



引文格式:章繁,柴洪洲,王敏,等.组合GPS/GLONASS三频观测值的非差非组合PPP模糊度快速固定[J].武汉大学学报(信息科学版),2024,49(10):1900-1910.DOI:10.13203/j.whugis20220315

Citation: ZHANG Fan, CHAI Hongzhou, WANG Min, et al. Undifferenced and Uncombined PPP Ambiguity Resolution Combined with GPS/GLONASS Triple-Frequency Observations[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, 49(10):1900-1910.DOI:10.13203/j.whugis20220315

组合GPS/GLONASS三频观测值的非差非组合PPP模糊度快速固定

章繁¹ 柴洪洲¹ 王敏¹ 肖国锐¹ 张乾坤¹ 杜祯强¹

¹ 信息工程大学地理空间信息学院,河南 郑州,450001

摘要:俄罗斯全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GLONASS)目前有4颗GLONASS-M+卫星和两颗GLONASS-K1卫星支持在第3个频点传输码分多址(code division multiple access, CDMA)信号,使得研究GLONASS三频精密单点定位(precise point positioning, PPP)成为可能。为顺应多频多系统发展趋势,研究了联合GPS和GLONASS三频观测值的非差非组合PPP模糊度固定(ambiguity resolution, AR)模型与方法,推导了顾及频率间钟偏差(inter-frequency clock bias, IFCB)影响的GPS+GLONASS三频非差非组合PPP模型,给出了服务端三频非差未校验相位延迟(uncalibrated phase delay, UPD)估计方法和用户端三频PPP-AR策略。但限于当前GLONASS三频观测数据数量及其分布,实验中组合GPS和GLONASS观测值进行三频非组合PPP-AR,但只固定GPS三频模糊度,而GLONASS模糊度保持其浮点形式。利用全球分布的300余个多模全球卫星导航系统实验跟踪网(multi-GNSS(global navigation satellite system) experiment, MGEX)测站估计IFCB和UPD改正产品,14个MGEX测站用于用户端PPP-AR性能评估,结果表明:组合GPS和GLONASS观测值进行三频非组合PPP-AR,但只固定GPS三频模糊度实现了快速收敛,此外相对于GPS单系统三频PPP-AR,静态解在东、北、天和三维方向上定位精度提升幅度分别达到80.7%、60.0%、61.0%和63.8%,伪动态解提升分别达到41.9%、14.5%、11.6%和16.3%。若忽略GLONASS三频IFCB误差,组合GPS和GLONASS三频PPP-AR在收敛序列出现较大幅度的波动,定位性能甚至不及GPS单系统固定解。组合GPS和GLONASS观测值进行三频非组合PPP-AR可实现模糊度快速固定,静态和伪动态实验模糊度平均首次固定时间分别为12.3、12.9 min,相较于GPS单系统提升显著,其中伪动态实验提升率达53.8%。此外,相对于组合GPS三频观测值和GLONASS双频观测值方案,添加GLONASS三频观测值后,伪动态偏差序列稳定性得到小幅改善。

关键词:GPS+GLONASS;非差非组合PPP;三频AR;FDMA+CDMA观测值

中图分类号:P228

文献标识码:A

收稿日期:2022-12-28

DOI:10.13203/j.whugis20220315

文章编号:1671-8860(2024)10-1900-11

Undifferenced and Uncombined PPP Ambiguity Resolution Combined with GPS/GLONASS Triple-Frequency Observations

ZHANG Fan¹ CHAI Hongzhou¹ WANG Min¹ XIAO Guorui¹

ZHANG Qiankun¹ DU Zhenqiang¹

¹ School of Geospatial Information, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China

Abstract: Objectives: Currently, two global navigation satellite system (GLONASS) -K1 and four GLONASS-M+ satellites transmit code division multiple access (CDMA) signals on the third frequency in addition to the traditional frequency division multiple access (FDMA) signals on the first two frequencies, making it possible for GLONASS joint use of FDMA and CDMA signals for precise point positioning (PPP). To follow with the trend of multi-frequency and multi-system, GPS+GLONASS triple-frequency uncombined PPP ambiguity resolution (AR) model is investigated. Methods: First, a GPS+GLONASS

基金项目:陆军工程大学青年自主创新基金(KYTYHKQTZQ23010);国家自然科学基金(42074014)。

第一作者:章繁,博士,讲师,主要研究方向为组合导航/GNSS精密定位。zfan_geodesy@163.com

通讯作者:柴洪洲,教授。chaihz1969@163.com

triple-frequency uncombined PPP model considering the inter-frequency clock bias (IFCB) of GPS and GLONASS systems is presented. Then we present the triple-frequency uncalibrated phase delay (UPD) estimation method and PPP-AR algorithm. However, limited to the number of GLONASS triple-frequency observations and its distribution, we combine GPS and GLONASS triple-frequency observations for PPP-AR, but only fix GPS triple-frequency ambiguities, while GLONASS ambiguity maintains its floating-point form. The IFCB and UPD products are estimated by more than 300 multi-GNSS experiment (MGEX) stations distributed around the world, and another 14 MGEX stations are used to evaluate PPP-AR performance. **Results:** Experimental results demonstrate that the best positioning performance has been achieved by our algorithm. Compared with GPS triple-frequency PPP-AR, the positioning accuracies of the static experiments in the east, north, up and 3D directions are improved by 80.7%, 60.0%, 61.0% and 63.8% respectively, and that of the simulated dynamic experiments are improved by 41.9%, 14.5%, 11.6% and 16.3%. However, if GLONASS IFCB errors are ignored, the stability of the convergence series of the combined triple-frequency PPP-AR will be harmed, causing the positioning performance even inferior to GPS single system. Moreover, our algorithm achieves rapid ambiguity resolutions. The average time to first fix time of static and simulated dynamic experiments of our model is about 12.3 and 12.9 min respectively, which is significantly improved compared with GPS, in which the improvement of the simulated dynamic experiment is 53.8%. Besides, compared with the scheme of combining GPS triple-frequency observations and GLONASS dual-frequency observations, after integrating GLONASS CDMA observations, the stability of the positioning time series of the simulated dynamic experiments is effectively improved, and the root mean square value of positioning errors in each direction can be reduced. **Conclusions:** These results demonstrate that the best positioning performance can be achieved by the proposed GPS+GLONASS triple-frequency PPP-AR. Moreover, GLONASS IFCB errors must be carefully investigated and calibrated beforehand. However, limited by the number of GLONASS CDMA datasets and other factors, it is difficult to perform GLONASS triple-frequency PPP-AR with FDMA and CDMA signals currently. In the future work, we will focus on the investigation of GLONASS triple-frequency PPP-AR.

Key words: GPS+GLONASS; undifferenced and uncombined PPP; triple-frequency ambiguity resolution; FDMA+CDMA observations

随着 GPS 和俄罗斯导航卫星系统(global navigation satellite system, GLONASS)的现代化更新与发展,越来越多的卫星支持为用户提供多频观测信号。作为发展最早的全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS), GPS 目前拥有 32 颗在轨运行的完整星座,其中 12 颗 BLOCK-II F 卫星能够提供三频码分多址(code division multiple access, CDMA)观测值,下一代的 GPS III 卫星(已有 4 颗在轨)也将全部支持三频信号^[1]。GLONASS 系统目前拥有 24 颗在轨卫星,包括 GLONASS-M、GLONASS-M+和 GLONASS-K 卫星,其中 4 颗 GLONASS-M+卫星(伪随机噪声(pseudo-random noise, PRN): R04、R05、R12、R21)和两颗 GLONASS-K1 卫星(PRN: R09、R26)除了支持在传统 L1 和 L2 两个频率上传输频分多址(frequency division multiple access, FDMA)信号之外,还能够为用户在第 3

个频率上额外提供 CDMA 观测值^[2],使得利用 GLONASS CDMA+FDMA 信号进行三频 PPP 研究成为可能。

目前大量研究报道集中于 GPS 三频周跳探测与修复^[3]未校验相位延迟(uncalibrated phase delay, UPD)估计^[4]频率间钟偏差(inter-frequency clock bias, IFCB)估计与改正^[5-6]和多频精密单点定位(precise point positioning, PPP)^[7-8]等方面,而对 GLONASS 三频观测值的公开报道较少。文献[9]研究了利用 R21-R26 卫星对进行整数模糊度固定(ambiguity resolution, AR)及定位的方法,文献[10]利用 CDMA 和 FDMA 观测值评估了 GLONASS 短基线实时动态载波相位差分性能。文献[11]研究了 GLONASS 存在的频率间钟偏差 IFCB 问题,结果表明, GLONASS-K 卫星 R09 的 IFCB 量级较小,一般可忽略,而 GLONASS-M+ 卫星 R21 的 IFCB 量级可达

0.3 m,甚至超过GPS卫星。因此,与GPS类似,在进行GLONASS三频PPP计算时,必须考虑IFCB误差的影响及其改正,而目前尚未见有公开文献讨论。

现如今PPP技术在各行各业有着广泛应用,但传统双频浮点解仍然存在初始化时间长、精度和可靠性偏低的问题,如果能够正确固定模糊度,就能大大提高PPP的定位性能,缩短收敛时间^[12-13]。实现固定解的关键是有效分离卫星端和接收机端的相位小数偏差,文献[12]首次基于全球分布的参考站网和星间单差模型估计得到了卫星端未校验的相位延迟(uncalibrated phase delay, UPD)产品,并成功应用于用户端,实现了PPP-AR解,定位精度相对于浮点解提升了30%。文献[14]在文献[12]的基础上基于最小二乘模糊度降相关平差(least-squares ambiguity decorrelation adjustment, LAMBDA)实现了非差窄巷(narrow lane, NL)模糊度的固定,基于小时观测数据进行静态PPP实验,结果表明固定解相对于浮点解在定位精度方面提升幅度达到68%。随着新一代卫星,如BDS和GPS BLOCK-II F卫星等能够播发3个及以上频率的信号,多频多系统PPP-AR研究迅速成为热点并取得了一系列重要研究成果^[15-18]。文献[15]研究了GPS三频AR解,实现了GPS模糊度的快速固定。文献[19]研究了基于原始观测值的北斗卫星导航系统(Bei-Dou satellite navigation system, BDS)三频UPD估计方法,并实现了BDS三频PPP-AR解,结果表明其在定位精度和收敛时间方面显著优于三频浮点解。文献[20]进一步研究了BDS+Galileo三频PPP-AR,结果表明与浮点解相比,静态和仿动态的固定解定位精度提高了30%~70%不等,相较于双频PPP-AR,模糊度首次固定时间(time to first fix, TTFF)和定位精度方面也得到了明显提升。

GLONASS第3个频率CDMA观测值的加入为构建多GNSS系统统一的三频PPP-AR模型提供了有利条件。为顺应多频多系统发展趋势,本文研究了组合GPS和GLONASS的三频非组合PPP-AR模型与方法。首先推导了顾及GLONASS IFCB的GPS+GLONASS三频非差非组合PPP模型,接着介绍了服务端基于非差非组合模型的超宽巷(extra-wide lane, EWL)、宽巷(wide lane, WL)和NL模糊度估计方法,然后给出了本文的三频PPP-AR方法,最后进行了实验。

1 模型原理

GPS和GLONASS原始载波相位 $L_{r,i}^{j,S}$ (单位:m)和伪距观测值 $P_{r,i}^{j,S}$ (单位:m)可表示为:

$$\begin{cases} P_{r,i}^{j,S} = \rho_r^{j,S} + c(\delta t_r^S - \delta t_i^{j,S}) + \mu_i^S I_{r,1}^{j,S} + \\ m_r^{j,S} T_r + d_{r,i}^S - d_i^{j,S} + \epsilon_{P_i}^S \\ L_{r,i}^{j,S} = \rho_r^{j,S} + c(\delta t_r^S - \delta t_i^{j,S}) - \mu_i^S I_{r,1}^{j,S} + \\ m_r^{j,S} T_r + \lambda_i^S (b_{r,i}^S - b_i^{j,S} + N_{r,i}^{j,S}) + \epsilon_{L_i}^{j,S} \end{cases} \quad (1)$$

式中, j, r, i, S 分别表示卫星PRN号、接收机、频率号($i=1, 2, 3$)和GNSS系统($S=G$ (GPS系统)、 R (GLONASS系统)); $N_{r,i}^{j,S}$ 表示整周模糊度; $\rho_r^{j,S}$ 表示接收机到卫星的几何距离; δt_r^S 和 $\delta t_i^{j,S}$ 分别为接收机和卫星钟差; c 表示真空中的光速; T_r 和 $m_r^{j,S}$ 分别为对流层延迟及其投影函数; $\mu_i^S = f_1^2/f_i^2$ 表示电离层系数因子; $I_{r,1}^{j,S}$ 为第一频率的电离层参数; λ_i^S 为第 i 个频率的波长; $d_i^{j,S}$ 和 $d_{r,i}^S$ 分别表示卫星和接收机端的伪距硬件延迟; $b_i^{j,S}$ 和 $b_{r,i}^S$ 分别表示卫星和接收机端的相位硬件延迟; $\epsilon_{P_i}^S$ 、 $\epsilon_{L_i}^{j,S}$ 分别为伪距和载波相位包含其多路径误差等在内的观测噪声。

1.1 顾及IFCB改正的GPS/GLONASS三频非差非组合PPP模型

GLONASS系统需要特别考虑其FDMA信号导致的频率间偏差(inter-frequency bias, IFB)。文献[21]表明GLONASS IFB可以表示为 $d_{r,i}^{j,R} = d_{r,i}^{j_0,R} + H_{r,i}^{j,R}$,其中, j_0 表示频率号为0的GLONASS卫星, $d_{r,i}^{j_0,R}$ 为IFB, $H_{r,i}^{j,R}$ 是与卫星和频率号相关的IFB。在正确进行所有模型改正且应用精密钟差和轨道产品后,GLONASS的三频线性化观测方程可表示为:

$$\begin{cases} \Delta P_{r,1}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} + \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + \epsilon_{P_1}^{j,R} \\ \Delta P_{r,2}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} + \mu_2^{j,R} \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + H_{r,12}^{j,R} + \epsilon_{P_2}^{j,R} \\ \Delta P_{r,3}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} + \mu_3^{j,R} \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + \zeta_r^{j,R} + \epsilon_{P_3}^{j,R} \\ \Delta L_{r,1}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} - \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + \lambda_1^{j,R} B_{r,1}^{j,R} + \epsilon_{L_1}^{j,R} \\ \Delta L_{r,2}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} - \mu_2^{j,R} \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + \lambda_2^{j,R} B_{r,2}^{j,R} + \epsilon_{L_2}^{j,R} \\ \Delta L_{r,3}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c\delta\tilde{t}_r^{j_0,R} - \mu_3^{j,R} \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + \\ m_r^{j,R} T_r + \lambda_3^{j,R} B_{r,3}^{j,R} + \Omega_{UC}^{j,R} + \epsilon_{L_3}^{j,R} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $B_{r,i}^{j,R}$ 表示3个频率的等效模糊度; $\Omega_{UC}^{j,R}$ 表示非差非组合IFCB偏差;上标 \sim 表示重组的等效

参数,其余各参数如下:

$$\begin{cases} H_{r,12}^{j,R} = H_{r,2}^{j,R} - \mu_2^{j,R} H_{r,1}^{j,R} \\ \tilde{I}_{r,1}^{j,R} = I_{r,1}^{j,R} + H_{r,1}^{j,R} + \beta_{12}^{j,R} (d_{r,1}^{j_0,R} - d_{r,2}^{j_0,R}) \\ \zeta_r^{j,R} = -\mu_3^{j,R} \beta_{12}^{j,R} (d_{r,1}^{j_0,R} - d_{r,2}^{j_0,R} + d_1^{j,R} - d_2^{j,R}) + \\ d_{IF12}^{j,R} - d_{r,IF12}^{j_0,R} - \mu_3^{j,R} H_{r,1}^{j,R} + d_{r,3}^{j,R} - d_3^{j,R} \\ \lambda_1^{j,R} B_{r,1}^{j,R} = \lambda_1^{j,R} N_{r,1}^{j,R} + \lambda_1^{j,R} b_{r,1}^{j,R} - \lambda_1^{j,R} b_1^{j,R} + d_{IF12}^{j,R} - \\ d_{r,IF12}^{j,R} + H_{r,1}^{j,R} + \beta_{12}^{j,R} (d_{r,1}^{j_0,R} - d_{r,2}^{j_0,R}) \\ \lambda_2^{j,R} B_{r,2}^{j,R} = \lambda_2^{j,R} N_{r,2}^{j,R} + \lambda_2^{j,R} b_{r,2}^{j,R} - \lambda_2^{j,R} b_2^{j,R} + \\ d_{IF12}^{j,R} - d_{r,IF12}^{j,R} + \mu_2^{j,R} H_{r,1}^{j,R} + \mu_2^{j,R} \beta_{12}^{j,R} (d_{r,1}^{j_0,R} - d_{r,2}^{j_0,R}) \\ \lambda_3^{j,R} B_{r,3}^{j,R} = \lambda_3^{j,R} N_{r,3}^{j,R} + \lambda_3^{j,R} b_{r,3}^{j,R} - \lambda_3^{j,R} b_3^{j,R} + d_{IF12}^{j,R} - \\ d_{r,IF12}^{j,R} + \mu_3^{j,R} H_{r,1}^{j,R} + \mu_3^{j,R} \beta_{12}^{j,R} (d_{r,1}^{j_0,R} - d_{r,2}^{j_0,R}) \\ \beta_{12}^{j_0,R} = - (f_2^{j_0,R})^2 / ((f_1^{j_0,R})^2 - (f_2^{j_0,R})^2) \end{cases} \quad (3)$$

由于第 3 个频率伪距观测值与前两个频率观测值共用一个接收机钟差参数,因而在观测方程中引入了额外的伪距偏差 $\zeta_r^{j,R}$ 。此外,由于国际 GNSS 服务机构提供的精密钟差产品基于 L1/L2 频率消电离层组合求得,当第 3 个频率观测值使用该钟差产品时,即引入了频率间钟偏差 $\Omega_{UC}^{j,R}$,其定义为使用 L1/L2 和 L1/L3 观测值计算的卫星钟差之差^[22]。因此,IFCB 误差必须提前得到改正。由于卫星相位硬件延迟可被分为不随时间变化部分 \tilde{b}_i^j 和随时间变化部分 δb_i^j ,接收机相位硬件延迟同理,则:

$$\begin{cases} b_i^j = \tilde{b}_i^j + \delta b_i^j \\ b_{r,i}^j = \tilde{b}_{r,i}^j + \delta b_{r,i}^j \end{cases} \quad (4)$$

基于无几何无电离层(geometry-free and iono-

spheric-free, GFIF)组合的历元间差分法估计消电离层频率间钟偏差 $\Omega_{IF}^{j,R}$ 为:

$$E(L_1, L_2, L_3) = O_{IF,r,L1/L2}^{j,R} - O_{IF,r,L1/L3}^{j,R} = \bar{N}_E + \Omega_{IF}^{j,R} \quad (5)$$

式中, $E(L_1, L_2, L_3)$ 表示 GFIF 组合; $O_{IF,r,L1/L2}^{j,R}$ 、 $O_{IF,r,L1/L3}^{j,R}$ 分别表示 L1/L2 频率和 L1/L3 频率的消电离层组合;模糊度 \bar{N}_E 及 IFCB 参数 $\Omega_{IF}^{j,R}$ 可表示为:

$$\begin{cases} \bar{N}_E = (\alpha_{12} N_{r,1}^j - \beta_{12} N_{r,2}^j) - (\alpha_{13} N_{r,1}^j - \beta_{13} N_{r,3}^j) \\ + (\alpha_{12} b_{r,1}^j - \beta_{12} b_{r,2}^j) - (\alpha_{13} b_{r,1}^j - \beta_{13} b_{r,3}^j) + \\ (\alpha_{12} \tilde{b}_1^j - \beta_{12} \tilde{b}_2^j) - (\alpha_{13} \tilde{b}_1^j - \beta_{13} \tilde{b}_3^j) \\ \Omega_{IF}^{j,R} = (\alpha_{12} \delta b_1^j - \beta_{12} \delta b_2^j) - (\alpha_{13} \delta b_1^j - \beta_{13} \delta b_3^j) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\alpha_{mn} = f_m^2 / (f_m^2 - f_n^2)$; $\beta_{mn} = -f_n^2 / (f_m^2 - f_n^2)$ 。采用历元间差分法^[23-24]即可求得消电离层组合频率间钟偏差 $\Omega_{IF}^{j,R}$ 。值得注意的是, GLONASS 相位 IFCB 的表达形式和估计过程与 GPS 等 CDMA 系统相比,除了要注意 GLONASS 不同卫星的频率不同外,其他方面几乎一致^[24]。将所求的消电离层组合 IFCB 转换为非差非组合频率间钟偏差 $\Omega_{UC}^{j,R}$,以改正式(2)中的 IFCB 误差为:

$$\Omega_{UC}^{j,R} = - \frac{(f_1^2 - f_3^2)}{f_3^2} \Omega_{IF}^{j,R} \quad (7)$$

采用同样的方法估计 GPS 三频消电离层组合 IFCB 误差^[23],然后利用式(7)在 GPS 三频非差 PPP 模型中改正,即可得到 GPS+GLONASS 三频非差非组合 PPP 误差方程为:

$$\begin{cases} \Delta P_{r,1}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G + \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \epsilon_{P_1}^{j,G} \\ \Delta P_{r,2}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G + \mu_2^G \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \epsilon_{P_2}^{j,G} \\ \Delta P_{r,3}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G + \mu_3^G \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \zeta_r^{j,G} + \epsilon_{P_3}^{j,G} \\ \Delta P_{r,1}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} + \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + \epsilon_{P_1}^{j,R} \\ \Delta P_{r,2}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} + \mu_2^R \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + H_{r,12}^{j,R} + \epsilon_{P_2}^{j,R} \\ \Delta P_{r,3}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} + \mu_3^R \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + \zeta_r^{j,R} + \epsilon_{P_3}^{j,R} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Delta L_{r,1}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G - \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \lambda_1^G B_{r,1}^{j,G} + \epsilon_{L_1}^{j,G} \\ \Delta L_{r,2}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G - \mu_2^G \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \lambda_2^G B_{r,2}^{j,G} + \epsilon_{L_2}^{j,G} \\ \Delta L_{r,3}^{j,G} = \rho_r^{j,G} + c \tilde{d}_r^G - \mu_3^G \tilde{I}_{r,1}^{j,G} + m_r^{j,G} T_r + \lambda_3^G B_{r,3}^{j,G} + \epsilon_{L_3}^{j,G} \\ \Delta L_{r,1}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} - \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + \lambda_1^R B_{r,1}^{j,R} + \epsilon_{L_1}^{j,R} \\ \Delta L_{r,2}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} - \mu_2^R \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + \lambda_2^R B_{r,2}^{j,R} + \epsilon_{L_2}^{j,R} \\ \Delta L_{r,3}^{j,R} = \rho_r^{j,R} + c \tilde{d}_r^G + \Lambda^{R-G} - \mu_3^R \tilde{I}_{r,1}^{j,R} + m_r^{j,R} T_r + \lambda_3^R B_{r,3}^{j,R} + \epsilon_{L_3}^{j,R} \end{cases} \quad (9)$$

式中, $\Lambda^{R-G} = c(\tilde{d}_r^{j_0,R} - \tilde{d}_r^G)$ 表示系统间偏差;

以消除该秩亏^[21]。

$H_{r,12}^{j,R}$ 和 $\tilde{I}_{r,1}^{j,R}$ 线性相关,可逐历元添加 $\sum_{j=1}^n H_{r,12}^{j,R} = 0$

GPS 第 3 个频率上的伪距偏差 $\zeta_r^{j,G}$ 的计算公式为:

$$\zeta_r^{j,G} = -\mu_3^G \beta_{12}^G (d_{r,1}^G - d_{r,2}^G + d_{r,1}^{j,G} - d_{r,2}^{j,G}) + d_{r,12}^{j,G} - d_{r,12}^G + d_{r,3}^G - d_{r,3}^{j,G} \quad (10)$$

至此,给出了满秩的GPS/GLONASS三频非差非组合PPP模型。

1.2 服务端UPD产品估计

在估计UPD产品之前,IFCB误差必须预先进行改正。本文的GPS/GLONASS三频IFCB估计方法基于GFIF组合的历元间差分法,详细过程分别参考文献[23-24],在此不再赘述。实现PPP-AR的前提是需要基于参考站网计算UPD产品。UPD一般认为是产生于硬件延迟偏差并且被模糊度参数所吸收,破坏了模糊度的整周特性。在本文中将要计算EWL、WL和NL UPD产品。此外,由于仅估计GPS UPD产品,省略模糊度上标G。

首先,通过非差非组合PPP实数解得到的模糊度可以构造EWL模糊度 $\hat{B}_{r,ewl}^j$ 、WL模糊度 $\hat{B}_{r,wl}^j$ 和消电离层组合模糊度 $\hat{B}_{r,if}^j$:

$$\begin{cases} \hat{B}_{r,ewl}^j = \hat{B}_{r,2}^j - \hat{B}_{r,3}^j = N_{r,ewl}^j + d_{r,ewl} - d_{ewl}^j \\ \hat{B}_{r,wl}^j = \hat{B}_{r,1}^j - \hat{B}_{r,2}^j = N_{r,wl}^j + d_{r,wl} - d_{wl}^j \\ \hat{B}_{r,if}^j = \alpha_{12} \hat{B}_{r,1}^j + \beta_{12} \hat{B}_{r,2}^j \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\hat{B}_{r,1}^j$ 、 $\hat{B}_{r,2}^j$ 和 $\hat{B}_{r,3}^j$ 表示PPP的各历元模糊度实数估值; $d_{r,ewl}$ 和 $d_{r,wl}$ 分别表示EWL和WL接收机端UPD; d_{ewl}^j 和 d_{wl}^j 分别表示EWL和WL卫星端UPD。一旦完成WL UPD估计,WL UPD将被用于恢复整周模糊度,然后将WL整周模糊度 $N_{r,wl}^j$ 用于构造窄项模糊度 $\hat{B}_{r,nl}^j$:

$$\hat{B}_{r,nl}^j = \frac{f_1 + f_2}{f_1} \hat{B}_{r,if}^j - \frac{f_2}{f_1 - f_2} N_{r,wl}^j = N_{r,nl}^j + d_{r,nl} - d_{nl}^j \quad (12)$$

式中, $d_{r,nl}$ 表示接收机端NL UPD; d_{nl}^j 表示卫星端NL UPD。假设有 n 个测站,每个测站观测有 m 颗卫星,则EWL、WL和NL UPD可以通过最小二乘的方法估计,计算公式为:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_1^1 - N_1^1 \\ \vdots \\ \hat{B}_1^m - N_1^m \\ \hat{B}_2^1 - N_2^1 \\ \vdots \\ \hat{B}_2^m - N_2^m \\ \vdots \\ \hat{B}_n^1 - N_n^1 \\ \vdots \\ \hat{B}_n^m - N_n^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & S_1 \\ R_2 & S_2 \\ \vdots & \vdots \\ R_n & S_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_r \\ d^s \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, d_r 和 d^s 分别为多个测站接收机和卫星端的

UPD矩阵; R_i 和 S_i ($i=1,2,\dots,n$)分别表示接收机和卫星相位偏差的系数矩阵。上述UPD的估计过程中存在秩亏,因此,本文选择最多观测卫星的测站为基准站,其对应的接收机的UPD设为0以消除秩亏。GPS EWL和WL UPD单天估计一组,NL UPD 15 min估计一组。

1.3 用户端GPS/GLONASS三频PPP-AR

用户端实现AR解步骤如下:首先将模糊度参数在卫星 j 和 k 间作星间单差,以消除接收机端UPD的影响;然后,构造卫星EWL、WL和NL星间单差相位小数偏差 $\hat{d}_{ewl}^{j,k}$ 、 $\hat{d}_{wl}^{j,k}$ 和 $\hat{d}_{nl}^{j,k}$,通过星间单差UPD可将星间单差模糊度 $\hat{B}_{r,1}^{j,k}$ 、 $\hat{B}_{r,2}^{j,k}$ 和 $\hat{B}_{r,3}^{j,k}$ 转换为EWL、WL和NL星间单差模糊度 $\hat{B}_{r,ewl}^{j,k}$ 、 $\hat{B}_{r,wl}^{j,k}$ 和 $\hat{B}_{r,nl}^{j,k}$ 。其中, $\hat{B}_{r,ewl}^{j,k}$ 和 $\hat{B}_{r,wl}^{j,k}$ 的计算公式为:

$$\begin{bmatrix} \hat{B}_{r,ewl}^{j,k} \\ \hat{B}_{r,wl}^{j,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_{r,1}^{j,k} \\ \hat{B}_{r,2}^{j,k} \\ \hat{B}_{r,3}^{j,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{d}_{ewl}^{j,k} \\ \hat{d}_{wl}^{j,k} \end{bmatrix} \quad (14)$$

首先进行EWL AR,并采用LAMBDA算法搜索固定整周模糊度。一旦EWL模糊度成功固定,即通过模糊度增量^[4]更新电离层、接收机位置坐标等参数信息。然后,采用同样流程处理WL模糊度固定。将固定的WL模糊度用于固定窄项模糊度 $\hat{B}_{r,nl}^{j,k}$:

$$\hat{B}_{r,nl}^{j,k} = \begin{bmatrix} \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} & \frac{-f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{B}_{r,1}^{j,k} \\ \hat{B}_{r,2}^{j,k} \end{bmatrix} + \frac{f_2}{f_2 - f_1} \frac{\hat{B}_{r,wl}^{j,k} - \hat{d}_{wl}^{j,k}}{f_2 - f_1} + \hat{d}_{nl}^{j,k} \quad (15)$$

最后,利用成功固定后的模糊度增量更新接收机位置等参数,输出AR解。本文采用部分AR策略,基于卫星高度角信息和浮点模糊度方差等有效信息筛选模糊度子集,当剩余模糊度参数个数小于4时输出浮点解,LAMBDA搜索ratio检验值设为2。

2 非差非组合PPP模糊度固定实验与分析

选取320个全球分布的2020年年积日(day of year, DOY)120—150共计31 d的多模全球卫星导航系统实验跟踪网(multi-GNSS experiment, MGEX)测站用于服务端产品估计,数据采样率为30 s,另选14个MGEX测站用于PPP性能评估,这些测站能够观测到GPS和GLONASS的三频信号。用户端的PPP处理策略如表1所

示。TTFF 定义为模糊度在连续 10 个历元内保持固定状态且水平方向定位精度优于 5 cm,垂直方向定位精度优于 10 cm 所需要的时间,AR 的判断标准为 ratio 检验值大于 2,AR 率的统计标准为 AR 的历元与所有历元之比;收敛时间定义为水平方向定位精度连续 10 个历元内优于 5 cm,垂直方向优于 10 cm 所需要的时间,并以 igs.snx 文件中各测站的后验坐标作为参考真值。需要说明的是,本文使用了所有 GLONASS 卫星,无论其能否提供第三频点 CDMA 观测数据。

目前,实现 GLONASS 双频 PPP-AR 通常先基于同种类型接收机(包括接收机版本号)和同种类型天线的测站网估计 UPD,再进行用户端 PPP-AR 验证^[25]。而实现三频 PPP-AR 则更需要同时具备两项条件:(1)找到一个区域连续运行参考站或 MGEX 站网,网中包含大量具备同种类

型接收机(包括接收机版本号)和同种类型天线的测站;(2)这些测站均能够提供 GPS/GLONASS 三频观测数据。实际情况是受限于当前较少的 GLONASS 三频观测值的数量及其分布,很难找到满足上述要求的数据源,因此,本文组合 GPS 和 GLONASS 观测值进行三频非组合 PPP-AR,但只固定 GPS 模糊度,而 GLONASS 模糊度保持其浮点形式。此外,由于目前对 GLONASS 三频 IFCB 误差的认识较少,本文将进一步研究考虑或忽略该误差对于该 PPP-AR 结果的影响。实验共设置 4 组方案,分别为:(1)方案一:GPS 三频浮点解;(2)方案二:GPS 三频 AR 解;(3)方案三:GPS 三频 AR, GLONASS 三频浮点解,忽略 GLONASS IFCB 误差;(4)方案四:GPS 三频 AR, GLONASS 三频浮点解,改正 GLONASS IFCB 误差。

表 1 GPS+GLONASS 非差非组合 PPP 数据处理策略

Tab. 1 Data Processing Strategy of Undifferenced and Uncombined GPS+GLONASS PPP

项目	处理策略
采样间隔/s	30
观测值	GPS: L1、L2、L5 GLONASS: L1、L2、L3
参数估计方法	前向卡尔曼滤波
截止高度角/(°)	10
观测值权值分配	高度角模型
潮汐	(海潮、固体潮、极潮)模型改正
卫星天线相位中心改正	GPS/GLONASS L1、L2 频点采用 IGS 14 天线文件推荐值, GPS L5 和 GLONASS L3 频点采用 L2 的推荐值
接收机天线相位中心改正	GPS/GLONASS L1、L2 频点采用 IGS 14 天线文件推荐值, GPS L5 和 GLONASS L3 频点采用 L2 的推荐值
卫星星历和钟差	采用德国地学中心提供的精密星历和精密钟差
对流层延迟	先验模型改正+随机游走建模,功率谱密度 $1.7 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$
电离层延迟	随机游走,功率谱密度为 $1.7 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$
模糊度	无周跳发生的连续观测弧段,常数估计
接收机钟差	白噪声估计,噪声大小 $3 \times 10^5 \text{ m}$
AR 方法	部分 AR

2.1 服务端 IFCB 和 UPD 产品估计分析

用户端进行 GPS+GLONASS 三频观测值的 PPP-AR,需要服务端提供高精度的 IFCB 和 UPD 产品改正。图 1 给出了 2020 年 DOY 120 GPS/GLONASS IFCB 序列及其振幅,其中,IFCB 振幅中横坐标 G 表示 GPS 卫星,R 则表示 GLONASS 卫星。由图 1 可知, GPS 的 IFCB 振幅在 1~2 dm 间波动,而 GLONASS 系统 IFCB 振幅则达到 5~6 dm,因此 GPS 和 GLONASS 三频观测值受到严重的 IFCB 误差的影响,必须在模型中予以改正。

图 2 给出了 2020 年 DOY 120 GPS NL 模糊

度的估计序列,并计算各颗卫星的标准差(standard deviation, STD)如图 3 所示。GPS NL UPD 的平均 STD 为 0.028 周,其在一天内保持相对稳定状态。EWL UPD 和 WL UPD 一个月(DOY 120—150)的 STD 约为 0.023 周和 0.01 周,受残余 GPS IFCB 误差影响,EWL UPD 的稳定性要差于 WL UPD 产品。

2.2 用户端 PPP-AR 定位分析

用户端 PPP-AR 测试设计静态和仿动态实验,对各个方案实验效果进行验证。表 2 给出了用于用户端定位测试的 14 个 MGEX 测站的接收机和天线类型信息,可知所选测站配备多种接收

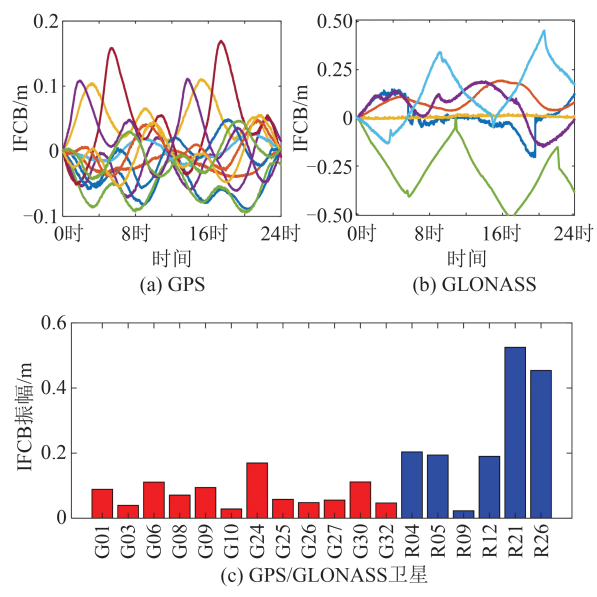


图1 2020年DOY 120 GPS/GLONASS卫星IFCB序列及其振幅

Fig. 1 Times Series and Amplitude of GPS/GLONASS Satellites on DOY 120 in 2020

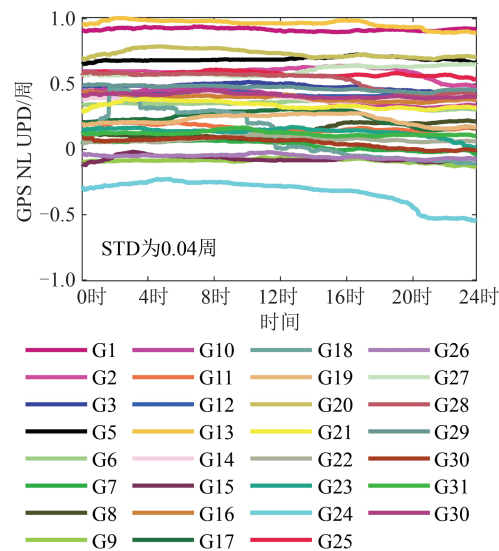


图2 2020年DOY 120 GPS NL UPD变化序列

Fig. 2 NL UPD Series of GPS Satellites on DOY 120 in 2020

机和天线型号,可以以此来排除硬件型号对定位结

果的影响。由于GLONASS R26卫星处于测试状态,目前仍没有其公开的精密产品可用,因此,R26卫星将被排除在PPP计算之外;此外,由于德国地学研究中心发布的精密星历产品中不包含有GLONASS R04卫星,因此R04卫星也不被纳入PPP过程,即R05、R09、R12和R21共4颗卫星的三频观测数据被应用于PPP计算。

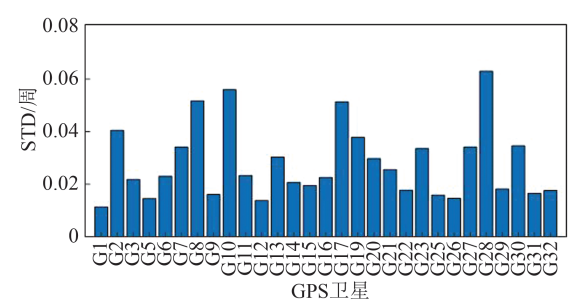


图3 GPS卫星NL UPD STD

Fig. 3 NL UPD Standard Deviation of GPS Satellites

为准确反映定位效果,两组静态和伪动态实验均采用多测站统计解结果评估定位性能。首先进行了MGEX测站的静态PPP-AR实验。统计每个历元各测站定位偏差绝对值的均值,前3 h的收敛结果如图4所示,统计各方案AR率、平均TTFF、平均收敛时间和北(north, N)、东(east, E)、天(up, U)、三维(3 dimensional, 3D)方向的2 h定位偏差如表3所示。相较于方案一,方案二通过AR使得PPP收敛速度显著提升,平均收敛时长从32.5 min提升到15.5 min,提升幅度达56.3%,并且能够大大提高PPP 2 h的定位精度,在3D方向可实现46%的提升。方案四相较于方案三改正了GLONASS的三频IFCB误差,改善了PPP收敛效果,使得偏差序列更加平滑,平均收敛时间由11.3 min略微提升至10.9 min。分析2 h定位精度可知,方案四较方案三在各个方向上的定位精度均有所提升,在3D方向提升可达21%,以上表明不改正GLONASS的三频IFCB

表2 用户端测试测站信息

Tab. 2 Station Information of User Side

测站	接收机	天线	测站	接收机	天线
BRAZ	TRIMBLE NETR9	TRM57971.00 NONE	GENO	LEICA GR30	LEIAR20 NONE
BRUX	SEPT POLARX5TR	JAVRINGANT_DM NONE	HERS	SEPT POLARX5TR	LEIAR25.R3 NONE
BSHM	JAVAD TRE_3 DELTA	TRM59800.00 SCIS	HOFN	LEICA GR50	LEIAR25.R4 LEIT
CEBR	SEPT POLARX5TR	SEPCHOKE_B3E6 NONE	KIRU	SEPT POLARX5	SEPCHOKE_B3E6 SPKE
DLF1	TRIMBLE NETR9	LEIAR25.R3 LEIT	REDU	SEPT POLARX5	SEPCHOKE_B3E6 SPKE
FAIR	JAVAD TRE_G3TH DELTA	ASH701945G_M JPLA	VILL	SEPT POLARX5	SEPCHOKE_B3E6 SPKE
GANP	TRIMBLE ALLOY	TRM59800.00 SCIS	ESRT	SEPT POLARX5	AOAD/M_T DUTD

误差将大大影响 GPS+GLONASS 三频 PPP-AR 定位性能。进一步分析收敛序列和定位精度可知,当正确添加 GLONASS 三频观测值后,能够大幅改善 GPS 三频 AR 解效果,实现各个方向上定位精度的显著提升,其中 E、N、U 和 3D 方向的提升分别达到 80.7%、60.0%、61.0% 和 63.8%,平均收敛时长由 15.5 min 大幅减少至 10.9 min,提升幅度为 29.7%。

AR 方面,方案二、三和四的固定率均为 99.5% 左右,添加 GLONASS 三频观测值后提升较少,这是由 GPS 本身较好的 AR 性能所决定的;而 3 种方案的平均 TTFF 存在较大差异,三者分别为 14.6、12.5 和 12.3 min,方案四表现最优,表明 GLONASS 观测值的加入有利于显著提升 GPS 三频 AR 性能。进一步研究仿动态实验的用户端定位结果,统计各方案定位偏差绝对值均值序列,其 24 h 收敛结果如图 5 所示,统计各方案 AR 率、平均 TTFF 和 E、N、U、3D 方向收敛后定位偏差如表 4 所示。方案四的定位表现最优,E、N、U 和 3D 方向的定位偏差相较于其他 3 组方案均有显著降低,其中,3D 方向上三组方案平均减小幅度分别达 30.7%、16.3% 和 27.7%,这与用户

端静态实验结果相一致。当添加 GLONASS 三频观测值而忽视 IFCB 误差时,其在整个收敛过程中的各个方向上均会出现较大幅度的波动,大大降低了其定位性能,定位精度甚至差于单 GPS 三频 AR 解。

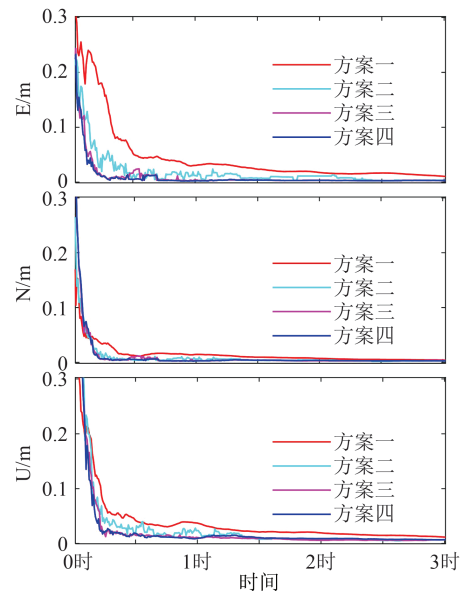


图 4 静态 PPP-AR 收敛序列

Fig. 4 Convergence Series of PPP-AR Static Experiments

表 3 静态 GPS/GLONASS 三频非组合 PPP-AR 定位偏差统计

Tab. 3 Statistical Results of Position Errors of GPS/GLONASS Triple-Frequency PPP-AR Static Experiments

方案	平均 AR 率/%	平均 TTFF/min	平均收敛时间/min	各方向定位偏差/mm			
				E	N	U	3D
方案一			32.5	14.3	30.4	37.4	50.3
方案二	99.5	14.6	15.5	6.0	11.9	23.6	27.1
方案三	99.7	12.5	11.3	3.1	3.6	11.4	12.4
方案四	99.7	12.3	10.9	2.4	2.3	9.2	9.8

由表 4 可知,方案二、三和四的 AR 率分别为 99.2%、99.5% 和 99.6%,与静态实验结果相似,三者固定率相当。而 3 种方案平均 TTFF 分别为 27.9、26.1 和 12.9 min,方案四提升显著,相较于方案二和方案三分别提升约 53.8% 和 50.6%,表明通过正确添加 GLONASS 三频观测值能够有效缩短平均 TTFF 时长,提升模糊度固定解精度。

为显示 GLONASS 第 3 个频率 CDMA 观测值的作用,设计一组 GPS+GLONASS 三频观测值和 GPS+GLONASS 双频观测值的 PPP-AR 对比实验,同样只固定 GPS 三频模糊度,而 GLONASS 模糊度保持其浮点形式,WSRT 站和 VILL 站仿动态实验结果如图 6 所示,并统计这两个测站收敛后序列的定位偏差。为便于表示,图

例中 G3FixedR2Float 表示固定 GPS 三频模糊度但不固定 GLONASS 双频模糊度, G3FixedR3Float 表示固定 GPS 三频模糊度但不固定 GLONASS 三频模糊度。由图 6 可知,两组实验均能较快收敛至厘米级的定位精度,但当添加了 GLONASS 三频观测值时,偏差序列的稳定性得到了有效改善,各个方向上定位偏差也得到了不同程度的降低,其中 3D 方向的降低幅度分别为 13.5% 和 8%,平均降低幅度为 10.8%,改善幅度较小。造成这种改善的原因,一方面是因为通过添加数颗 GLONASS 卫星的三频信号,改善了 GLONASS 卫星数据在某些历元的可用性,略微提高了 GPS+GLONASS 浮点 PPP 的定位精度;另一方面通过提高 GPS+GLONASS 浮点 PPP 模糊度的估计精度改善了 UPD 产品的精度,提高

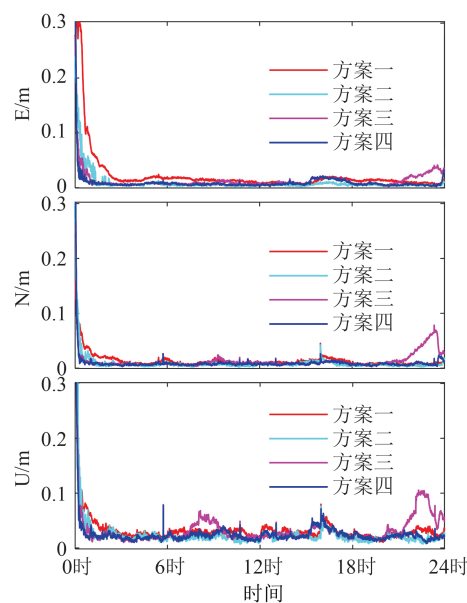


图5 仿动态PPP-AR收敛序列

Fig. 5 Convergence Series of PPP-AR Simulated Dynamic Experiment

了AR的性能表现。因此,加入GLONASS三频观测值能够给GPS+GLONASS三频非差非组合PPP-AR带来有效增益。

3 结 语

多频多系统PPP-AR是当前GNSS精密定位研究领域中的热点。为顺应多频多系统发展趋势,针对当前GLONASS系统提供第3个频率CDMA观测信号,研究了GPS+GLONASS三频非组合PPP-AR模型与算法,推导了组合GPS和GLONASS三频观测值的非差非组合PPP统一模型,推导了服务端三频UPD估计方法和用户端三频PPP-AR算法。限于当前GLONASS三频观测数据数量及其分布,本文组合GPS和GLONASS观测值进行三频非组合PPP-AR,但只固定GPS三频模糊度,而GLONASS模糊度保持其浮点形式。

表4 仿动态GPS/GLONASS三频非组合PPP-AR定位偏差统计

Tab. 4 Statistical Results of Position Errors of GPS/GLONASS Triple-Frequency PPP-AR Simulated Dynamic Experiments

方案	平均AR率/%	平均TTFF/min	各方向定位偏差/mm			
			E	N	U	3D
方案一			17.4	35.0	40.3	56.1
方案二	99.2	27.9	14.5	22.2	38.8	46.5
方案三	99.5	26.1	20.4	18.8	46.0	53.8
方案四	99.6	12.9	12.7	12.9	34.3	38.9

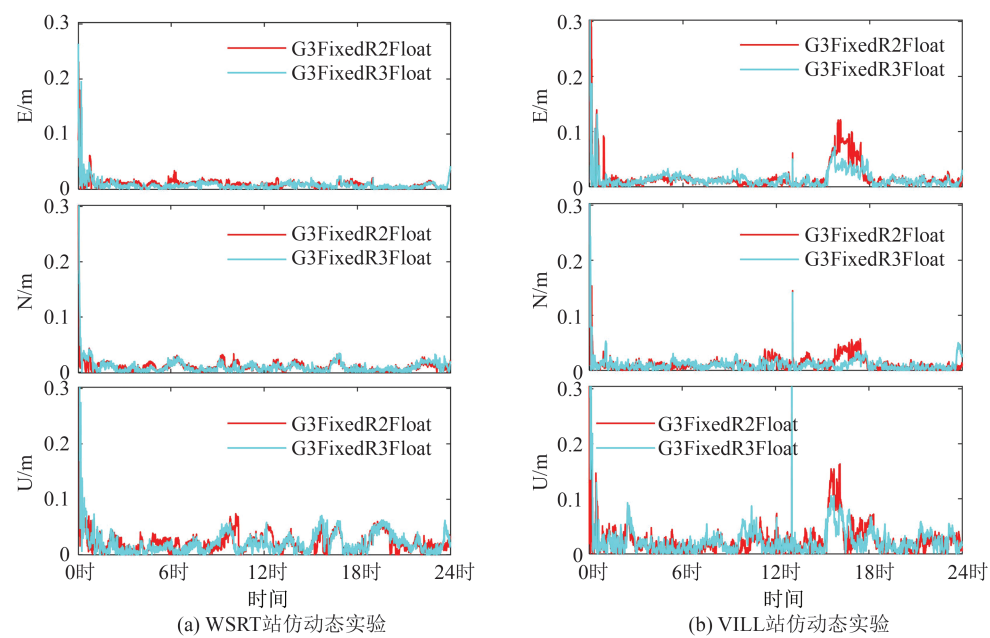


图6 WSRT、VILL站仿动态实验

Fig. 6 Simulation Dynamic Experiment of WSRT and VILL Stations

利用全球分布的 GPS/GLONASS 三频数据进行实验,结果表明:服务端估计的 IFCB 和 UPD 产品具有较高的精度和可靠性,其中 IFCB 误差对于 GPS 和 GLONASS 系统而言均具有较大的量级,显示了其改正的必要性。在用户端, GPS 单系统三频 AR 解在静态和伪动态模式下均实现快速收敛,相对于浮点解的收敛时间大幅减少。固定解的定位精度相对于浮点解提升显著,其中 3D 方向提升可达 46%。组合 GPS 和 GLONASS 观测值进行三频非组合 PPP-AR,但只固定 GPS 三频模糊度实现了快速收敛,收敛速度明显优于 GPS 单系统固定解,在定位精度方面,相对于 GPS 单系统三频 PPP-AR,静态解在 E、N、U 和 3D 方向上定位精度提升幅度分别达到 80.7%、60.0%、61.0% 和 63.8%,伪动态解提升分别达到 41.9%、14.5%、11.6% 和 16.3%。但如果忽略 GLONASS 三频 IFCB 误差改正,组合 GPS 和 GLONASS 三频 PPP-AR 的收敛序列则会出现较为明显的震荡,定位性能甚至不及 GPS 单系统固定解。

组合 GPS 和 GLONASS 观测值进行三频非组合 PPP-AR 实现了快速模糊度首次固定,静态解和伪动态解实验的平均 TTFF 分别为 12.3 和 12.9 min,相较于 GPS 单系统提升显著,其中伪动态实验提升率达 53.8%。进一步设计实验验证 GLONASS 三频观测值的增益效果,相对于组合 GPS 三频观测值和 GLONASS 双频观测值方案,添加 GLONASS 三频观测值后,伪动态偏差序列稳定性得到了有效改善,各个方向上定位偏差也得到不同程度降低,其中 3D 方向的平均降低幅度约为 10.8%。

本文研究表明, GLONASS 三频观测值的加入能够有效提升 AR 性能,但限于当前 GLONASS 三频观测值数量及其测站分布等原因,要实现 GLONASS 三频 PPP-AR 仍存在较大困难。下一步将研究实现 GLONASS 三频 PPP-AR 的可行性。

参 考 文 献

- [1] Hein G. Status, Perspectives and Trends of Satellite Navigation [J]. *Satellite Navigation*, 2020, 1 (1): 22.
- [2] Montenbruck O, Steigenberger P, Prange L, et al. The Multi-GNSS Experiment (MGEX) of the International GNSS Service (IGS): Achievements, Prospects and Challenges [J]. *Advances in Space Research*, 2017, 59(7):1671-1697.
- [3] Cao Xinyun, Wang Jian. Cycle-Slip Detection and Repair Using GPS Triple-Frequency Undifferenced Observations [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(4): 450-456. (曹新运, 王坚. GPS 三频非差观测值探测与修复周跳[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(4):450-456.)
- [4] Geng J, Guo J, Meng X, et al. Speeding up PPP Ambiguity Resolution Using Triple-Frequency GPS/BeiDou/Galileo/QZSS Data [J]. *Journal of Geodesy*, 2020, 94(1):1-15.
- [5] Pan L, Zhang X, Guo F, et al. GPS Inter-frequency Clock Bias Estimation for Both Uncombined and Ionospheric-Free Combined Triple-Frequency Precise Point Positioning [J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 93(4):473-487.
- [6] Fan L, Shi C, Li M, et al. GPS Satellite Inter-frequency Clock Bias Estimation Using Triple-Frequency Raw Observations [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(12):2465-2479.
- [7] Pan L, Jiang X, Zhang X, et al. GPS + Galileo + BeiDou Precise Point Positioning with Triple-Frequency Ambiguity Resolution [J]. *GPS Solutions*, 2020, 24(3): 1-13.
- [8] Zhao Qile, Tao Jun, Guo Jing, et al. Wide-Area Instantaneous cm-Level Precise Point Positioning: Method and Service System [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48 (7): 1058-1069. (赵齐乐, 陶钧, 郭靖, 等. 广域瞬时厘米级精密单点定位和服务系统[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(7): 1058-1069.)
- [9] Zaminpardaz S, Teunissen P J G, Nadarajah N. GLONASS CDMA L3 Ambiguity Resolution and Positioning [J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(2):535-549.
- [10] Zaminpardaz S, Teunissen P J G, Khodabandeh A. GLONASS-Only FDMA+CDMA RTK: Performance and Outlook [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25 (3): 1-12.
- [11] Zhang F, Chai H, Li L, et al. Understanding the Characteristic of GLONASS Inter-frequency Clock Bias Using Both FDMA and CDMA Signals [J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(2): 63.
- [12] Ge M, Gendt G, Rothacher M, et al. Resolution of GPS Carrier-Phase Ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with Daily Observations [J]. *Journal of Geodesy*, 2008, 82(7): 389-399.
- [13] Yan Zhongbao, Zhang Xiaohong. Partial Ambiguity Resolution Method and Results Analysis for GNSS Uncombined PPP [J]. *Geomatics and Information*

- Science of Wuhan University*, 2022, 47(6): 979–989. (闫忠宝, 张小红. GNSS非组合PPP部分模糊度固定方法与结果分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(6): 979–989.)
- [14] Geng J, Tferle F N, Shi C, et al. Ambiguity Resolution in Precise Point Positioning with Hourly Data [J]. *GPS Solutions*, 2009, 13(4): 263–270.
- [15] Geng J, Bock Y. Triple-Frequency GPS Precise Point Positioning with Rapid Ambiguity Resolution [J]. *Journal of Geodesy*, 2013, 87(5): 449–460.
- [16] Guo F, Zhang X, Wang J, et al. Modeling and Assessment of Triple-Frequency BDS Precise Point Positioning [J]. *Journal of Geodesy*, 2016, 90(11): 1223–1235.
- [17] Gu S, Lou Y, Shi C, et al. BeiDou Phase Bias Estimation and Its Application in Precise Point Positioning with Triple-Frequency Observable [J]. *Journal of Geodesy*, 2015, 89(10): 979–992.
- [18] Li Haodong, Zhao Qile, Tao Jun, et al. FCB Estimation and Ambiguity Resolution of BDS-3 [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(9): 1439–1446. (李浩东, 赵齐乐, 陶钧, 等. 北斗三号卫星FCB估计及其模糊度固定[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(9): 1439–1446.)
- [19] Li P, Zhang X, Ge M, et al. Three-Frequency BDS Precise Point Positioning Ambiguity Resolution Based on Raw Observables [J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(12): 1357–1369.
- [20] Li X, Li X, Liu G, et al. Triple-Frequency PPP Ambiguity Resolution with Multi-constellation GNSS: BDS and Galileo [J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(8): 1105–1122.
- [21] Zhou F, Dong D, Ge M, et al. Simultaneous Estimation of GLONASS Pseudorange Inter-frequency Biases in Precise Point Positioning Using Undifferenced and Uncombined Observations [J]. *GPS Solutions*, 2017, 22(1): 1–14.
- [22] Montenbruck O, Hugentobler U, Dach R, et al. Apparent Clock Variations of the Block IIF-1 (SVN62) GPS Satellite [J]. *GPS Solutions*, 2012, 16(3): 303–313.
- [23] Zhang F, Chai H, Li L, et al. Estimation and Analysis of GPS Inter-frequency Clock Biases from Long-Term Triple-Frequency Observations [J]. *GPS Solutions*, 2021, 25(4): 126.
- [24] Zhang F, Chai H, Li L, et al. Understanding the Characteristic of GLONASS Inter-frequency Clock Bias Using both FDMA and CDMA Signals [J]. *GPS Solutions*, 2022, 26(2): 63.
- [25] Liu Y, Song W, Lou Y, et al. GLONASS Phase Bias Estimation and Its PPP Ambiguity Resolution Using Homogeneous Receivers [J]. *GPS Solutions*, 2017, 21(2): 427–437.