

引文格式:孙文舟,朱忆,曾安敏,等.深水目标定位声速剖面自适应分层方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(12):2401-2407.DOI:10.13203/j.whugis20220662



Citation: SUN Wenzhou, ZHU Yi, ZENG Anmin, et al. A Self-Adaptive Layering Method of Sound Velocity Profile for Deep-Water Object Positioning[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(12): 2401-2407. DOI: 10.13203/j.whugis20220662

# 深水目标定位声速剖面自适应分层方法

孙文舟<sup>1,2</sup> 朱忆<sup>2</sup> 曾安敏<sup>1</sup> 赵翔<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 空间基准全国重点实验室, 陕西 西安, 710054

<sup>2</sup> 国家海洋技术中心漳州基地筹建办公室, 福建 厦门, 361007

**摘要:**针对高精度水下目标定位声线跟踪法计算效率低的问题,提出一种基于声速剖面面积差的自适应分层方法,通过优化声速剖面分层策略,减少声速剖面的层数来降低计算量。首先,根据声线跟踪法计算斜距值时传播时间与声速剖面面积差近似线性负相关的关系,确定了声速剖面面积差与测距误差的关系,通过设置测距误差最大容许值得到声速剖面面积差的最大容许值;然后,按照声速梯度垂向变化规律进行结构化分层,在此基础上,以声速剖面面积差的最大容许值作为约束条件进行自适应分层;最后,采用中国南海实测声速剖面数据对所提算法进行了验证。与10 m等间隔分层方法对比,所提方法在分层数量减少了86%的情况下,因声速剖面简化引入的测距误差从厘米级降低到毫米级。

**关键词:**声速剖面簇;声线跟踪;自适应分层;声速剖面面积差;水下目标定位

中图分类号:P229

文献标识码:A

收稿日期:2024-10-10

DOI:10.13203/j.whugis20220662

文章编号:1671-8860(2025)12-2401-07

## A Self-Adaptive Layering Method of Sound Velocity Profile for Deep-Water Object Positioning

SUN Wenzhou<sup>1,2</sup> ZHU Yi<sup>2</sup> ZENG Anmin<sup>1</sup> ZHAO Xiang<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Key Laboratory of Spatial Reference, Xi'an 710054, China

<sup>2</sup> Office for Establishing Zhangzhou Base, National Ocean Technology Center, Xiamen 361007, China

**Abstract: Objectives:** Acoustic ray-tracing method is an important means to solve the problem of acoustic ray bending in the process of propagation. This method calculates the slant range in deep-water positioning and can effectively minimize errors from the acoustic ranging system. However, the accompanying problem causes the reduction of computational efficiency. To solve this problem, this paper proposes a self-adaptive layering method based on the area difference of sound velocity profile (SVP), which reduces the computational cost by optimizing the layering strategy of SVP. **Methods:** First, the relationship between the SVP area difference and ranging error is established according to the corresponding research. Based on this relationship, the constant-gradient and the zero-gradient ray-tracing method are analyzed, which is more suitable for slant range calculation. And the maximum tolerance of SVP area difference is obtained by setting the maximum tolerance of ranging error. Then, the structural layering is carried out according to the change law of sound velocity gradient, and the refined layering is carried out on constraint of the maximum tolerance of SVP area difference. **Results:** The results show that the measured SVP in the same sea area and during a similar time can be considered as the same cluster SVP, which satisfies the linear relationship between SVP area and propagation time. The average value of multiple measured SVPs can be approximately considered as the background SVP to estimate the linear coefficient. The adaptive layering method can optimize the layering scheme according to the changing law of SVP curve. The layering interval increases when the gradient change rate is small, and reduces when the gradient change rate is large, so as to reduce the number

基金项目:国家自然科学基金(42388102,42374012)。

第一作者:孙文舟,博士,高级工程师,主要从事海洋大地测量方面的研究。1519374228@qq.com

of layers as much as possible under the condition of meeting the maximum tolerance ranging error. Compared with equally spaced layering of 10 m, when the number of layering is reduced by 86%, the ranging error caused by layering reduces from centimeter level to millimeter level, which proves the effectiveness of the proposed method. **Conclusions:** The adaptive method has strong robustness and practicability. It can adjust the layering strategy according to the structural characteristics of SVP and the usage scenarios of offshore operation. Since the number of SVP layers is greatly reduced, the calculation speed is greatly improved. It will be helpful for large amount of data process or real-time underwater acoustic navigation.

**Key words:** sound velocity profile cluster; acoustic ray-tracing; self-adaptive layering; area difference of sound velocity profile; underwater object positioning

深海水下定位导航始终是一个富有挑战性的关键技术问题<sup>[1-2]</sup>,海水传播介质时空变化特性导致声线弯曲是影响水下目标高精度定位的重要因素<sup>[3-4]</sup>。水下目标的高精度定位可根据声线跟踪法修正弯曲声线,得到准确的斜距值<sup>[5]</sup>,其中声速剖面是计算所需的关键参数。因为需要逐层计算并迭代,所以计算量取决于声速剖面的分层数量,而计算准确性与分层策略有关。

减小声线跟踪法计算量的思路可归纳为两种:第一种思路是首先计算出特定深度和特定初始入射角下的传播时间和水平位移,形成波束点位的差值模板,然后通过内插的方法得到预设声线在特定层上的水平位移和传播时间<sup>[6]</sup>;另一种思路是对声速剖面分层进行简化,通过减少分层数的思路提高声线跟踪的效率。文献[7]提出了一种自适应分层方法,通过引入等效声速剖面思想进行分层截断误差控制,实现任意声速剖面在指定精度下最少层数非等间距划分的自适应搜索。文献[8]提出了一种适用于多波束测深的声线跟踪自适应分层方法,利用Douglas-Peucker算法对原始声速剖面数据进行筛选分层,将声速剖面的两端连成一条直线,在声速剖面到直线最大距离点处将声速剖面分成两部分,然后对两部分数据重复上述过程,直到没有点被舍去,最终实现声速剖面自适应分层。文献[9]根据梯度变化提出了声速剖面的自适应分层方法,保留梯度变化大的层,合并梯度变化较小的层,在减少层数的同时提高了计算速度。上述研究主要针对多波束测深声线跟踪计算效率的提高。与多波束测深不同,水下目标定位初始入射角未知,测距误差规律不同<sup>[10-11]</sup>,对准确度的要求也越高。因此针对声速剖面优化分层问题,不能简单采用梯度相近合并的思想,而应从全局最优的角度来考虑,同时还应顾及到因简化声速剖面而引入的测距误差。

针对上述问题,本文利用测距误差的最大容

许值计算声速剖面面积差的最大容许值,以此作为分层的依据。首先根据声速剖面结构特征和梯度变化规律对原始声速剖面进行结构化分层,然后在结构化分层基础上根据测距准确度要求进行自适应分层,最后实现仅需设置最远水平距离和最大测距误差容许值,便可对声速剖面进行自适应分层。

## 1 测距误差与声速剖面面积的关系

任意时刻的瞬时声速剖面可认为由两部分组成,一部分是背景声速剖面,短期内不随时间变化,是仅与测区相关的稳定声速剖面;另一部分是叠加在背景声速剖面之上的扰动项,由海洋动力学过程引发的海水交换造成;此外,瞬时声速剖面的观测值还包括仪器测量误差等<sup>[12]</sup>。本文将由相同背景声速剖面 and 不同扰动项构成的声速剖面定义为同簇声速剖面,它遵循文献[13]的一项重要结论,描述了声传播时间和声速剖面面积的关系,即当船底换能器与海底应答器的相对位置恒定时,同簇声速剖面的声传播时间  $T$  与声速剖面面积  $S$  近似线性负相关,计算式为:

$$T = k_0 \cdot S \quad (1)$$

式中,  $k_0$  是与初始入射角有关的系数,可由背景声速剖面下的传播时间除以声速剖面面积近似得到。除去背景声速剖面部分,式(1)还可写为:

$$\Delta T = k_0 \cdot \Delta S \quad (2)$$

式中,  $\Delta T$  是时间扰动项;  $\Delta S$  是声速剖面面积扰动项。

根据式(2)可知,若以实际测量的原始声速剖面和其对应的传播时间作为标准值,对其简化后得到的声速剖面在相同的测距条件下相较于标准值的时间延迟与声速剖面面积差线性负相关。考虑到测距误差近似等于海底声速值与时间延迟的乘积,可得到因声速剖面简化而引入的测距误差,因此可直接根据测距误差最大容许值

得到声速剖面面积差的最大容许值,将其作为自适应分层方法的约束条件。

声线跟踪法包括常梯度声线跟踪法和常声速声线跟踪法<sup>[14-15]</sup>,两种声速剖面面积差示意图如图 1 所示,其中黑色实线为真实声速剖面;常梯度声线跟踪法假设层内声速梯度为恒值,层内声速剖面如图 1 中红色实线所示,对应的声速剖面面积差如红色阴影区域所示;常声速声线跟踪法假设层内声速梯度为 0,层内声速剖面如图 1 中的蓝色实线所示,对应的声速剖面面积差如蓝色阴影区域所示。根据式(2)可知,相较于常梯度假设,常声速假设的声速剖面面积差更大,会引起更大的测距误差,因此选用常梯度声线跟踪法可进一步减少分层数。

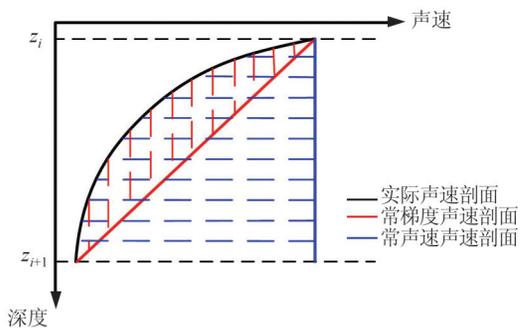


图 1 常梯度声线跟踪法与常声速声线跟踪法的声速剖面面积差

Fig. 1 Area Difference of Sound Velocity Profile Between Constant Gradient Ray-Tracing Method and Zero Gradient Ray-Tracing Method

## 2 声速剖面结构化分层方法

典型深海声速剖面垂直分层分为表层、温度跃变层和深海等温层,其中温度跃变层又分为季节跃变层和主跃变层。表层深度较浅,由于风浪搅拌作用,声速梯度通常很小。温度跃变层主要受温度下降影响,声速呈负梯度变化,声道轴以下温度变化很小,声速主要受压力影响,呈正梯度变化<sup>[16]</sup>。根据大量实测数据总结,深度每增加 10 m,声速增加约 0.165~0.185 m/s。在 1~10 °C、10~20 °C、20~30 °C 条件下,温度每增加 1 °C,声速分别增加 4.446~3.635 m/s、3.635~2.734 m/s、2.734~2.059 m/s<sup>[17]</sup>。综上可知,声道轴处声速梯度为 0,声道轴以上越远离声道轴,温度下降速度越快,声速梯度的绝对值越大。压力沿深度方向的变化稳定,声道轴以下越远离声道轴,温度梯度极小,压力成为主要影响因素,声速梯度接近于某一常量。在声道轴附近的一定深度范围,

温度下降影响减小,与压力的影响权重相当,此时声速梯度值较小<sup>[18]</sup>。至此,在进行自适应分层前,先按照声速剖面的梯度变化规律进行结构化分层,如图 2 所示。分层的逻辑是将表层分为一层;除表层外的声速剖面根据梯度变化规律的主导因素被分为 3 层,沿深度方向从上至下依次命名为负梯度层、梯度过度层和正梯度层,各层内具有近似的梯度变化特征,最后再加入声道轴信息。声速梯度为负且绝对值大于 0.015 s<sup>-1</sup> 的深度范围定义为负梯度层,声速梯度为正且绝对值大于 0.015 s<sup>-1</sup> 的深度范围定义为正梯度层;声道轴附近、声速梯度绝对值小于 0.015 s<sup>-1</sup> 的深度范围定义为梯度过度层。结构化分层的目的是尽量保持声速剖面形状,使最终分层得到的简化声速剖面与原声速剖面结构一致。

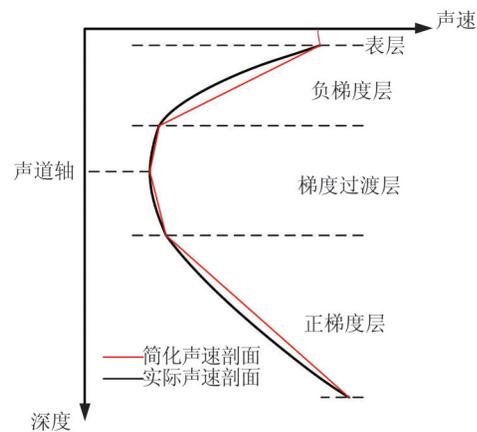


图 2 声速剖面结构化分层

Fig. 2 Structural Layers of Sound Velocity Profile

本文设计的结构化分层步骤如下:

1) 剔除深度变化异常数据和起始浸泡阶段数据,并用三次样条函数对实测声速剖面数据进行平滑。

2) 计算各层声速梯度,梯度值大于 0.015 s<sup>-1</sup> 分入正梯度层,梯度值小于 -0.015 s<sup>-1</sup> 分入负梯度层,梯度值为 -0.015 ~ 0.015 s<sup>-1</sup> 的分入梯度过度层。表层单独为一层,若表层梯度深度较浅或梯度值与负梯度层相近,则将表层与负梯度层合并,然后加入声道轴信息。

3) 设计分层函数,实现自动化分层。分层函数的计算式为:

$$g(z) = \begin{cases} -1, & c < -0.015 \\ 1, & -0.015 \leq c < 0.015 \\ -1, & c \geq 0.015 \end{cases} \quad (3)$$

式中, $z$  是水深; $g(z)$  是该深度的梯度值; $c$  是该深度的声速值。

经过式(3)转化后的声速梯度剖面如图3所示。由图3可以看出,基于分层函数 $g(z)$ ,只需确定各分层之间交界处对应的层号 $m_i$ 、 $m_j$ 、 $m_k$ 、 $m_l$ 即可完成结构化分层,两层之间的交界处可能无明显分界,如黄色局部区域,这里可根据层边缘层号间隔大小设置判别逻辑。

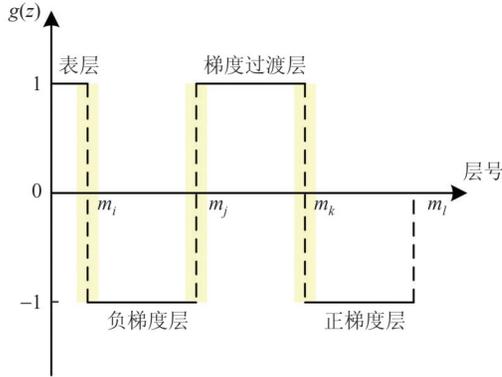


图3 分层函数示意图

Fig. 3 Schematic Diagram of Layering Function

### 3 声速剖面自适应分层方法

在结构化分层的基础上继续开展自适应分层。根据式(2)可知,影响测距误差的主要决定性因素是声速剖面面积差,本文自适应分层方法的策略是在最小分层数的基础上优化分层间隔、减小声速剖面面积差。表层由于较浅,结构化分层确定层厚度后不再进一步分层。若定义声速关于深度的二阶导为梯度变化率,则有以下事实:梯度变化率较大的层,声速剖面弧度也较大;梯度变化率较小的层,声速剖面弧度变化小,甚至接近直线。相同层厚情况下,梯度变化率大会导致声速剖面面积差增大,分层时可适当增加分层数;反之,梯度变化率小可适当减少分层数,提高计算效率。自适应分层方法是取各层的中点为新的分层节点;截止条件是声速剖面面积差最大容许值,该值由最大测距误差容许值计算而来;分层顺序是在结构化分层的基础上,按照设置的分层逻辑进行,具体计算流程图如图4所示。

### 4 试验数据分析

为验证本文方法的有效性,开展了仿真试验。试验数据中的4条声速剖面记为A、B、C、D,分别为不同时间和地点由温盐深仪在中国南海某海区测得,水深在3000m左右,采样时间分别为首日21:30:00、次日13:00:00和23:00:00、第

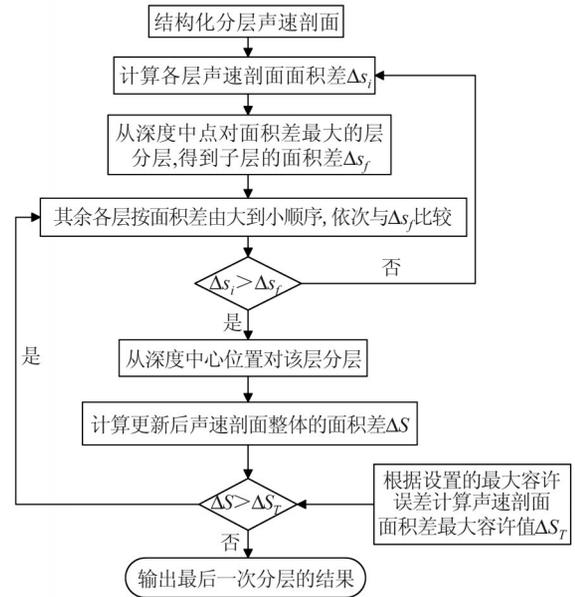


图4 自适应分层流程图

Fig. 4 Flowchart of Adaptive Layering Process

三日12:30:00,采样点的空间距离小于1.5 n mile。对4条声速剖面取平均得到的剖面近似认为是背景声速剖面,并基于此剖面计算系数 $k_0$ ,所有声速剖面如图5所示。

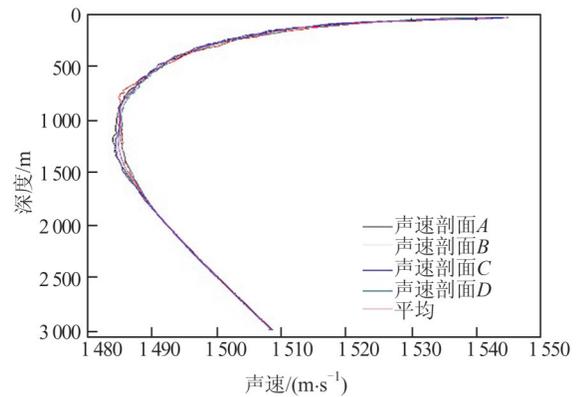


图5 实测声速剖面

Fig. 5 Measured Sound Velocity Profile for Simulation

首先,基于实测声速剖面验证文献[13]的结论,在温盐深仪投放操作的上行阶段,仪器将处于采水器的尾流区,所以通常选用下行阶段数据<sup>[19]</sup>。此试验为增加声速剖面观测数量,也保留上行阶段数据,所有声速剖面经过三次样条平滑处理,设置深度间隔为1m,水深为2990m,共得到8条原始声速剖面,每条原始声速剖面有2990层。应答器和换能器的水平距离分别设为1500m、3000m、4500m。计算背景声速剖面下的声传播时间,计算方法是根据应答器和换能器的相对位置确定初始入射角的搜索范围,按着设计的步长不断调整初始入射角,当波束脚印位置

与应答器位置之间的距离小于某一限差时,对应的传播时间即为所求值<sup>[10]</sup>。按照同样的方法分别计算上述 8 条声速剖面相对于背景声速剖面的传播时间差和声速剖面面积差,结果如图 6 所示。

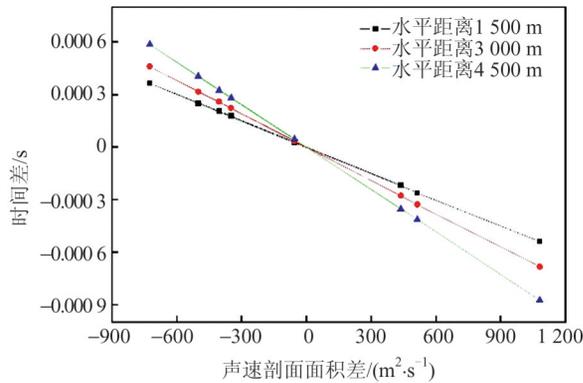


图 6 声速剖面面积差与时间差关系

Fig. 6 Relationship Between Area Difference of Sound Velocity Profile and Time Difference

文献[13]证明传播时间与声速剖面面积具有线性负相关关系,认为较小的声速变化对 Snell 常数的扰动影响可忽略不计,因此本文试图通过上述试验证明,在海洋环境非剧烈变化的情况下,局域海区测量得到的声速剖面满足文献[13]的结论。从图 6 中可以看出,3 种水平距离条件下的声速剖面面积差与传播时间近似线性负相关,因此可将 8 条声速剖面认为是同簇声速剖面,且水平距离越大,系数项的绝对值越大,这是因为在声速剖面面积差一定的条件下,传播时间增加导致系数  $k_0$  的绝对值变大。

以声速剖面 A 为例,对所提自适应分层方法进行验证。在水平距离为 3 000 m 条件下,设置测距误差最大容许值为 1 mm,由式(2)计算出声速剖面面积差的最大容许值为  $1.047 2 \text{ m}^2/\text{s}$ ,采用本文方法对其分层,结果如图 7 所示。

经过自适应分层方法处理后,原始声速剖面 A 最终分别被分为 42 层,相比于原始声速剖面 2 990 层,层数大大降低,由图 7 中的自适应分层节点可明显看出,在正梯度层和负梯度层,声速剖面弧度小,分层间隔大;而在梯度过渡层,声速剖面弧度大,分层间隔小,证明了自适应方法分层逻辑的合理性。

在上述试验的基础上,将自适应方法的分层结果与传统等间隔分层方法进行对比,对比不同分层策略引入的测距误差。等间隔分层层厚分别设为 10 m、25 m 和 50 m,各分层策略下的分层

结果如表 1 所示。设置应答器与换能器深度差恒定,水平距离在 0~8 000 m 之间线性递增,斜距值的计算采用文献[20]的方法,3 种等间隔分层和自适应分层方法相比于原始声速剖面引入的测距误差如图 8 所示。

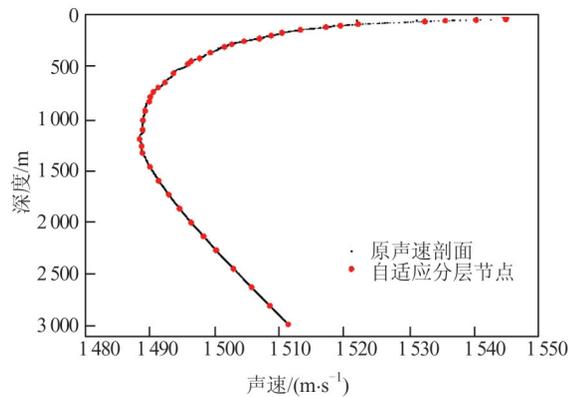


图 7 声速剖面 A 的分层结果图

Fig. 7 Layering Result of Sound Velocity Profile A

表 1 不同方法的分层数对比

Table 1 Layering Results of Different Methods

统计项	自适应分层方法	等间隔分层方法		
		层厚/m		
		10	25	50
分层数/层	42	299	120	60

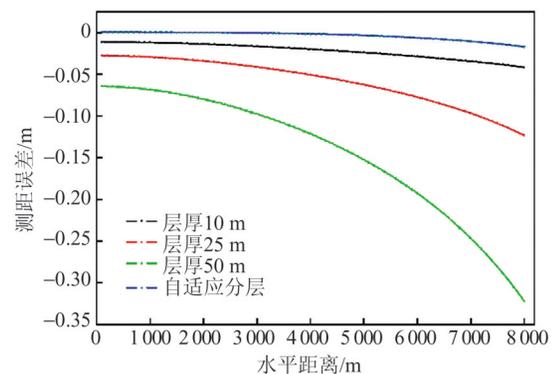


图 8 不同分层方法测距误差随水平距离变化规律

Fig. 8 Variation of Ranging Error with Horizontal Distance by Different Layering Methods

结合表 1 和图 8 可以看出,自适应分层方法得到的分层数小于 3 种等间隔分层方法,但引起的测距误差却最小。当水平距离为 3 000 m 时,因简化声速剖面引入的测距误差为 0.306 mm,小于设置的最大容许误差 1 mm;当水平距离为 8 000 m 时,引入的测距误差最大,为 16.878 mm,且自适应分层法的误差增量远小于 3 种等间隔分层方法。经过计算可知,自适应分层法的声速剖面面积差为  $0.305 \text{ m}^2/\text{s}$ ,等间隔分层的层厚分别

为 10 m、25 m、50 m 的声速剖面面积差分别为  $-17.754 \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $-44.546 \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $-105.866 \text{ m}^2/\text{s}$ ，表明声速剖面面积差越大，测距误差越大。由图 8 还可以看出，同种分层方法水平距离越大，测距误差则越大，所以在实际应用中，需根据具体使用场景设置相应水平距离下的最大容许测距误差。

## 5 结 语

针对高精度水下目标定位声线跟踪法计算效率低的问题，本文提出了一种基于声速剖面面积差的深水声速剖面自适应分层方法，通过理论分析和仿真试验验证得到了如下结论：

1) 同一海区相近时间段内的实测声速剖面测量值可认为是同簇声速剖面，满足式(1)，多条实测声速剖面的平均值可近似认为是背景声速剖面，用以估算线性系数  $k_0$ 。

2) 本文提出的自适应分层方法可根据声速剖面曲线的变化特征优化分层方案，在梯度变化率小的地方增大分层间隔，在梯度变化率大的地方减小分层间隔，实现在满足最大容许测距误差条件下尽可能减小分层数。

3) 相比于 10 m 等间隔分层，在分层数量减少 86% 的情况下，因为分层引起的测距误差由厘米级降低到了毫米级，证明了本文方法的有效性。

## 参 考 文 献

- [1] 万晓云, 吴云龙, 郭恒洋, 等. 基于重力场产品的水下匹配导航发展现状及影响因素分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(6): 879-890.  
WAN Xiaoyun, WU Yunlong, GUO Hengyang, et al. Development Status and Influencing Factor Analysis of Underwater Matching Navigation Based on Gravity Field Products[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(6): 879-890.
- [2] 阳凡林, 辛明真, 刘经南, 等. 超短基线多信标约束的深海动态定位方法探讨[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(11): 1876-1883.  
YANG Fanlin, XIN Mingzhen, LIU Jingnan, et al. Discussion of Deep-Sea Dynamic Positioning Methods with Ultra-Short Baseline Multi-Beacon Constraint[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(11): 1876-1883.
- [3] KINUGASA N, TADOKORO K, KATO T, et al. Estimation of Temporal and Spatial Variation of Sound Speed in Ocean from GNSS-A Measurements for Observation Using Moored Buoy[J]. *Progress in Earth and Planetary Science*, 2020, 7(1): 21.
- [4] SAKIC P, BALLU V, CRAWFORD W C, et al. Acoustic Ray Tracing Comparisons in the Context of Geodetic Precise Off-Shore Positioning Experiments[J]. *Marine Geodesy*, 2018, 41(4): 315-330.
- [5] 陆秀平, 边少锋, 黄谟涛, 等. 常梯度声线跟踪中平均声速的改进算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(5): 590-593.  
LU Xiuping, BIAN Shaofeng, HUANG Motao, et al. An Improved Method for Calculating Average Sound Speed in Constant Gradient Sound Ray Tracing Technology[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37(5): 590-593.
- [6] 赵建虎, 张红梅, 吴猛. 一种基于常梯度模板插值的声线跟踪算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(1): 71-78.  
ZHAO Jianhu, ZHANG Hongmei, WU Meng. A Sound Ray Tracking Algorithm Based on Template-Interpolation of Constant-Gradient Sound Velocity[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(1): 71-78.
- [7] 张居成, 郑翠娥, 孙大军. 用于声线跟踪定位的自适应分层方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2013, 34(12): 1497-1501.  
ZHANG Jucheng, ZHENG Cuie, SUN Dajun. A Self-Adapting Division Method for Ray-Tracing Positioning[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2013, 34(12): 1497-1501.
- [8] 张志伟, 暴景阳, 金山. 一种多波束测深声线跟踪自适应分层方法[J]. 海洋测绘, 2018, 38(1): 23-26.  
ZHANG Zhiwei, BAO Jingyang, JIN Shan. A Self-Adapting Division Method for Ray-Tracing of Multi-beam Echosounding[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2018, 38(1): 23-26.
- [9] 李圣雪, 王振杰, 聂志喜, 等. 一种适用于深海长基线定位的自适应分层声线跟踪法[J]. 海洋通报, 2015, 34(5): 491-498.  
LI Shengxue, WANG Zhenjie, NIE Zhixi, et al. A Self-Adapting Division Ray-Tracing Method in the Long Baseline Acoustic Positioning[J]. *Marine Science Bulletin*, 2015, 34(5): 491-498.
- [10] 孙文舟, 殷晓冬, 曾安敏, 等. 附加深度差和水平距离约束的深海控制点差分定位算法[J]. 测绘学报, 2019, 48(9): 1190-1196.  
SUN Wenzhou, YIN Xiaodong, ZENG Anmin, et al. Differential Positioning Algorithm for Deep-Sea Control Points on Constraint of Depth Difference and

- Horizontal Distance Constraint[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2019, 48(9): 1190-1196.
- [11] YAMADA T, ANDO M, TADOKORO K, et al. Error Evaluation in Acoustic Positioning of a Single Transponder for Seafloor Crustal Deformation Measurements[J]. *Earth, Planets and Space*, 2002, 54(9): 871-881.
- [12] 孙文舟, 殷晓冬, 暴景阳, 等. 海底控制点定位的半参数平差模型法[J]. *测绘学报*, 2019, 48(1): 117-123.
- SUN Wenzhou, YIN Xiaodong, BAO Jingyang, et al. Semi-Parametric Adjustment Model Methods for Positioning of Seafloor Control Point[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2019, 48(1): 117-123.
- [13] SUN W Z, YIN X D, ZENG A M. The Relationship Between Propagation Time and Sound Velocity Profile for Positioning Seafloor Reference Points[J]. *Marine Geodesy*, 2019, 42(2): 186-200.
- [14] URICK R J. Principles of Underwater Sound for Engineers[M]. New York: McGraw-Hill, 1967.
- [15] CHADWELL C D, SWEENEY A D. Acoustic Ray-Trace Equations for Seafloor Geodesy[J]. *Marine Geodesy*, 2010, 33(2/3): 164-186.
- [16] 吕华庆. 物理海洋学基础[M]. 北京: 海洋出版社, 2012.
- LÜ Huaqing. Fundamentals of Physical Oceanography[M]. Beijing: Ocean Press, 2012.
- [17] 刘伯胜, 雷家煜. 水声学原理[M]. 2版. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2010.
- LIU Bosheng, LEI Jiayu. Hydroacoustic Principle [M]. 2nd ed. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2010.
- [18] 孙文舟. 海底大地控制网坐标测定及关键参数确定方法的研究[D]. 大连: 大连舰艇学院, 2019.
- SUN Wenzhou. Study on Coordinate Determination and Key Parameters Determination of Seafloor Geodetic Control Network [D]. Dalian: Dalian Naval Academy, 2019.
- [19] 张兆英. CTD测量技术的现状与发展[J]. *海洋技术*, 2003, 22(4): 105-110.
- ZHANG Zhaoying. The Status and Development of CTD Measurement Technology[J]. *Ocean Technology*, 2003, 22(4): 105-110.
- [20] 孙文舟, 殷晓冬, 曾安敏, 等. 海底控制点定位初始入射角迭代计算方法的比较研究[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2020, 45(10): 1588-1593.
- SUN Wenzhou, YIN Xiaodong, ZENG Anmin, et al. Calculating the Starting Incidence Angle by Iterative Method for Positioning Seafloor Control Points [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(10): 1588-1593.