



引文格式:曲轩宇,李新瑞,郑蕾,等.联合交叉验证和 CEEMD-WT 的 GNSS 时间序列降噪方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(12):2440-2449.DOI:10.13203/j.whugis20220570

Citation: QU Xuanyu, LI Xinrui, ZHENG Lei, et al. A GNSS Time Series Denoising Method with Mixed Use of Cross Validation and CEEMD-WT[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2025, 50(12): 2440-2449. DOI: 10.13203/j.whugis20220570

# 联合交叉验证和 CEEMD-WT 的 GNSS 时间序列降噪方法

曲轩宇<sup>1</sup> 李新瑞<sup>2</sup> 郑蕾<sup>3</sup> 许豪<sup>2</sup> 舒宝<sup>2,4,5</sup> 王利<sup>2,4,5</sup>

1 香港理工大学土地测量及地理资讯学系,香港,999077

2 长安大学地质工程与测绘学院,陕西 西安,710054

3 西安应用光学研究所,陕西 西安,710065

4 地理信息工程国家重点实验室,陕西 西安,710054

5 西部矿产资源与地质工程教育部重点实验室,陕西 西安,710054

**摘要:**为降低全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)坐标时间序列的噪声水平,提出了一种联合交叉验证、完备集合经验模态分解(complementary ensemble empirical mode decomposition, CEEMD)及小波变换的滤波降噪方法。首先基于 CEEMD 将原始时间序列分解为各本征模态分量(intrinsic mode function, IMF),然后利用交叉验证确定 IMF 中的纯噪声分量并去除,最后通过小波变换去除剩余 IMF 中的噪声,得到最终降噪结果。利用 4 组模拟数据和 117 个 GNSS 测站的坐标时间序列进行实验验证,结果表明,所提方法可有效削弱原始时间序列中的噪声水平,与原始时间序列的残差相比,所提方法在北、东、天方向上的噪声水平分别降低了 43%、43%、46%。与基于交叉验证的 CEEMD 及小波变换的降噪方法和基于相关系数的 CEEMD 方法相比,所提方法可在一定程度上避免产生降噪效果不理想或有用信号丢失。

**关键词:**完备集合经验模态分解;小波变换;交叉验证;滤波降噪;GNSS 坐标时间序列

中图分类号:P237

文献标识码:A

收稿日期:2024-03-16

DOI:10.13203/j.whugis20220570

文章编号:1671-8860(2025)12-2440-10

## A GNSS Time Series Denoising Method with Mixed Use of Cross Validation and CEEMD-WT

QU Xuanyu<sup>1</sup> LI Xinrui<sup>2</sup> ZHENG Lei<sup>3</sup> XU Hao<sup>2</sup> SHU Bao<sup>2,4,5</sup> WANG Li<sup>2,4,5</sup>

1 Department of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong 999077, China

2 School of Geological Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, China

3 Xi'an Institute of Applied Optics, Xi'an 710065, China

4 State Key Laboratory of Geographic Information Engineering, Xi'an 710054, China

5 Key Laboratory of Western China's Mineral Resources and Geological Engineering, Ministry of Education, Xi'an 710054, China

**Abstract: Objectives:** The coordinate time series derived from global navigation satellite system (GNSS) usually contains noise, which may lead to misinterpretation of some geophysical phenomena. This paper aims to reduce noise in GNSS datasets by combining cross validation (CV), complementary ensemble empirical mode decomposition (CEEMD) and wavelet transform (WT). **Methods:** First, the original GNSS time series is decomposed into several intrinsic mode function (IMF) components by CEEMD. The CV strategy is then used to classify these IMFs into signal-dominant components and noise-dominant components. After removing the noise-dominant IMFs, WT-based denoising method is applied to the re-

**基金项目:**国家自然科学基金(41877289,42004024,42127802);国家重点研发计划(2021YFC3000503,2021YFC3000501)。

**第一作者:**曲轩宇,博士,主要从事 GNSS 定位、多传感器融合及结构健康监测研究。xuanyu.qu@connect.polyu.hk

**通信作者:**李新瑞,博士生。lixinrui\_98@chd.edu.cn

maining signal-dominant IMFs to obtain final GNSS time series. **Results:** Both simulated signals and real dataset collected from 117 GNSS stations are used to evaluate the performance of the proposed method. The experiment results show that the proposed method can effectively attenuate noise in the original time series. Compared with the residuals of the original time series, the residuals of denoising results derived by the proposed method are reduced by 43%, 43%, and 46% in north, east, and up directions, respectively. **Conclusions:** The proposed method shows superior noise reduction in GNSS time series compared to standalone WT, CV-based CEEMD, and correlation-coefficient-based CEEMD methods.

**Key words:** CEEMD; wavelet transform; cross validation; filtering and denoising; GNSS coordinate time series

全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)已广泛应用于获取大时空尺度下的高精度三维位置及形变信息。典型的应用包括区域地壳形变监测<sup>[1]</sup>、地震同震位移监测<sup>[2-3]</sup>、冰后回弹分析<sup>[4]</sup>及全球板块运动研究<sup>[5]</sup>等领域。然而,GNSS坐标时间序列的精度和可靠性会受到GNSS数据处理策略、多路径效应、电离层及对流层延迟等多种误差源影响<sup>[6-8]</sup>,进而可能会导致对某些地球物理现象的错误解释<sup>[9]</sup>。因此,如何去除坐标时间序列中的误差影响、降低序列的噪声水平,对提高区域GNSS坐标时间序列精度和分析形变机理具有重要意义。

近年来,各种空间滤波技术已被开发用于减弱GNSS时间序列中的误差影响,如小波变换(wavelet transform, WT)<sup>[10-11]</sup>、经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)<sup>[12]</sup>等方法。WT具有良好的时频特性及多分辨率分析能力,可有效去除观测序列中的高频噪声<sup>[13-14]</sup>。EMD作为一种非参数自适应信号处理方法,可依据信号本身固有的时间尺度信息,将原始时间序列分解为一系列从高频到低频的本征模态分量(intrinsic mode function, IMF)和残余项,并通过去除前几个含有高频噪声的IMF以达到去噪效果<sup>[15-17]</sup>,但EMD在信号分解过程中易受到端点效应和模态混叠影响。文献[18]在EMD的基础上提出了集合经验模态分解(ensemble EMD, EEMD)方法,有效解决了模态混叠问题;文献[19]在EEMD的基础上提出了完备集合经验模态分解(complementary EEMD, CEEMD)方法,通过向信号添加正负白噪声的互补处理,消除重构信号中的残余辅助噪声,进一步提高了计算效率和信号重构精度。实现EMD降噪的关键是确定噪声和信号的分界IMF,文献[20]根据IMF的能量密度与平均周期的乘积为常量的特性选择分界IMF;文献[16,21]则利用相关系数(correlation coefficient, CC)确定信号与噪声的分界层。

交叉验证(cross validation, CV)作为一种自适应选择平滑度进行信号平滑的方法<sup>[22-23]</sup>,在WT去噪<sup>[10,24-25]</sup>、EMD去噪<sup>[26-27]</sup>等领域取得了广泛应用。传统基于CV的CEEMD降噪方法因验证样本选择和划分次数的随机性,会使CV结果产生差异性<sup>[22]</sup>,导致降噪效果不理想或丢失有用信号。对于GNSS坐标时间序列而言,经CEEMD分解后的前几个高频IMF分量仍可能含有部分短周期信号(如季节性周期、月周期),易被传统基于CV的CEEMD方法剔除。因此,为了提高CEEMD滤波结果的精度,最大限度地减小周期项信号被当作噪声剔除的概率,本文提出了一种联合CV和CEEMD-WT的方法,用于GNSS坐标时间序列的去噪处理。

## 1 方法

本文所提方法的流程图如图1所示。首先通过CEEMD将原始时间序列分解为多个IMF分量,然后利用CV将IMF分量分为纯噪声信号和含有少量噪声的有用信号两部分,最后利用WT对后者进行二次降噪处理以获得最终的降噪结果,其具体步骤如下:

1)将时间序列 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, N)$ 分为两部分:奇数序列样本 $(x_{1,2m-1}, y_{1,2m-1})$ 和偶数序列样本 $(x_{2,2m}, y_{2,2m}), m=1, 2, \dots, N_1$ 。当 $N$ 为奇数时,  $N_1=(N-1)/2$ ;当 $N$ 为偶数时,  $N_1=N/2$ 。将奇数序列作为滤波样本,并对偶数序列随机采样,将随机采样数据作为验证样本(样本数为 $N_2$ ),实验中取 $N_2=0.2N$ 。

2)对奇数序列进行CEEMD<sup>[19]</sup>,得到 $q$ 个IMF分量和一个残余分量 $R$ 。

3)循环计算 $k \sim q, (k=1, 2, \dots, q)$ 间的IMF分量之和作为滤波值 $f'$ ,并计算验证样本对滤波值的方差,其计算式为:

$$C(k, p) = \frac{1}{N_2} \sum_{i=1}^{N_2} [y_{2,i} - f'(x_{2,i})]^2 \quad (1)$$

式中,  $p$  为对偶数序列的某次随机划分;  $(x_{2,i}, y_{2,i})$  表示选取的验证样本;  $f'(x_{2,i})$  是用三次样条插值对滤波值  $f'$  在  $x=x_{2,i}$  时刻内插得到的。

4) 考虑到随机划分的统计特性和计算量, 选取  $M$  次不同的随机划分  $p_j (j=1, 2, \dots, M)$ , 求得  $M$  次随机划分的方差并计算其均值  $\bar{C}(k, p)$ :

$$\bar{C}(k, p) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M C(k, p_j) \quad (2)$$

实验选取  $M=20$ , 选择  $\bar{C}$  最小时的  $k$ , 此时  $k \sim q$  间的 IMF 分量之和即为 CEEMD 滤波的信号所在层。

5) 对原始观测数据进行 CEEMD 分解。首先根据步骤 4) 的结果, 将 1 到  $k-2$  的 IMF 分量之和作为纯噪声分量进行除去; 将  $k-1$  到  $q$  间的 IMF 分量之和作为信号+噪声所在层, 对其进行 CEEMD 信号重构, 得到初始滤波结果  $(x_i, y_i)_c$ 。

6) 由于 WT 可有效去除观测序列中的高频噪声, 并最大限度地保留低频信号<sup>[13-14]</sup>, 因此, 本文使用 WT 方法对初始滤波结果  $(x_i, y_i)_c$  中残余的高频噪声进行去除, 进而得到最终的降噪结果。其中, 小波基选取 dbN 小波<sup>[28]</sup>, 阈值函数选择软阈值函数。

在 CV 计算过程中, 为防止 CEEMD 滤波计算过程中端点效应对计算结果的影响, 仅选取观测数据中部 70% 的数据作为 CV 样本的选择范围。本文方法顾及到 CV 的随机性对滤波结果的影响, 并结合了 CEEMD 方法在处理非线性非平稳数据和 WT 在处理高频噪声方面的优势, 可最大限度地减少原始数据中的有用信号(如短周期)被当做噪声剔除的概率。

## 2 模拟数据实验与分析

### 2.1 模拟数据

为验证本文方法的降噪效果, 分别使用 WT 方法(方法一)、基于 CV 的 CEEMD(方法二)<sup>[26-27]</sup>、基于 CC 的 CEEMD(方法三)<sup>[16, 21]</sup> 以及本文方法对构建的 4 组模拟信号进行降噪。图 2 所示为构建的 4 组模拟信号以及添加噪声后的信号, 其中信号 1( $f_1$ ) 由周期项、趋势项组成; 信号 2( $f_2$ ) 和信号 3( $f_3$ ) 分别为 Blocks 和 HeaviSine 信号<sup>[29-30]</sup>; 信号 4( $f_4$ ) 是信号 2 和信号 3 之和。分别在 4 组模拟信号中加入有色噪声  $e_t$ , 则有:

$$f_1 = 3 \sin \frac{2\pi t}{360} + 2 \cos \frac{2\pi t}{360} + \sin \frac{4\pi t}{360} + 2 \cos \frac{4\pi t}{360} + 0.005t \quad (3)$$

$$f_2 = h_j \cdot K(t - t_j) + e_t, K(t) = (1 + \text{sgn}(t))/2 \quad (4)$$

$$f_3 = 4 \sin(4\pi t) - \text{sgn}(t - 0.3) - \text{sgn}(0.72 - t) \quad (5)$$

$$f_4 = f_2 + f_3 \quad (6)$$

$$e_t = w(t) - 0.5w(t-1) \quad (7)$$

式中,  $h_j = [4, -5, 3, -4, 5, -4.2, 2.1, 4.3, -3.1, 2.1, -4.2]$ ;  $\text{sgn}$  为符号函数;  $w(t)$  表示均值为 0、方差为 10 的高斯白噪声;  $f_1$  的采样率为 1 s,  $f_2, f_3$

的采样率为  $\frac{1}{2048}$  s; 模拟数据采样点数  $n=2048$ ;

$t_j = [0.1, 0.13, 0.15, 0.23, 0.25, 0.40, 0.44, 0.65, 0.76, 0.78, 0.81]$ 。

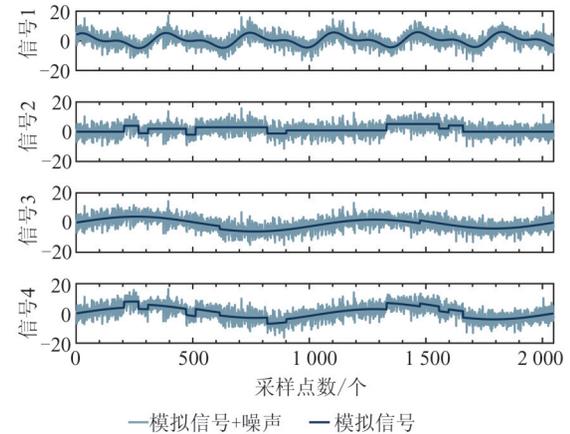


图2 4组模拟信号及噪声序列

Fig. 2 Four Simulated Signals and Noise Sequences

### 2.2 实验结果与分析

图 3 为 4 种方法降噪后的结果, 图 3(b) 为对图 3(a) 中部分时段(黑色矩形)的局部放大结果。其中, 方法三利用 CC 确定噪声与信号的分界 IMF, 将分界之上的高频噪声滤除, 再使用 WT 方法对分界 IMF 进行去噪, 进而得到最终降噪结果<sup>[21]</sup>。从图 3 可以看出, 4 种方法均能去除原始时间序列中的有色噪声, 但 WT 去噪不彻底, 滤波后的序列仍含有较多噪声; 方法二和方法三虽能有效去除有色噪声, 但滤波后的序列丢失了部分有用信号, 存在失真。而 CEEMD-WT 滤波结果与真值吻合度较好, 能够有效地将信号和噪声分离开来, 同时不会过多丢失有用信号。

为定量分析各方法的降噪效果, 表 1 给出了上述 4 种方法降噪结果的信噪比(signal-to-noise

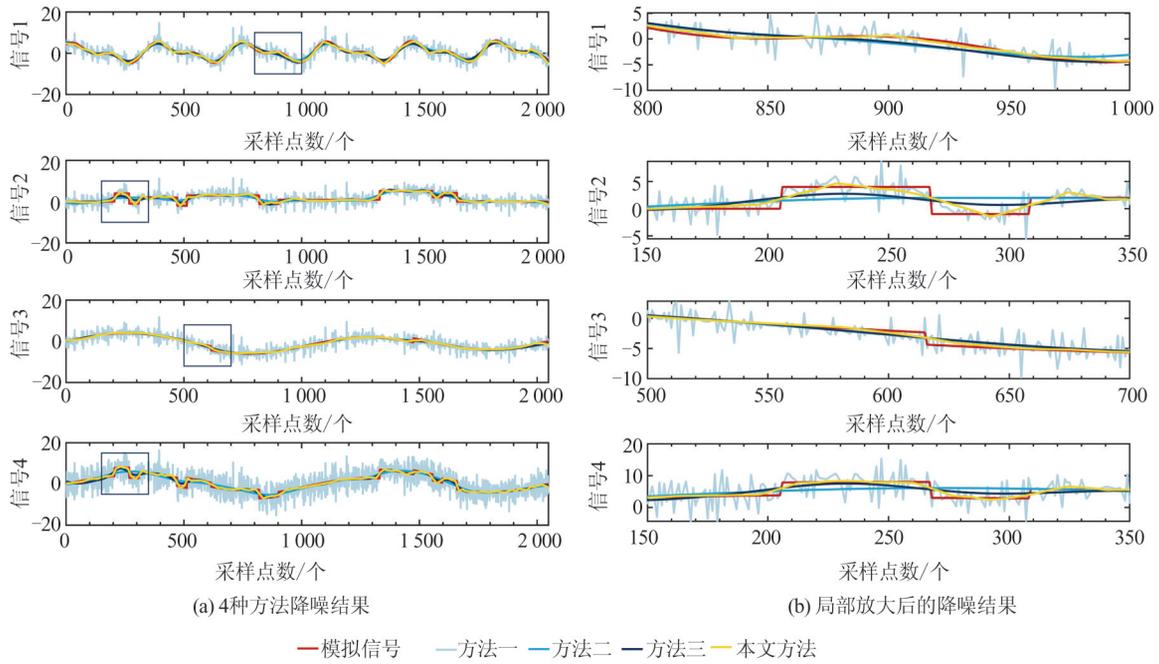


图 3 4 种方法降噪结果比较

Fig. 3 Comparison of Denoising Results of Four Methods

ratio, SNR)<sup>[21]</sup> 及均方根误差 (root mean square error, RMSE)<sup>[31]</sup>。两者的计算式分别为:

$$E_{\text{SNR}} = 10 \log \frac{\sum_{n=0}^{N-1} x(n)^2}{\sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - s(n)]^2} \quad (8)$$

$$E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N [s(n) - x(n)]^2} \quad (9)$$

式中,  $s(n)$  为降噪后的信号;  $x(n)$  为原始信号;  $N$  为采样点个数。降噪后信号的 SNR 越高、RMSE 越小, 说明降噪效果越好。

表 1 基于 4 种不同方法的模拟信号去噪结果统计

Table 1 Statistics of Simulated Signal Denoising Results Based on Four Different Methods

信号	SNR/dB					RMSE/mm				
	原始	方法一	方法二	方法三	本文方法	原始	方法一	方法二	方法三	本文方法
1	-1.45	5.95	13.05	14.00	16.90	3.50	1.49	0.66	0.59	0.42
2	-5.24	2.07	5.28	8.18	10.04	3.50	1.51	1.04	0.75	0.60
3	-1.43	6.17	20.67	19.54	21.48	3.50	1.46	0.28	0.32	0.25
4	0.43	1.31	10.49	12.72	17.04	3.50	3.16	1.10	0.76	0.51

注:原始指模拟信号+噪声

由表 1 可知, 4 种方法均能提高降噪后序列的 SNR, 同时降低原始信号的 RMSE, 说明 4 种方法均可去除原始信号的噪声分量。4 组模拟信号中, 本文方法相较于另外 3 种方法, 在保证 SNR 值提升最大的同时, RMSE 值降低到最小, 说明本文方法在去除噪声的同时, 最大限度地保留了信号部分; 相较于方法二和方法三, 本文方法的 SNR 平均提升比例分别为 48%、20%, RMSE 平均降低比例分别为 35%、26%, 说明本文方法能够自适应地选择信号层并提供更可靠的降噪效果。以信号 4 为例, 进一步分析本文方法在选择信号重构层数方面的有效性。采用快速傅里叶

变换 (fast Fourier transform, FFT) 方法对 CEEMD 分解得到的 IMF 进行频谱分析, 结果如图 4 所示。采用方法二时, 计算得到验证样本在滤波值的方差均值  $\bar{C}$  最小时  $k$  为 6, 最终重构信号应为  $B_1 = \sum_{k=7}^n \text{IMF}_k + R$ 。利用方法三得到的信号与噪声的分界层为  $\text{IMF}_6$ , 此时最终重构信号应为  $B_2 = \sum_{k=7}^n \text{IMF}_k + R + \text{WT}(\text{IMF}_6)$ ,  $\text{WT}(\text{IMF}_6)$  表示使用 WT 方法对分界层  $\text{IMF}_6$  进行去噪后的结果。但对 CEEMD 结果及其 FFT 结果进行分析可以发现,  $\text{IMF}_5$  和  $\text{IMF}_6$  分量中存在信号和噪

声混叠现象,即  $IMF_5$  和  $IMF_6$  中仍含有少量有用信号,此时若直接使用方法二或方法三进行重构,会丢失部分有用信号。因此,利用本文方法首先将  $IMF_1 \sim IMF_4$  作为纯噪声剔除,将  $IMF_5 \sim IMF_{10}$

作为信号+噪声所在层,对其进行 CEEMD 信号重构,得到初始滤波结果,再对其进行 WT 去噪,将初始滤波结果中残余的高频噪声去除,进而得到最终的降噪结果。

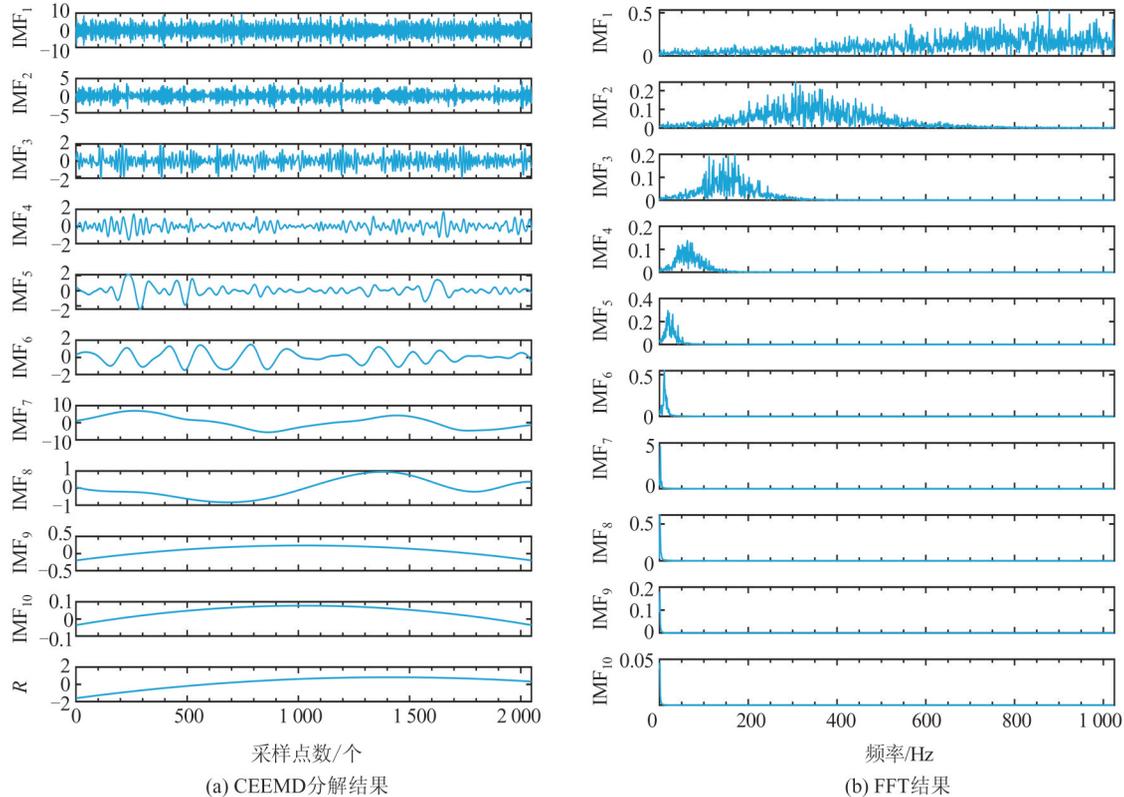


图4 模拟信号4的CEEMD及各IMF的FFT结果

Fig. 4 CEEMD Results of Simulated Signal 4 and Corresponding FFT Results of Each IMF

### 3 GNSS坐标时间序列分析

#### 3.1 数据来源

为了进一步验证本文方法的有效性,并考虑到观测时长和数据缺失情况,选取了117个北美地区的GNSS坐标时间序列进行降噪分析。国际GNSS服务数据分析中心提供了去除粗差后的北(N)、东(E)、天(U)方向的相对坐标时间序列,数据下载地址为 <http://garner.ucsd.edu/pub/timeseries/measures/ats/inputFiles>。实验区域及测站分布如图5所示,其中AZU1为测站名。在进行分析前还需对原始时间序列进行预处理,以去除序列中的平均值和跳跃项。

#### 3.2 实验结果与分析

图6(a)为AZU1站预处理后时间序列及利用CEEMD方法得到的趋势项,图6(b)为原始时间序列去除趋势项后的剩余项。由图6(a)可以看出,N、E方向存在明显的线性趋势,而U方向

具有明显的周期性,且存在一个非线性趋势项。由图6(b)可知,原始坐标时间序列显示出了显著的非线性变化和时变振荡,表明受白噪声及有色噪声影响,原始信号是非线性非平稳的时间序列。

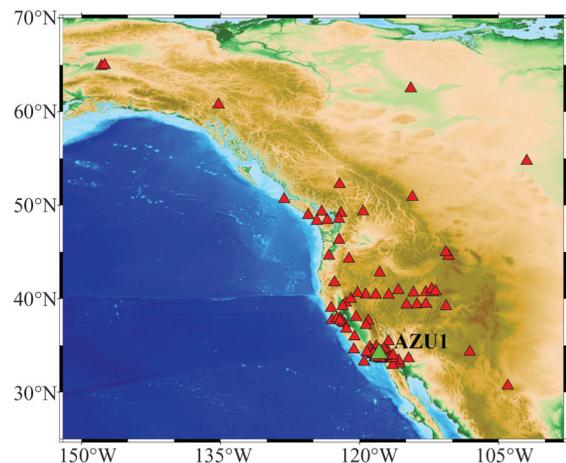


图5 实验区域与GNSS测站分布

Fig. 5 Study Area and Distribution of GNSS Stations

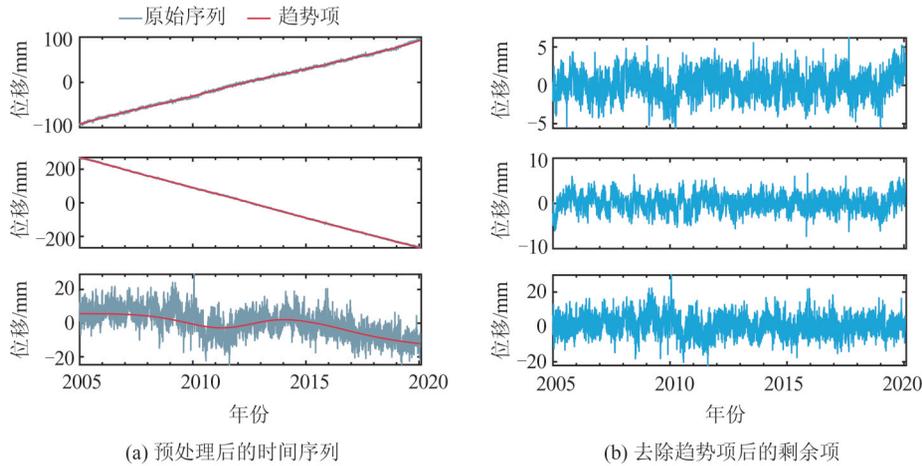


图 6 AZU1 站预处理及去除趋势项后的时间序列  
Fig. 6 Preprocessing Results and Residual Time Series of AZU1 Station

理论上,经预处理后的 GNSS 时间序列包含趋势项、季节信号及空间相关噪声<sup>[32]</sup>。但由于 GNSS 坐标时间序列真实值未知,因此本文以扣除趋势项和季节信号后残差序列的复合评价指标  $T$  值<sup>[11]</sup>和标准差(standard deviation, STD)<sup>[29,33]</sup>作为评价标准,对各方法降噪效果进行分析。针对各 GNSS 站时间序列的剩余项,进一步使用 Hector 软件提取了季节信号<sup>[34]</sup>,得到残差序列用来分析各方法的去噪效果。对于复合评价指标的构建,选取了关注降噪信号细节信息的 RMSE 和逼近信息的平滑度,经归一化、变异系数定权并线性组合后得到  $T$  值<sup>[11]</sup>。根据各指标的意义与特征可知,对于各方法的降噪结果,其残差 STD 和降噪结果的  $T$  值越小,表示降噪效果越好。

以 AZU1 站 U 方向为例,4 种方法的降噪结果及季节项如图 7 所示。由图 7(a)可以看出,Hector 软件获取的季节项信号与原始序列具有较好的一致性,季节信号振幅与原序列基本一致。利用上文提到的 4 种方法对去除趋势项后的剩余项进行降噪处理,降噪结果分别如图 7(b)~7(e)所示。其中方法一结果仍然受到高频噪声的影响,方法二、方法三和本文方法均可有效去除原始时间序列中的高频噪声影响。

图 8 为对 AZU1 站 U 方向各降噪结果扣除季节项后的残差序列。由图 7 和图 8 可以看出,4 种降噪方法均可去除原始时序中的高频噪声,但方法一相较于另外 3 种方法去噪水平有限,残差序列中依然存在较多噪声;本文方法得到的降噪残差 STD 和  $T$  值均较方法二和方法三的结果更小,说明本文方法在去除高频噪声的同时保留了更多的有用信号。

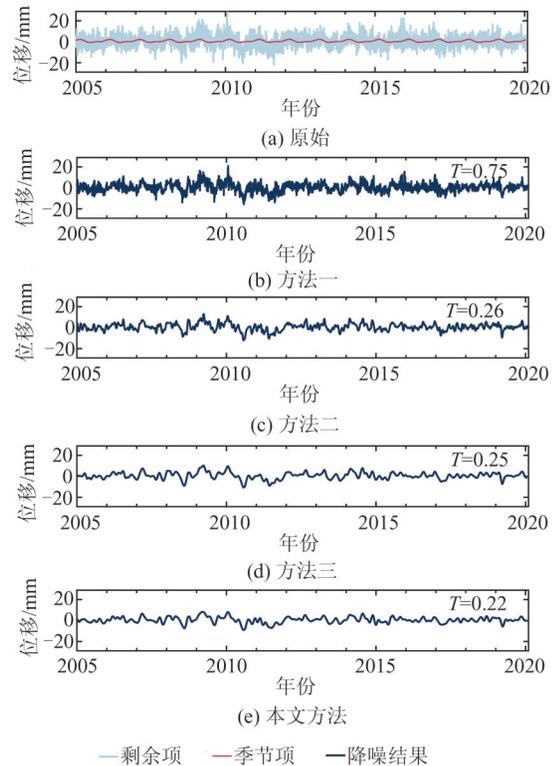


图 7 AZU1 站 U 方向降噪结果及季节项  
Fig. 7 Denoising and Seasonal Results of U Component at AZU1 Station

图 9 统计了 117 个 GNSS 测站在 N、E、U 3 个方向原始和降噪残差的 STD 以及降噪结果的  $T$  值。表 2 为 117 个 GNSS 测站 3 个方向残差的 STD 和降噪结果  $T$  值的均值。由图 9(a)和表 2 可以看出,117 个 GNSS 测站中,原始时间序列残差的 STD 均为最大值,4 种滤波方法所得残差的 STD 相较于原始序列均有明显提升,说明 4 种方法均可不同程度地去除序列中的噪声。超过 90% 的测站降噪结果中,由本文方法得到的残差 STD 处于最低水平,说明了本文方法可稳定有

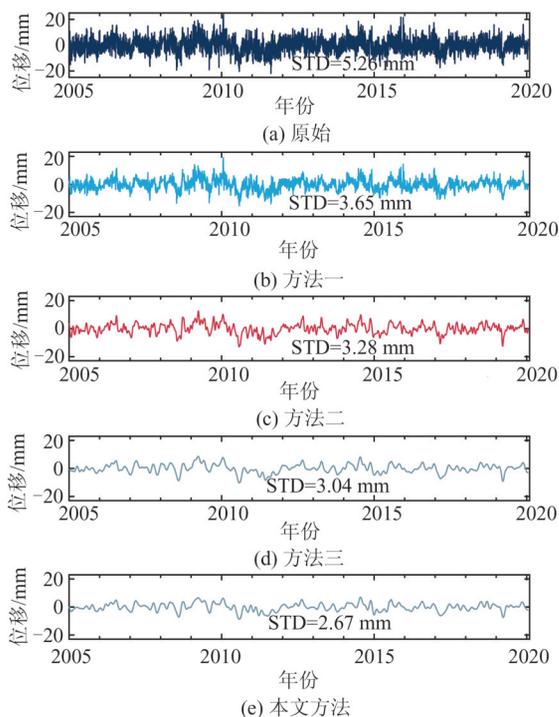


图8 AZU1站U方向原始和降噪残差序列

Fig. 8 Original and Denoised Residual Time Series of U Component at AZU1 Station

效地去除原始GNSS时间序列中的噪声影响。此外,由本文方法得到的T值整体上低于其他方法所得T值,表明本文方法在降噪的同时考虑了信号的细节信息和逼近信息,保留了更多的有用信号。

方法二和方法三在U方向上的表现整体优于方法一结果,这可能是因为CEEMD方法在处理非线性非平稳的时间序列时具有一定的优势。

值得注意的是,多数测站在N、E方向的WT降噪结果要优于方法二和方法三结果,其原因可能是:原始时序中N、E方向的噪声水平较低,而这两种方法在确定IMF最佳重构层数时存在一定程度的误差,使部分有用信号被当作噪声剔除。而本文方法通过在初始滤波中最大限度地保留原始信号,再经小波变换有效去除高频噪声,显著减少了对有用信号的误删,从而实现了更优的降噪效果。与原始时间序列的残差相比,本文方法降噪残差的STD均值在N、E、U方向分别降低了43%、43%、46%;与方法二相比,N、E、U方向的去噪性能分别提升37%、40%、32%;相较于方法三,去噪性能分别提升23%、32%、16%。

## 4 结语

针对传统基于CV的CEEMD方法在GNSS坐标时间序列的噪声识别与剔除过程中存在的问题,本文结合了CEEMD在处理非线性、非平稳数据和WT在处理高频噪声方面的优势,提出了一种联合CV和CEEMD-WT的自适应滤波降噪方法。本文方法有效削弱了CV随机性产生的影响,使初始滤波结果保留了更多的有用信号,并利用WT对其中残余的高频噪声进行二次降噪处理,实现较优的降噪效果。通过4组模拟信号和117个GNSS连续跟踪站坐标时间序列的降噪处理验证了本文方法的有效性,并得出以下结论:

1) 真实数据分析结果表明,相对于WT、基于CV的CEEMD及基于CC的CEEMD方法,本文方法的降噪效果分别提升27%、36%、24%。

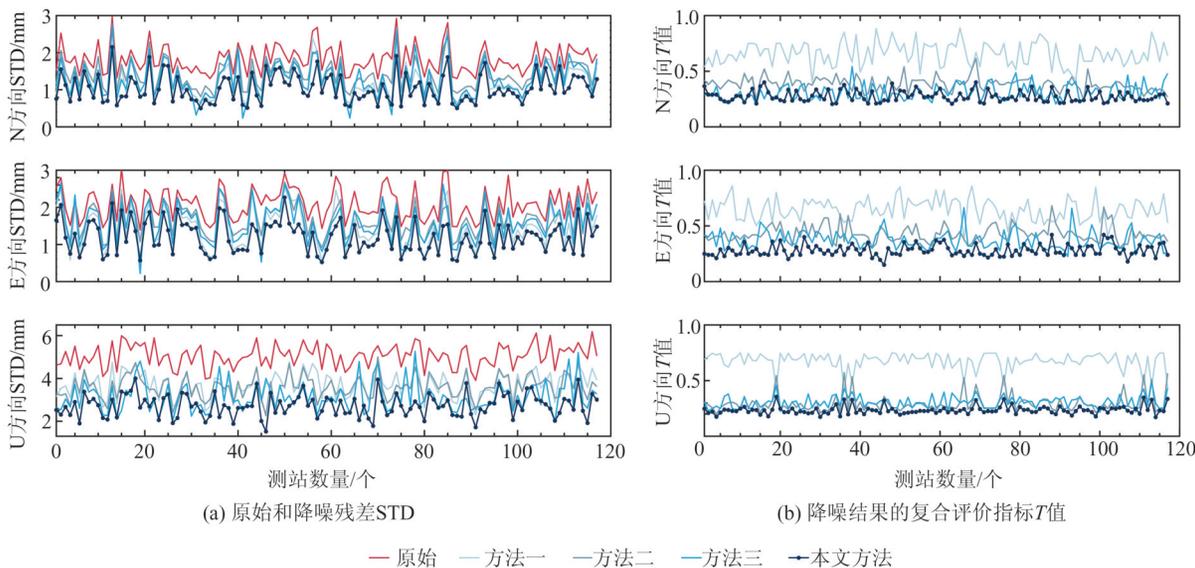


图9 117个GNSS测站3个方向的STD和T值

Fig. 9 STD and T Values of Three Directions Components of 117 GNSS Stations

表 2 117 个 GNSS 测站 3 个方向的 STD 和 T 值均值

Table 2 Average of STDs and T Values for Three Directions Components at 117 GNSS Stations

方向	STD/mm					T			
	原始	方法一	方法二	方法三	本文方法	方法一	方法二	方法三	本文方法
N	1.82	1.26	1.38	1.28	1.04	0.66	0.39	0.31	0.27
E	2.09	1.49	1.64	1.58	1.20	0.65	0.43	0.37	0.28
U	5.05	3.72	3.59	3.15	2.72	0.68	0.30	0.31	0.23

2) 本文方法可稳定有效地识别水平和垂直方向的噪声项,能够在初始筛选准则产生误差时对降噪结果进行纠正,极大程度地避免了有用信号被误删的可能。超过 90% 的测站降噪结果中,本文方法得到的结果均为最优,证明了本文方法的可靠性和稳定性。

3) 本文方法顾及到前几个 IMF 分量中混叠的低频信号,能够在保留原始数据有用信号(如季节信号)的同时,剔除信号层中残留的高频噪声,在一定程度上改善了 CEEMD 方法存在的模态混叠效应,降低了有用信号被当作噪声剔除的概率。

### 参 考 文 献

- [1] TARAYOUN A, MAZZOTTI S, CRAYMER M, et al. Structural Inheritance Control on Intraplate Present-Day Deformation: GPS Strain Rate Variations in the Saint Lawrence Valley, Eastern Canada[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2018, 123(8): 7004-7020.
- [2] 陈长云,尹海权. 新疆地区现今地壳变形特征与强震危险性概率预测[J]. *地震地质*, 2025, 47(2): 384-404.  
CHEN Changyun, YIN Haiquan. Crustal Deformation Characteristics and Probability Prediction of Strong Earthquake Risk in Xinjiang and Its Adjacent Region [J]. *Seismology and Geology*, 2025, 47(2): 384-404.
- [3] 李志才,陈智,武军郦,等. 基于高频 GNSS 观测的甘肃积石山 Ms 6.2 地震同震形变[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2025, 50(2): 236-246.  
LI Zhicai, CHEN Zhi, WU Junli, et al. Coseismic Deformation of the ms 6.2 Jishishan Earthquake in Gansu Province Based on High-Frequency GNSS Observation[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(2): 236-246.
- [4] MAZZOTTI S, LAMBERT A, HENTON J, et al. Absolute Gravity Calibration of GPS Velocities and Glacial Isostatic Adjustment in Mid-Continent North America [J]. *Geophysical Research Letters*, 2011, 38(24):33-46.
- [5] PRAWIRODIRDJO L, BOCK Y. Instantaneous Global Plate Motion Model from 12 Years of Continuous GPS Observations [J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2004, 109(B8): 84-90.
- [6] 姜卫平,谢秉辰,陈渠森,等. 融合 GNSS 与 RTS 观测值的紧组合变形监测方法研究[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2025, 50(5): 823-835.  
JIANG Weiping, XIE Bingchen, CHEN Qusen, et al. A Tightly Coupled Deformation Monitoring Method Combining GNSS and RTS Observations [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2025, 50(5): 823-835.
- [7] 周茂盛,郭金运,沈毅,等. 基于多通道奇异谱分析的 GNSS 坐标时间序列共模误差的提取[J]. *地球物理学报*, 2018, 61(11): 4383-4395.  
ZHOU Maosheng, GUO Jinyun, SHEN Yi, et al. Extraction of Common Mode Errors of GNSS Coordinate Time Series Based on Multi-channel Singular Spectrum Analysis [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2018, 61(11): 4383-4395.
- [8] 庄文泉,李君,郝明,等. 利用加密 GNSS 数据和震源机制解分析川滇块体南部现今地壳活动特性[J]. *大地测量与地球动力学*, 2021, 41(7): 732-738.  
ZHUANG Wenquan, LI Jun, HAO Ming, et al. Study on the Characteristics of Current Crustal Activity in the Southern Sichuan-Yunnan Block Using Dense GNSS Data and Focal Mechanism Solution [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2021, 41(7): 732-738.
- [9] ZHOU X H, YANG Y L, CHEN Q S, et al. A Robust Trend Estimator for GNSS Time Series in the Presence of Complex Periodicity and Its Evaluation on Multi-source Products of IGS and IGMAS [J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(4): 103.
- [10] ZHONG P, DING X L, ZHENG D W, et al. Adaptive Wavelet Transform Based on Cross-Validation Method and Its Application to GPS Multipath Mitigation [J]. *GPS Solutions*, 2008, 12(2): 109-117.
- [11] 朱建军,章浙涛,匡翠林,等. 一种可靠的小波去

- 噪质量评价指标[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(5): 688-694.
- ZHU Jianjun, ZHANG Zhetao, KUANG Cuilin, et al. A Reliable Evaluation Indicator of Wavelet De-Noising[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(5): 688-694.
- [12] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The Empirical Mode Decomposition and the Hilbert Spectrum for Nonlinear and Non-Stationary Time Series Analysis[J]. *Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454 (1971): 903-995.
- [13] OGAJA C, WANG J L, RIZOS C. Detection of Wind-Induced Response by Wavelet Transformed GPS Solutions [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2003, 129(3): 99-104.
- [14] KALOOP M R, KIM D. De-Noising of GPS Structural Monitoring Observation Error Using Wavelet Analysis[J]. *Geomatics, Natural Hazards and Risk*, 2016, 7(2): 804-825.
- [15] 刘希康, 丁志峰, 李媛, 等. EMD在GNSS时间序列周期项处理中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(1): 135-145.
- LIU Xikang, DING Zhifeng, LI Yuan, et al. Application of EMD to GNSS Time Series Periodic Term Processing[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(1): 135-145.
- [16] 张双成, 何月帆, 李振宇, 等. EMD用于GPS时间序列降噪分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2017, 37(12): 1248-1252.
- ZHANG Shuangcheng, HE Yuefan, LI Zhenyu, et al. EMD for Noise Reduction of GPS Time Series [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2017, 37(12): 1248-1252.
- [17] 李艳艳, 殷海涛, 韩林桥. 利用MSMPCA去噪的CEEMD方法监测高频GNSS同震形变[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(3): 352-360.
- LI Yanyan, YIN Haitao, HAN Linqiao. A Denoising Method of MSMPCA Based on CEEMD for Coseismic Deformation Monitoring with High-Frequency GNSS [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47 (3) : 352-360.
- [18] WU Z H, HUANG N E. Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Noise-Assisted Data Analysis Method [J]. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2009, 1(1): 1-41.
- [19] YE H J R, SHIEH J S, HUANG N E. Complementary Ensemble Empirical Mode Decomposition: A Novel Noise Enhanced Data Analysis Method [J]. *Advances in Adaptive Data Analysis*, 2010, 2(2) : 135-156.
- [20] 戴吾蛟, 丁晓利, 朱建军, 等. 基于经验模式分解的滤波去噪法及其在GPS多路径效应中的应用[J]. 测绘学报, 2006, 35(4): 321-327.
- DAI Wujiao, DING Xiaoli, ZHU Jianjun, et al. EMD Filter Method and Its Application in GPS Multipath [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2006, 35(4): 321-327.
- [21] 贾瑞生, 赵同彬, 孙红梅, 等. 基于经验模态分解及独立成分分析的微震信号降噪方法[J]. 地球物理学报, 2015, 58(3): 1013-1023.
- JIA Ruisheng, ZHAO Tongbin, SUN Hongmei, et al. Micro-Seismic Signal Denoising Method Based on Empirical Mode Decomposition and Independent Component Analysis [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2015, 58(3): 1013-1023.
- [22] NASON G P. Wavelet Shrinkage Using Cross-Validation [J]. *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 1996, 58(2) : 463-479.
- [23] CLARK R M, THOMPSON R. An Objective Method for Smoothing Palaeomagnetic Data [J]. *Geophysical Journal International*, 1978, 52(2) : 205-213.
- [24] 钟萍, 丁晓利, 郑大伟, 等. 一种基于交叉验证技术的自适应小波变换及其在削减GPS多路径误差中的应用[J]. 测绘学报, 2007, 36(3): 279-285.
- ZHONG Ping, DING Xiaoli, ZHENG Dawei, et al. An Adaptive Wavelet Transform Based on Cross-Validation and Its Application to Mitigate GPS Multipath Effects [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2007, 36(3): 279-285.
- [25] 王德军, 熊永良, 徐韶光. 利用窗口小波去噪的高精度动态单历元定位算法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(6): 779-784.
- WANG Dejun, XIONG Yongliang, XU Shaoguang. A Precise Kinematic Single Epoch Positioning Algorithm Using Moving Window Wavelet Denoising [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(6): 779-784.
- [26] 罗飞雪, 戴吾蛟, 伍锡锈. 基于交叉认证的EMD滤波及其在GPS多路径效应中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2012, 37(4): 450-453.
- LUO Feixue, DAI Wujiao, WU Xixiu. EMD Filtering Based on Cross-Validation and Its Application in GPS Multipath [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2012, 37 (4) : 450-453.
- [27] 王欢雪, 刘建国, 张天舒, 等. 一种基于交叉认证

- 和经验模态分解的滤波算法及其在激光雷达回波信号降噪处理中的应用[J]. 中国激光, 2014, 41(10): 1014001.
- WANG Huanxue, LIU Jianguo, ZHANG Tianshu, et al. An Empirical Mode Decomposition Algorithm Based on Cross Validation and Its Application to LiDAR Return Signal De-Noising [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(10): 234-241.
- [28] 戴海亮, 孙付平, 姜卫平, 等. 小波多尺度分解和奇异谱分析在 GNSS 站坐标时间序列分析中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(3): 371-380.
- DAI Hailiang, SUN Fuping, JIANG Weiping, et al. Application of Wavelet Decomposition and Singular Spectrum Analysis to GNSS Station Coordinate Time Series [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(3): 371-380.
- [29] LI Y Y, XU C J, YI L, et al. A Data-Driven Approach for Denoising GNSS Position Time Series [J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(8): 905-922.
- [30] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage [J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425-455.
- [31] ALHARBI N, HASSANI H. A New Approach for Selecting the Number of the Eigenvalues in Singular Spectrum Analysis [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2016, 353(1): 1-16.
- [32] BOGUSZ J, KLOS A. On the Significance of Periodic Signals in Noise Analysis of GPS Station Coordinates Time Series [J]. *GPS Solutions*, 2016, 20(4): 655-664.
- [33] 徐天河, 李云伟. 利用 GNSS 折射测量技术反演小麦体积含水量[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(1): 27-36.
- XU Tianhe, LI Yunwei. Inversion of Wheat Volumetric Water Content Using GNSS Refractometry [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(1): 27-36.
- [34] BOS M S, FERNANDES R M S, WILLIAMS S D P, et al. Fast Error Analysis of Continuous GNSS Observations with Missing Data [J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(4): 351-360.