使用 ICD 文件中发布的电离层模型对电离层延迟进行改正。

#### 2.1.2 单频定位性能分析

伪距单点定位精度受到广播轨道、广播钟差、电离层、对流层、多路径等误差的综合影响。为充分评估各频点的定位性能, 本文采用了覆盖全球范围高、中、低纬度区域的 iGMAS、GPS/北斗跟踪网共 21 个站点(图 3)所采集的北斗三号观测数据, 开展 B1I、B3I、B1C、B2a 共 4 种不同信号伪距定位试验验证。

数据时间段为 2020-07—2021-07, 采样率为 30 s, 截止高度角为  $5^\circ$ <sup>[24]</sup>, 各测站精密坐标采用精度为厘米级的精密单点定位技术获得, B1I、B3I 采用 BDS Klobuchar 模型, B1C、B2a 采用精度更

高的BDGIM模型进行电离层延迟修正,对流层延迟修正采用Saastamoinen模型修正。

所有频点的单天解算结果取95%分位数作为统计精度,按月平均所有站点的水平、高程平均定位精度结果如表4所示。

根据实测数据可以看出,北斗三号各频点单频伪距定位均能达到全球水平3 m、高程5 m的精度(95%)。从表5可知,在使用相同电离层改正模型条件下,较高的频率其定位精度越高,即B1I精度优于B3I,B1C优于B2a;而在频率相近时,新体制信号采用了精度更高的BDGIM电离层模型<sup>[15]</sup>,B1C精度略优于B1I,B2a略优于B3I。

2.1.3 单频使用建议

测距精度与信号频率密切相关,信号频率的平方与电离层延迟成反比,频率越高,受到电离

层延迟越小。

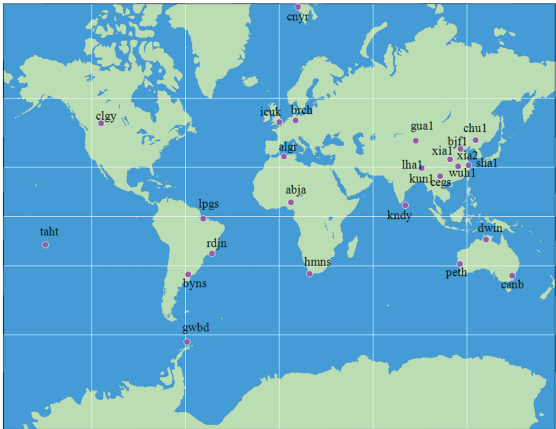


图3 iGMAS/北斗试验网跟踪网

Fig. 3 iGMAS/BeiDou Experimental Network Tracking Network Stations

表4 北斗三号各频点全球范围定位结果(95%)/m

Tab. 4 Global Positioning Results of Each Frequency Point of BDS-3 (95%)/m

| 信号  | 频点 | 2020年 |      |      |      |      |      | 2021年 |      |      |      |      |      |      | 平均   |
|-----|----|-------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
|     |    | 7月    | 8月   | 9月   | 10月  | 11月  | 12月  | 1月    | 2月   | 3月   | 4月   | 5月   | 6月   | 7月   |      |
| B1C | H  | 1.42  | 1.59 | 1.60 | 1.74 | 2.18 | 2.28 | 1.98  | 2.02 | 1.94 | 1.96 | 1.90 | 1.86 | 1.88 | 1.87 |
|     | V  | 2.36  | 2.64 | 2.54 | 2.74 | 3.22 | 3.34 | 1.00  | 3.12 | 2.98 | 2.96 | 2.96 | 2.94 | 2.91 | 2.90 |
| B2a | H  | 1.80  | 2.06 | 2.07 | 2.30 | 2.86 | 2.96 | 2.50  | 2.50 | 2.50 | 2.50 | 2.38 | 2.34 | 2.29 | 2.39 |
|     | V  | 2.82  | 3.28 | 3.51 | 4.06 | 4.16 | 3.90 | 3.72  | 3.78 | 4.02 | 4.28 | 3.92 | 3.56 | 3.40 | 3.72 |
| B1I | H  | 1.49  | 1.66 | 1.75 | 1.96 | 2.22 | 2.22 | 1.96  | 2.00 | 1.90 | 2.16 | 1.88 | 1.78 | 1.79 | 1.91 |
|     | V  | 3.29  | 3.67 | 3.70 | 3.56 | 3.88 | 3.98 | 3.86  | 3.56 | 3.84 | 4.72 | 4.40 | 3.98 | 3.67 | 3.85 |
| B3I | H  | 1.76  | 2.10 | 2.22 | 2.48 | 2.90 | 2.90 | 2.56  | 2.60 | 2.54 | 2.56 | 2.60 | 2.16 | 2.30 | 2.44 |
|     | V  | 4.15  | 4.71 | 5.28 | 4.86 | 5.06 | 5.38 | 5.10  | 4.72 | 5.02 | 5.02 | 4.84 | 4.66 | 4.42 | 4.86 |

根据BDS ICD规定,B1I和B3I采用BDS Klobuchar 8参数电离层模型,B1C、B2a采用精度更高的BDGIM 9参数模型,因此采用B1C和B2a能够获得更高的电离层模型修正精度。此外,新增的导航信号采用了先进的调制方式、信道编码、多路复用方式,增加了导频信号,降低了电文速率,优化了导航电文结构,提高系统定位精度和弱信号接收能力的同时,增强了抗干扰和抗多径性能<sup>[14,25-26]</sup>。

进一步结合全球范围大量实测结果,建议北斗三号单频用户下行导航信号的使用顺序为B1C、B1I、B2a、B3I,同时鉴于B1C、B2a信号性能更优、互操作更好,建议优先使用。

2.2 双频应用模式

双频观测数据的最大优势是可以通过频率线性组合消去观测值中的电离层误差。理论上,两个不同频点的信号都能组成无电离层组合观测数据,北斗三号双频无电离层组合存在B1I/

B3I、B1I/B1C、B1I/B2a、B1C/B3I、B1C/B2a、B2a/B3I等多种方式。

2.2.1 双频组合定位模型及优化选取

基于双频无电离层组合观测值的北斗双频定位函数模型如下:

$$\left\{ \begin{aligned} P_{IF} &= \sqrt{(x_r - x^s)^2 + (y_r - y^s)^2 + (z_r - z^s)^2} + c(dt_r - dt^s) + d_{trop} + \epsilon_{P_{IF}} \\ L_{IF} &= \sqrt{(x_r - x^s)^2 + (y_r - y^s)^2 + (z_r - z^s)^2} + c(dt_r - dt^s) + d_{trop} - \lambda_{IF} N_{IF} + \epsilon_{L_{IF}} \end{aligned} \right. \quad (7)$$

式(7)组合观测方程中,若仅使用伪距,则为双频伪距定位模型;若使用相位,则为双频精密单点定位函数模型。式中, $P_{IF}$ 、 $L_{IF}$ 为北斗双频无电离层组合伪距、相位观测值; $N_{IF}$ 、 $\lambda_{IF}$ 分别为无电离层组合模糊度和相位波长。则 $P_{IF}$ 、 $L_{IF}$ 、 $N_{IF}$ 的数学表达式如下<sup>[23]</sup>:

$$\begin{cases} P_{\text{IF}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} P_1 + \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} P_2 \\ L_{\text{IF}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} L_1 + \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} L_2 \\ \lambda_{\text{IF}} N_{\text{IF}} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 N_1 + \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 N_2 \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $f$  为对应频率, 下标 1、2 分别表示用于无电离层组合的第一、第二频率。为简化推导过程, 假设北斗各频点的伪距噪声、相位噪声一致且频点间观测量互不相关, 根据误差传播率, 双频无电离层组合观测值验前方差表达式  $\sigma_{P_{\text{IF}}}^2$ 、 $\sigma_{L_{\text{IF}}}^2$  如下:

$$\begin{cases} \sigma_{P_{\text{IF}}}^2 = \left( \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \sigma_{P_1} \right)^2 + \left( \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \sigma_{P_2} \right)^2 \\ \sigma_{L_{\text{IF}}}^2 = \left( \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \sigma_{L_1} \right)^2 + \left( \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \sigma_{L_2} \right)^2 \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $\sigma_{P_1}$ 、 $\sigma_{P_2}$  分别为伪距和相位观测值噪声。

根据式(9)可得北斗双频无电离层组合观测值噪声放大倍数如表 5 所示。

从理论上分析, 参与组合的两个信号频率差别越大, 则噪声放大系数越小。如表 5 所示, 使用 B1C/B2a 无电离层组合观测值噪声放大倍数最小。B2a 和 B3I 组合、B1I 和 B1C 组合由于频率较接近, 导致无电离层组合观测值噪声放大倍数分

别达到 9.4 和 77.4 倍, 不建议使用。从无电离层组合观测值噪声放大倍数看, 建议使用的双频组合顺序依次为 B1C/B2a、B1I/B2a、B1C/B3I 和 B1I/B3I。

表 5 北斗双频无电离层组合观测值噪声

Tab. 5 BeiDou Dual Frequency Iono-Free Combination Observation Noise

| 频率组合    | 第一频率/MHz  | 第二频率/MHz  | 放大倍数 |
|---------|-----------|-----------|------|
| B1I/B3I | 1 561.098 | 1 268.520 | 3.5  |
| B1I/B2a | 1 561.098 | 1 176.450 | 2.7  |
| B1C/B3I | 1 575.420 | 1 268.520 | 3.4  |
| B1C/B2a | 1 575.420 | 1 176.450 | 2.6  |
| B2a/B3I | 1 176.450 | 1 268.520 | 9.4  |
| B1I/B1C | 1 561.098 | 1 575.420 | 77.4 |

## 2.2.2 双频定位性能分析

本文首先验证分析了双频静态伪距单点定位(pseudo-range single-point positioning, SPP)定位性能。与前文单频定位数据源相同, 利用 iG-MAS 全球观测站、GPS/北斗跟踪网采集的北斗三号观测数据, 开展 B1I/B3I、B1I/B2a、B1C/B3I、B1C/B2a 4 种不同双频组合模式下的定位测试。在 4 种双频组合模式下, 基于不同站点, 计算全球的水平、高程平均定位精度结果, 双频伪距实测结果详见表 6。

表 6 北斗双频全球范围 SPP 定位结果(95%)/m

Tab. 6 BeiDou Dual Frequency Global SPP Positioning Results (95%)/m

| 信号      | 频点 | 2020年 |      |      |      |      |      | 2021年 |      |      |      |      |      |      | 平均   |
|---------|----|-------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |    | 7月    | 8月   | 9月   | 10月  | 11月  | 12月  | 1月    | 2月   | 3月   | 4月   | 5月   | 6月   | 7月   |      |
| B1I/B3I | H  | 2.96  | 2.9  | 2.97 | 3.02 | 3.04 | 3.00 | 3.02  | 2.90 | 2.76 | 3.12 | 2.82 | 2.82 | 2.83 | 2.94 |
|         | V  | 4.74  | 4.82 | 4.98 | 5.08 | 4.98 | 4.96 | 5.10  | 4.94 | 4.70 | 5.00 | 4.66 | 4.70 | 4.63 | 4.87 |
| B1I/B2a | H  | 2.43  | 2.26 | 2.26 | 2.44 | 2.52 | 2.54 | 2.56  | 2.37 | 2.56 | 2.72 | 2.72 | 2.43 | 2.54 | 2.49 |
|         | V  | 3.61  | 3.29 | 3.44 | 3.48 | 3.75 | 3.53 | 3.70  | 3.50 | 3.63 | 4.57 | 4.04 | 3.75 | 3.55 | 3.68 |
| B1C/B3I | H  | 3.42  | 3.80 | 3.46 | 3.60 | 3.31 | 3.24 | 3.48  | 3.20 | 3.39 | 3.52 | 3.39 | 3.35 | 3.43 | 3.43 |
|         | V  | 4.64  | 4.63 | 4.87 | 4.97 | 4.60 | 4.69 | 4.53  | 4.64 | 4.54 | 4.81 | 4.68 | 4.75 | 4.83 | 4.71 |
| B1C/B2a | H  | 1.99  | 2.18 | 2.17 | 2.18 | 2.40 | 2.52 | 2.40  | 2.42 | 2.30 | 2.36 | 2.30 | 2.26 | 2.31 | 2.29 |
|         | V  | 3.61  | 4.05 | 4.02 | 3.9  | 4.22 | 4.46 | 4.16  | 4.32 | 4.00 | 4.06 | 4.14 | 4.12 | 4.16 | 4.09 |

从表 6 可以看出, 4 种不同频率组合模式下, 定位精度基本相当。其中, 基于双频伪距进行单点定位, B1C/B2a 组合定位精度优于 B1I/B3I, B1C/B2a 与 B1I/B2a 相当, 略优于 B1C/B3I、B1I/B3I 组合。与单频结果相比较(见表 4), 双频无电离层组合并没有明显优于单频定位精度, 部分时段或者部分测站(限于篇幅, 文中未给出)双频定位精度优于单频或者处于两个单频之间, 而另一部分结果甚至比组合之前的单频差。可能

的原因是不同测站受到不同程度多路径的影响, 同一个测站单个频点的多路径特性也不一样, 导致在组合时多路径误差和噪声被放大(放大倍数见表 5), 从而导致部分测站中双频组合未被模型化的误差仍然比经电离层模型修正后的单频大, 此情况下的双频定位精度可能比单频低<sup>[27-28]</sup>。

为考察北斗三号动态定位性能, 本文开展了动态车载实验。从湖北武汉市出发, 途径鄂州市、黄石市、浠水县, 最终到达麻城市, 该路线选

择省道和县道,是典型的动态用户使用场景之一。实验过程中,车速涵盖0~100 km/h,用户终端采用支持北斗B1I/B3I/B1C/B2a频点的KPL-B500商用接收机,动态位置的参考坐标采用和芯星通UB4B0结合武汉大学北斗实验跟踪网(BETS)差分数据的实时动态测量(real-time kinematic, RTK)固定解结果(占总历元数的99.391%),见图4。

动态定位解算策略与本文单、双频定位策略相同,采样率为1 s;在分析动态定位精度时,仅统计同一历元有RTK固定解的厘米级定位结果进行统计(舍弃比例不大于0.61%)。图5显示了B1I+B3I无电离层组合在北(N)/东(E)/高程(U)方向的定位误差时间序列以及对应的卫星数、位置精度因子(position dilution of precision, PDOP)和车速信息。图5(a)表明,用户接收机的卫星数在4~12颗星范围内波动,这是因为实验车在省道和县道行进过程中,偶尔经过高架桥、树荫、大型广告牌等恶劣环境导致部分接收信号

遮挡或者干扰。尽管部分历元因PDOP值较大导致定位出现了较大偏差,但整体来说(见图5(b)),其东、北和高程方向定位精度分别达到了1.95 m(95%)、1.81 m(95%)和5.06 m(95%)。



图4 动态车载实验路线

Fig. 4 Test Route of Dynamic Vehicle

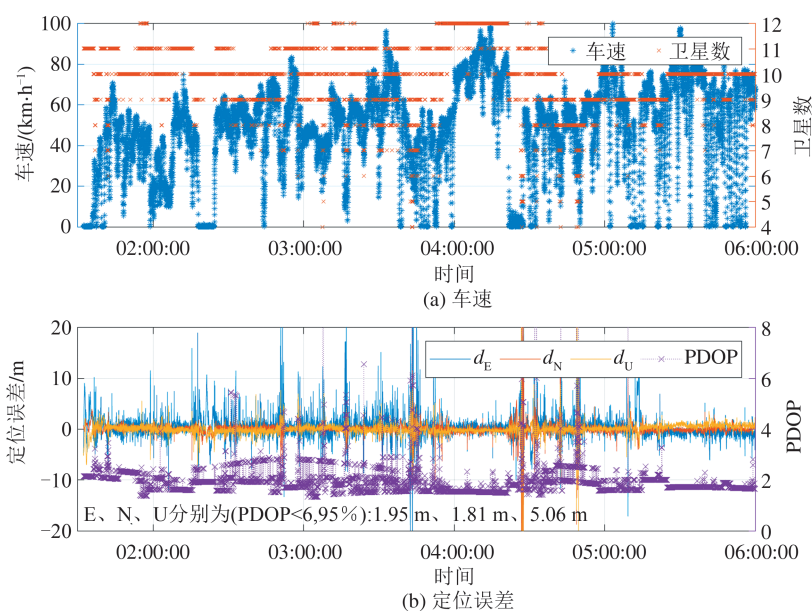


图5 B1I/B3I定位误差时间序列

Fig. 5 B1I/B3I Positioning Error Time Series

图6显示了定位误差与机动速度之间的关系,并以5 km/s增量分段统计了各个速度段内的定位历元数与总历元数的占比。由图5表明,本次实验机动速度涵盖了0~100 km/s的速度范围,并且由于选取了省道和县道路线,其定位历元数较多的速度段主要集中在40~65 km/s(占51.91%)。

总的来说,定位误差与机动速度并没有明显的相关规律,但需要指出的是,本次实验中,在速

度0~5 km/s范围内由于低速情况下道路环境较差,卫星数跳变比较明显,其定位误差偏差较大;但在70~100 km/s范围内的定位精度反而更高,观测卫星明显增多(如图5所示),反映出该速度段可能具有较好的路况和观测条件。

本文利用以上类似的解算策略,进一步统计了各频点定位精度,如表7所示。表7表明,就单频动态定位而言B1C优于B1I,B2a优于B3I,双频B1C/B2a略优于B1I/B3I。

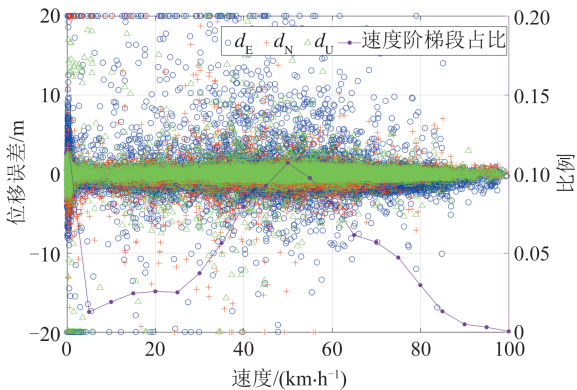


图6 定位误差与速度的关系

Fig. 6 Relationship Between Positioning Error and Speed

表 7 北斗三号各频点动态定位精度(95%)/m

Tab. 7 Kinematic Positioning Accuracy of Each Frequency Point of BDS-3 (95%)/m

| 信号      | 频率   |      |
|---------|------|------|
|         | H    | V    |
| B1I     | 3.31 | 5.47 |
| B3I     | 4.71 | 7.60 |
| B1C     | 3.21 | 4.64 |
| B2a     | 4.33 | 6.38 |
| B1I/B3I | 2.66 | 5.06 |
| B1C/B2a | 2.59 | 4.46 |

对于高精度定位,本文采用GPS双频精密单点定位模糊度固定(precision point positioning-ambiguity resolution, PPP-AR)<sup>[29-30]</sup>技术计算的多天静态解的均值作为位置参考来评价不同双频组合定位精度和收敛时间等性能。北斗/GPS精密轨道和精密钟差产品采用IGS(international GNSS service)武汉大学分析中心提供的最终精密产品。图7、图8分别为双频组合静态、动态PPP结果。

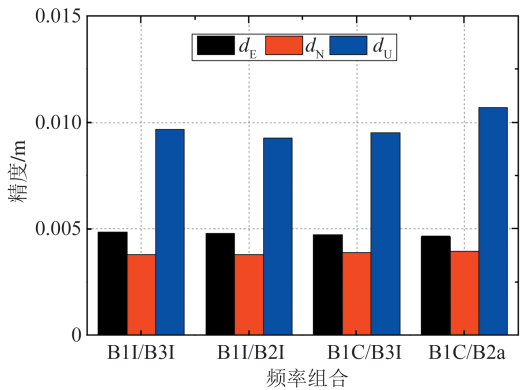


图7 双频组合静态PPP精度

Fig. 7 Precision of Dual Frequency Combination Static PPP

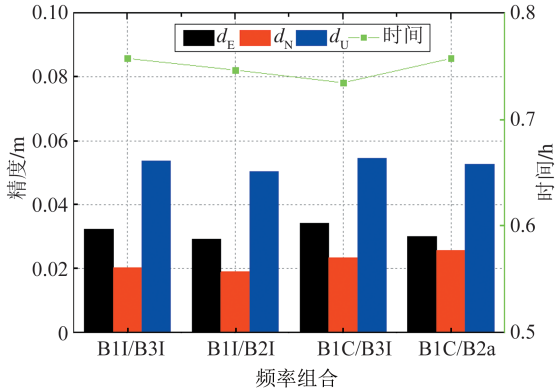


图8 双频组合动态PPP精度及收敛时间

Fig. 8 Precision and Convergence Time of Dual Frequency Combination Dynamic PPP

由图7可以看出,北斗三号静态模式单天解重复精度能达到1 cm;4种不同频率组合模式下,定位精度基本相当。图8显示了相同观测条件下各组合的动态定位精度,平均平面优于3 cm,高程优于6 cm,双频组合B1C/B2a、B1I/B2a略优于其他组合。从PPP的收敛时间来看,收敛时间平均为45 min,各种组合的差异非常小(最大不超过2 min)。

2.2.3 双频使用建议

实际计算结果表明:双频伪距定位情况下,B1C/B2a组合定位精度优于B1I/B3I,建议双频用户优先使用B1C/B2a组合;双频静态精密单点定位情况下,B1I/B2a、B1I/B3I、B1C/B2a、B1C/B3I 4种频率组合定位精度差异小于3 mm,均可达到1 cm级精度,理论上均可使用;双频动态精密单点定位情况下,综合考虑定位精度和收敛时间,在动态PPP中可优先使用B1I/B2a组合。

北斗二号系统将于2024-12逐渐退出服务,在此前,用户在北斗二号、北斗三号系统联合使用时,由于北斗二号卫星无B1C和B2a信号,用户可以优先使用共有频点B1I/B3I双频组合,通过增加观测卫星数,进一步提高定位精度和可用性。从2025年起,双频组合采用B1C/B2a。

2.3 三频应用模式

2.3.1 三频组合定位模型及优化选取

北斗系统主要考察B1C/B2a/B3I、B1I/B2a/B3I两种三频组合模式。与双频无电离层组合类似,可根据几何距离不变、无电离层影响以及噪声最小3个原则来构造一个三频无电离层线性组合模型<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 \\ L = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \frac{\alpha_1}{f_1^2} + \frac{\alpha_2}{f_2^2} + \frac{\alpha_3}{f_3^2} = 0 \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = \min \end{cases} \quad (11)$$

根据式(10)和式(11),计算得出不同频率组合时,三频观测组合系数分别如下:

B1C/B2a/B3I 组合:  $\alpha_1=2.290\ 270\ 07$ ,  $\alpha_2=-1.196\ 463\ 42$ ,  $\alpha_3=-0.093\ 806\ 65$ ;

B1I/B2a/B3I 组合:  $\alpha_1=2.343\ 297\ 281$ ,  $\alpha_2=-1.253\ 989\ 43$ ,  $\alpha_3=-0.089\ 307\ 851$ 。

假设北斗各频点的伪距噪声、相位噪声一致,且各个频点相互独立,根据误差传播率,三频无电离层组合观测值验前方差表达式  $\sigma_{P_{IF,3}}^2$ 、 $\sigma_{L_{IF,3}}^2$  如下:

$$\begin{cases} \sigma_{P_{IF,3}}^2 = (\alpha_1 \sigma_{P_1})^2 + (\alpha_2 \sigma_{P_2})^2 + (\alpha_3 \sigma_{P_3})^2 \\ \sigma_{L_{IF,3}}^2 = (\alpha_1 \sigma_{L_1})^2 + (\alpha_2 \sigma_{L_2})^2 + (\alpha_3 \sigma_{L_3})^2 \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\sigma_P$ 、 $\sigma_L$  分别为伪距和相位观测值噪声。

根据式(12),北斗三频无电离层组合观测值噪声放大倍数如表8所示。

表8 北斗三频无电离层组合观测值噪声  
Tab. 8 BDS-3 Triple Frequency Iono-Free Combination Observation Noise

| 频率组合        | 第一频率/<br>MHz | 第二频率/<br>MHz | 第三频率/<br>MHz | 放大<br>倍数 |
|-------------|--------------|--------------|--------------|----------|
| B1C/B2a/B3I | 1 575.420    | 1 176.450    | 1 268.520    | 2.6      |
| B1I/B2a/B3I | 1 561.098    | 1 176.450    | 1 268.520    | 2.7      |

由表8可以看出,在使用B1C/B2a/B3I、B1I/B2a/B3I三频无电离层组合观测值的情况下,相比原始的观测值噪声,组合观测值的噪声分别扩大了2.6倍、2.7倍,这与双频无电离层组合最小噪声放大倍数一致。

### 2.3.2 三频定位性能分析

数据来源与本文双频精密单点定位相同。在两种三频组合模式下,计算的三频静态、动态精密单点定位结果分别见图9、图10。

由实测结果可知,两种不同频率组合模式下,定位精度基本一致,平面和高程静态定位精度均优于1.5 cm。收敛时间上,两者收敛时间平均为36 min,相差不到1 min。与双频精密单点定位性能相比,三频精度与双频基本一致,但在收敛时间上三频定位更占优势。本例中,三频收敛时间比双频快9 min。

三频使用建议如下:两种组合的定位精度差异小于1 cm,B1C/B2a/B3I略好;收敛时间差异小于1 min,B1I/B2a/B3I略好。综合来看,两种

组合均可使用。

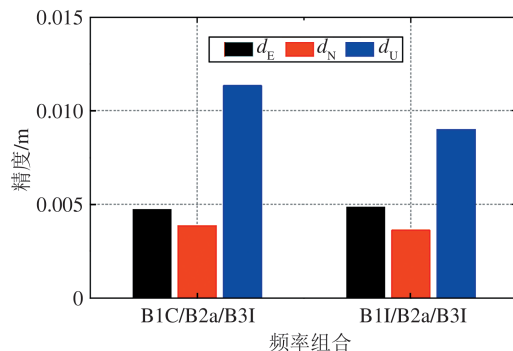


图9 三频组合静态PPP精度

Fig. 9 Precision of Triple Frequency Combination Static PPP

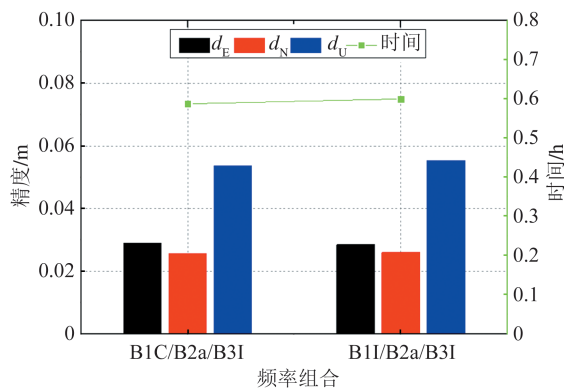


图10 三频组合动态PPP精度及收敛时间

Fig. 10 Precision and Convergence Time of Triple Frequency Combination Dynamic PPP

## 3 结 语

本文基于长期积累的实测数据测试评估了北斗系统5个下行导航信号单频、双频和三频服务及组合性能,同时结合北斗系统建设发展规划,得出如下结论:

1)结合北斗系统提供的多达5个信号,提出了多频选择模式下的双频、三频一阶消电离层和三频二阶消电离层的最优多路径组合方法,建议采用B1C和B2a载波组合提取多路径误差,三频采用B1I、B1C和B2a载波组合提取多路径误差,在电离层活跃时,建议采用B3I、B1C和B2a载波三频二阶消电离层组合。

2)北斗三号系统各频点伪距定位均能达到全球水平3 m、高程5 m的精度(95%);基本导航服务单频优先使用的频率为B1C、B1I、B2a、B3I。

3)双频组合伪距定位精度与单频定位基本一致,其中双频组合B1C/B2a定位精度略好于其他频点组合;双频组合精密单点定位单天重复精

度达到1 cm,不同频点组合噪声基本一致,使用B1C/B2a与B1I/B2a、B1C/B3I、B1I/B3I组合均能达到较好的定位精度;北斗三号和北斗二号联合时建议采用B1I/B3I组合定位。

4)三频消电离层组合精密单点定位的收敛时间在一定程度上优于双频,建议高精度定位优先考虑B1C/B2a/B3I三频组合。

考虑北斗二号系统将于2024-12逐渐退出服务,北斗三号系统B1C、B2a新信号具有更好的测距性能和兼容性,建议单频用户优先使用B1C、B2a,双频用户优先使用B1C/B2a组合,三频用户优先使用B1C/B2a/B3I。

### 参 考 文 献

- [1] Shi J B, Ouyang C H, Huang Y S, et al. Assessment of BDS-3 Global Positioning Service: Ephemeris, SPP, PPP, RTK, and New Signal[J]. *GPS Solutions*, 2020, 24(3): 81.
- [2] Zhang W, Yang H, He C, et al. Initial Performance Evaluation of Precise Point Positioning with Triple-Frequency Observations from BDS-2 and BDS-3 Satellites[J]. *Journal of Navigation*, 2020, 73(4): 763-775.
- [3] Yang Y, Xu Y, Li J, et al. Progress and Performance Evaluation of BeiDou Global Navigation Satellite System: Data Analysis Based on BDS-3 Demonstration System [J]. *Science China Earth Sciences*, 2018, 61(5): 614-624.
- [4] Liu Mingliang, An Jiachun, Wang Zemin, et al. Performance Analysis of BDS-3 Multi-frequency Pseudorange Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(6): 902-910. (刘明亮, 安家春, 王泽民, 等. BDS-3多频伪距定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(6): 902-910.)
- [5] Zhu Shaolin, Yue Dongjie, He Lina, et al. BDS-2/BDS-3 Joint Triple-Frequency Precise Point Positioning Models and Bias Characteristic Analysis[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, DOI: 10.13203/j. whugis20210273. (朱少林, 岳东杰, 何丽娜, 等. BDS-2/BDS-3融合三频精密单点定位模型及偏差特性分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, DOI: 10.13203/j. whugis20210273.)
- [6] Wang G, Yin Z, Hu Z, et al. Analysis of the BDG-IM Performance in BDS Single Point Positioning [J]. *Remote Sensing*, 2021, 13(19): 3888.
- [7] Chen Yibiao, Bei Jinzhong, Gu Shouzhou, et al. BDS-3+GPS Precise Point Positioning Modeling and Performance Analysis[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2022(6): 12-17. (陈一彪, 秘金钟, 谷守周, 等. BDS-3+GPS精密单点定位模型及性能分析[J]. 测绘通报, 2022(6): 12-17.)
- [8] Zhao Lidu, Xiang Zhongfu, Zhou Yin, et al. Analysis on the Positioning Performance of BDS-3 Medium and Long Baselines[J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2020, 37(6): 556-561. (赵立都, 向中富, 周银, 等. 北斗三号中长基线定位性能分析[J]. 测绘科学技术学报, 2020, 37(6): 556-561.)
- [9] Liu Shengfeng, Yang Wenlong, Gu Tao. Accuracy Analysis of BDS-3 Dual Frequency Combination Precision Point Positioning [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2021(3): 7-11. (刘生锋, 杨文龙, 谷涛. BDS-3双频组合精密单点定位精度分析[J]. 测绘通报, 2021(3): 7-11.)
- [10] Zhang Xiaohong, Liu Gen, Guo Fei, et al. Model Comparison and Performance Analysis of Triple-Frequency BDS Precise Point Positioning[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(12): 2124-2130. (张小红, 柳根, 郭斐, 等. 北斗三频精密单点定位模型比较及定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(12): 2124-2130.)
- [11] Peng Li, Wang Ling, Huang Wende, et al. Positioning Performance Comparison and Analysis on BDS Dual-and Triple Frequency Static Precise Point Positioning [J]. *GNSS World of China*, 2017, 42(1): 53-58. (彭利, 王玲, 黄文德, 等. 北斗双频/三频静态精密单点定位性能比较与分析[J]. 全球定位系统, 2017, 42(1): 53-58.)
- [12] Zhao Q, Sun B, Dai Z, et al. Real-Time Detection and Repair of Cycle Slips in Triple-Frequency GNSS Measurements[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(3): 381-391.
- [13] Zhao Q, Dai Z, Hu Z, et al. Three-Carrier Ambiguity Resolution Using the Modified TCAR Method[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(4): 589-599.
- [14] Lu M, Li W, Yao Z, et al. Overview of BDS III New Signals [J]. *Navigation*, 2019, 66(1): 19-35.
- [15] CSNO. BeiDou Navigation Satellite System Signal in Space Interface Control Document Open Service Signal B1C (Version 1.0) [Z]//Office China Satellite Navigation Office, Beijing, China, 2017.
- [16] Yao Zheng, Lu Mingquan. Optimized Modulation for Compass B1-C Signal with Multiple Processing Modes [C]//The 24th International Technical

- Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Portland, USA, 2011.
- [17] CSNO. BeiDou Navigation Satellite System Signal in Space Interface Control Document Open Service Signal B2a (Version 1.0) [Z]//Office China Satellite Navigation Office, Beijing, China, 2017.
- [18] CSNO. BeiDou Navigation Satellite System Signal in Space Interface Control Document Open Service Signal B2b (Version 1.0) [Z]//Office China Satellite Navigation Office, Beijing, China, 2020.
- [19] Zhou Renyu, Hu Zhigang, Cai Hongliang, et al. Analysis of Pseudorange and Carrier Ranging Deviation of BDS-3 Using Para-Bolic Directional Antenna [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(9): 1298-1308. (周仁宇, 胡志刚, 蔡洪亮, 等. 使用抛物面定向天线分析北斗三号星上伪距和载波测距偏差[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(9): 1298-1308.)
- [20] Zhou R, Hu Z, Zhao Q, et al. Elevation-Dependent Pseudorange Variation Characteristics Analysis for the New-Generation BeiDou Satellite Navigation System[J]. *GPS Solutions*, 2018, 22(3): 60.
- [21] Wanninger L, Beer S. BeiDou Satellite-Induced Code Pseudorange Variations: Diagnosis and Therapy[J]. *GPS Solutions*, 2015, 19(4): 639-648.
- [22] Hu Z, Cai H, Jiao W, et al. Preliminary Results of iGMAS BDS/GNSS Absolute Antenna Phase Center Field Calibration[M]//Lecture Notes in Electrical Engineering. Singapore: Springer, 2022.
- [23] Xu G. GPS Theory, Algorithms, and Applications [M]. 2nd ed. Berlin, Germany: Springer, 2007.
- [24] CSNO. BeiDou Navigation Satellite System Open Service Performance Standard (Version 3.0): GB/T 39473—2020 [S]. Beijing: China Zhijian Publishing House, 2021. (中国卫星导航系统管理办公室. 北斗卫星导航系统公开服务性能规范(3.0版): GB/T 39473—2020[S]. 北京: 中国标准出版社, 2021.)
- [25] Lu Mingquan, Yao Zheng, Cui Xiaowei, et al. Modulation Multiplexing and Actual Receiving Performance of BeiDou-3 B1 Frequency Satellite Navigation Signal [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2021, 51(1): 36-47. (陆明泉, 姚铮, 崔晓伟, 等. 北斗三号B1频点卫星导航信号的调制复用及实际接收性能[J]. 中国科学(物理学 力学 天文学), 2021, 51(1): 36-47.)
- [26] Tan Shusen, Zhou Bing, Guo Shengtao, et al. Studies of Compass Navigation Signals Design [J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica)*, 2010, 40(5): 514-519. (谭述森, 周兵, 郭盛桃, 等. 我国全球卫星导航信号设计研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40(5): 514-519.)
- [27] Liu Wei, Chen Xiangdong, Zhu Jun, et al. Positioning Accuracy and Availability Analysis of BDS Single and-Multi-frequency SPP [C]//The 5th China Satellite Navigation Conference, Nanjing, China, 2014. (刘威, 陈向东, 朱军, 等. 北斗单频与多频伪距单点定位精度与可用性分析[C]//第五届中国卫星导航学术年会, 南京, 2014.)
- [28] Fan Lei, Zhong Shiming, Ou Jikun, et al. Precision Analysis of Standard Point Positioning by COMPASS and GPS Observations [C]//The 4th China Satellite Navigation Conference, Wuhan, China, 2013. (范磊, 钟世明, 欧吉坤, 等. COMPASS与GPS伪距单点定位精度分析[C]//第四届中国卫星导航学术年会, 武汉, 2013.)
- [29] Pan Yuanxin. Product Synthesis of Precise Clock Error and Phase Deviation for BeiDou/GNSS Nondifferential Ambiguity Fixation [D]. Wuhan: Wuhan University, 2021. (潘元欣. 面向北斗/GNSS非差模糊度固定的精密钟差和相位偏差产品综合[D]. 武汉: 武汉大学, 2021.)
- [30] Zou Xuan, Chen Liang, Li Zongnan, et al. Reliable URTK Service Based on PPP-AR Ambiguity Rapid Reconvergence [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2016, 41(10): 1366-1371. (邹璇, 陈亮, 李宗楠, 等. 基于PPP-AR模糊度快速重收敛技术提供可靠的URTK服务[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2016, 41(10): 1366-1371.)