

引文格式:李军,祝会忠,路阳阳,等.一种基于载波平滑伪距的BDS伪距增强定位方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2024,49(12):2187-2198.DOI:10.13203/j.whugis20220150



Citation: LI Jun, ZHU Huizhong, LU Yangyang, et al. BDS Pseudorange Augmentation Positioning Based on Carrier Smoothing Pseudorange[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, 49(12): 2187-2198. DOI: 10.13203/j.whugis20220150

# 一种基于载波平滑伪距的BDS伪距增强定位方法

李 军<sup>1</sup> 祝会忠<sup>1</sup> 路阳阳<sup>1</sup> 徐爱功<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 辽宁工程技术大学测绘与地理科学学院,辽宁 阜新,123000

**摘要:**伪距作为一种定位模式简单、实时性高的定位观测值,定位精度受观测值噪声的影响难以进一步提升,载波相位平滑伪距是提高伪距定位精度的主要方法。提出了一种基于载波平滑伪距的北斗卫星导航系统(Beidou satellite navigation system, BDS)伪距增强定位方法,利用用户站周围的基准站生成误差增强信息对用户误差进行改正,同时利用载波平滑伪距公式来平滑基准站的误差增强信息,平滑后的误差增强信息不改变误差特性,兼容用户端不同频率观测值的定位,用户端可以根据需要自由选择定位模式。实验结果表明,单站误差平滑后在N、E、U方向的定位精度有大幅提高,且平滑后的残差优于未平滑的残差。用户单频、双频和多频定位平滑后在3个方向的定位精度均有提高,其中各方案下U方向定位精度有显著提高。平滑方法可以提升误差增强信息的精度,平滑后的误差增强信息兼容用户单频、双频、多频的平滑与未平滑定位,对用户观测值的平滑也可以进一步提升定位精度。

**关键词:**北斗卫星导航系统;载波平滑伪距;误差增强信息;增强定位

中图分类号:P228

文献标识码:A

收稿日期:2023-04-07

DOI:10.13203/j.whugis20220150

文章编号:1671-8860(2024)12-2187-12

## BDS Pseudorange Augmentation Positioning Based on Carrier Smoothing Pseudorange

LI Jun<sup>1</sup> ZHU Huizhong<sup>1</sup> LU Yangyang<sup>1</sup> XU Aigong<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Geomatics, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, China

**Abstract: Objectives:** Pseudorange observations have the advantages of simple positioning mode and high real-time performance, but the positioning accuracy is difficult to be further improved due to the influence of the noise. Carrier phase smoothing pseudorange is the main means to improve the positioning accuracy of pseudorange. **Methods:** The method of BeiDou satellite navigation system (BDS) pseudorange augmentation positioning based on carrier smoothing pseudorange is proposed in the article, which uses the reference stations around the user station to generate error augmentation information to reduce user errors. At the same time, the smoothing pseudorange observations are used to generate error augmentation information. The smoothed error augmentation information does not change the error characteristics, and is compatible with the positioning model of different frequency observations of the users. The users can freely choose the positioning mode according to needs. **Results:** The results show that the residuals after smoothing are better than before, and the U direction is improved by 46% when a single station is smoothed. The positioning accuracies in N, E, U three directions are improved by 16%, 31%, and 53% at three frequencies. The accuracy of the U direction is improved significantly by various schemes. **Conclusions:** The smoothed error augmentation information is compatible with the user's single-frequency, dual-frequency, and multi-frequency smoothing and unsmoothing positioning. The smoothing of the user's observation can also further improve

**基金项目:**国家自然科学基金(42074012, 42030109);辽宁省重点研发计划(2020JH2/10100044);辽宁省“兴辽英才计划”项目(XLYC2002101, XLYC2008034, XLYC2002098)。

**第一作者:**李军,博士,讲师,主要从事BDS高精度定位算法及应用研究。lijun\_ch@lntu.edu.cn

**通讯作者:**祝会忠,博士,教授。zhuhuizhong@whu.edu.cn

the positioning accuracy.

**Key words:** BeiDou satellite navigation system (BDS); carrier smoothing pseudorange; error augmentation information; augmentation positioning

北斗卫星导航系统(BeiDou satellite navigation system, BDS)是全球首个全星座播发三频观测数据的卫星导航定位系统,可为全球用户提供全天候、全天时、高精度的定位、导航和授时服务,已被广泛应用于交通、农业、气象、电力等各个领域<sup>[1]</sup>。不同的应用领域有不同的定位精度及实时性需求,区分不同场景下的定位需求有利于简化定位模型,节约用户定位成本。载波相位观测值高精度定位的前提是整周模糊度的准确确定,参数求解的过程复杂,伪距观测值不涉及模糊度,具有定位模式简单且实时性高的特点。BDS伪距观测值精度为 $\pm 0.13$  m左右,而载波相位观测值的精度为 $\pm 1\sim\pm 2$  mm<sup>[2]</sup>,受观测值噪声的影响,定位精度难以进一步提升,通常伪距单点定位精度仅10 m左右,限制了伪距定位的应用。通过载波平滑伪距来提高伪距观测值的精度,可充分发挥伪距定位模式简单和载波观测值精度高的优势。

许多学者对平滑算法进行了研究,文献[3]最早提出了相位平滑伪距的 Hatch 滤波公式,在伪距平滑定位中被广泛应用。平滑因子的选择是决定平滑效果最主要的因素,而针对最优平滑因子的选择已有大量研究<sup>[4-9]</sup>。根据平滑所采用的观测值类型,平滑方式可以归结为以下几类:第一类是采用原始的载波相位观测值的单频数据平滑伪距,该方法原理简单,缺陷是没有考虑电离层误差的影响,长时间的平滑会造成电离层的累积效应。针对电离层累积的问题,文献[10]提出用电离层延迟模型补偿单频 Hatch 滤波的电离层发散;文献[11-12]提出顾及电离层延迟误差的单频载波相位平滑公式,避免了平滑结果的发散和精度下降。第二类是利用历元间求差后的观测值去平滑伪距,该方法可以消去整周模糊度参数,考虑到电离层的时间相关性,电离层误差也减小,但该平滑观测值不是原始观测值,而是观测值的历元间差值,不易操作, Hatch 滤波正是基于此种方式。文献[13]考虑载波相位时间差分观测测量中有色观测噪声的随机模型,采用递归最小二乘方法推导出距离域和位置域相位平滑伪距算法。第三类是用无电离层组合观测值去平滑,文献[14]提出了消除电离层影响的双频相位平滑伪距法,该平滑方法消除了电离层一阶项的影响,平滑后的观测值已经不是单纯的伪距

值,也限制了其进一步应用。此外,文献[15]提出了一种多普勒平滑伪距在全球定位系统(global positioning system, GPS)与惯性导航系统(inertial navigation system, INS)紧耦合导航的应用算法,对多普勒平滑因子引入遗传算法进行最优估计。通过载波平滑伪距减小观测值噪声可提升伪距定位精度,但提升效果有限,用户站受到卫星轨道、卫星钟差和大气延迟等误差的影响,卫星轨道误差、卫星钟差在没有精密产品的情况下难以削弱,通过经验模型等方式对大气误差进行改正也不能达到理想的结果,此时需要利用基准站提供误差增强信息来削弱用户误差以达到更高的精度。载波定位时误差增强信息的平滑研究较少,在利用相位平滑伪距进行差分定位时一般都基于双频消电离层组合的 Hatch 滤波公式<sup>[14,16-17]</sup>。差分定位时涉及到基准站与用户站的载波平滑伪距观测值的不一致性问题,若基准站采用消电离层组合 Hatch 滤波,此时用户站也只能形成无电离层组合 Hatch 滤波保持观测值的统一,而用户站观测值还存在单频、三频多种情况,难以形成与基准站一致的双频消电离层组合。

为此,本文提出了基于载波平滑伪距的 BDS 伪距增强定位方法。平滑公式简单易于实现,与 Hatch 滤波公式中双频消电离层组合不同,该方法平滑时使用原始观测值对各个频率上的伪距观测值分别进行平滑,平滑后的伪距观测值为非组合观测值,有效避免了消电离层组合对观测值噪声的放大。另一方面,平滑后的伪距观测值与原观测值的误差特性相一致,进一步在基准站上生成平滑后的误差增强信息,兼容用户端不同频率类型的差分定位。本文平滑算法可以通过平滑基准站的伪距观测值来精化误差增强信息的精度。各个频率的误差增强信息都是各自独立的,用户只需要利用收到的误差增强信息对单个频率上的误差进行改正,而后自主选择组合方式/平滑方式进行定位。

## 1 BDS 非差伪距观测值平滑方法

BDS 非差伪距观测方程和载波相位观测方程可简化为下列形式:

$$P_{r,j}^s = \rho_r^s + t_r - t^s + T_r^s - \mu_j I_r^s + \varepsilon P_{r,j}^s \quad (1)$$

$L_{r,j}^s = \rho_r^s + t_r - t^s + T_r^s + \mu_j I_r^s + N_j \lambda_j + \epsilon L_{r,j}^s$  (2)

式中,下标  $r$  为接收机索引;上标  $s$  表示卫星,  $s = p, q; j = 1, 2, 3$  分别表示 BDS 的 B1、B2、B3 频率索引;  $P_{r,j}^s$  表示伪距观测值;  $L_{r,j}^s$  是以 m 为单位的载波相位观测值;  $\rho_r^s$  为卫星至接收机的几何距离;  $t_r$  为接收机钟差;  $t^s$  为卫星钟差;  $T_r^s$  表示以对流层延迟、卫星轨道误差为主的非色散性误差;  $I_r^s$  表示第一个频率上的电离层值;  $\mu_j = f_1^2 / f_j^2$ ,  $f_j$  表示相位观测值的频率;  $\lambda_j$  表示相位观测值的波长;  $N_j$  表示相位观测值的整周模糊度;  $\epsilon(P_{r,j}^s)$  和  $\epsilon(L_{r,j}^s)$  分别表示伪距观测值和相位观测值的噪声。

令  $j = m, n$ , 由式(2)可得:

$$I_r^s = \frac{(L_{r,m}^s - L_{r,n}^s) - (N_m \lambda_m - N_n \lambda_n)}{\mu_m - \mu_n} \quad (3)$$

由此求得的电离层中包含载波相位观测值的硬件延迟,对于载波相位模糊度的固定非常重要。由于平滑算法中采用模糊度浮点解,并未对模糊度做整数特性的假定,因此对载波平滑伪距的影响可以忽略,由式(1)可得:

$$I_r^s = -\frac{P_{r,m}^s - P_{r,n}^s}{\mu_m - \mu_n} \quad (4)$$

式(4)通过伪距观测值直接估计电离层延迟大小,同样包含伪距硬件延迟,与载波硬件延迟一样,单点定位时定位精度有限,常将其忽略,而在伪距增强定位中硬件延迟通过差分的方式消除,不对定位结果产生影响。因伪距观测值的噪声较大,单历元估计当前历元的电离层延迟误差不准确。将式(4)代入式(3)整理后可得:

$$N_m \lambda_m - N_n \lambda_n = (L_{r,m}^s - L_{r,n}^s) + (P_{r,m}^s - P_{r,n}^s) \quad (5)$$

式(5)消除了电离层延迟误差、对流层延迟误差、卫星钟差和接收机钟差的影响,伪距观测值噪声较大,整周模糊度的差值需通过多个历元求平均后得到。对式(5)多个历元观测值求均值可得:

$$N_m \lambda_m - N_n \lambda_n = \langle L_{r,m}^s \rangle - \langle L_{r,n}^s \rangle + \langle P_{r,m}^s \rangle - \langle P_{r,n}^s \rangle \quad (6)$$

式中,  $\langle \cdot \rangle$  表示对多个历元求均值,以下公式中出现的  $\langle \cdot \rangle$  均表示求均值。各历元取平均值后的模糊度差值削弱了伪距观测噪声的影响,可以利用式(6)进行观测数据的预处理。对于发生周跳的卫星,从发生周跳的历元开始重新平滑。将式(6)代入式(3)可得到当前历元的电离层延迟:

$$I_r^s = \frac{L_{r,m}^s - L_{r,n}^s - \langle L_{r,m}^s \rangle + \langle L_{r,n}^s \rangle + \langle P_{r,m}^s \rangle - \langle P_{r,n}^s \rangle}{\mu_m - \mu_n} \quad (7)$$

相比于式(4)通过伪距观测值直接估计电离层延迟误差参数,式(7)可减小伪距观测噪声对估计参数的影响。忽略载波相位观测值的噪声,式(7)求得的电离层误差参数只受伪距观测噪声的影响,经过多个历元的计算后伪距观测值的噪声减小,可以求得准确电离层延迟。由式(1)、式(2)可得:

$$P_{r,j}^s = L_{r,j}^s - N_j \lambda_j - 2\mu_j I_r^s \quad (8)$$

从式(8)可以看出,载波平滑伪距的效果取决于能否准确地求得整周模糊度和电离层延迟。双频或三频数据中电离层延迟可通过消电离层组合的方式消除。对于单频伪距单点定位,电离层误差无法通过模型改正或观测值差分的方式削弱,在平滑中需要考虑其影响,通常是通过历元间作差来削弱电离层误差影响。而对于单频伪距差分定位,则根据基线的长短来决定是否需要考虑电离层误差:短基线电离层通过差分基本得到消除,用双频改正反而增加了观测噪声,不去考虑电离层的影响,因此短基线差分定位中平滑公式只剩整周模糊度需要解决,通过伪距和载波多个历元作差平滑即可得到。长基线时可以通过历元间作差的形式削弱电离层。通过式(7)求得电离层延迟后,将式(7)代入式(8)进行变换,并对各个参数取平均后可得:

$$N_j \lambda_j = \langle L_{r,j}^s \rangle - \langle P_{r,j}^s \rangle + 2\mu_j \frac{\langle P_{r,m}^s \rangle - \langle P_{r,n}^s \rangle}{\mu_m - \mu_n} \quad (9)$$

式(9)求得的模糊度不受电离层延迟、对流层延迟、卫星钟差和接收机钟差的影响。将式(7)、式(9)代入式(8)可得到载波相位观测值平滑伪距公式:

$$\tilde{P}_{r,j}^s = \langle P_{r,j}^s \rangle + (L_{r,j}^s - \langle L_{r,j}^s \rangle) - 2\mu_j \frac{(L_{r,m}^s - \langle L_{r,m}^s \rangle) - (L_{r,n}^s - \langle L_{r,n}^s \rangle)}{\mu_m - \mu_n} \quad (10)$$

式中,  $\tilde{P}_{r,j}^s$  表示平滑后的观测值,可以看出,载波相位平滑伪距的关键是模糊度和当前历元电离层延迟误差的计算。将 BDS B1、B2、B3 的频率  $f_1 = 1561.098$  MHz,  $f_2 = 1207.140$  MHz,  $f_3 = 1268.520$  MHz 代入式(10)展开后可得:

$$\tilde{P}_{r,1}^s = \langle P_{r,1}^s \rangle + \frac{f_1^2 + f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - \frac{2f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{r,2}^s - \langle L_{r,2}^s \rangle) = \langle P_{r,1}^s \rangle + 3.9743 (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - 2.9743 (L_{r,2}^s - \langle L_{r,2}^s \rangle) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{r,2}^s = & \langle P_{r,2}^s \rangle + \frac{2f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - \\ & \frac{f_1^2 + f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} (L_{r,2}^s - \langle L_{r,2}^s \rangle) = \\ & \langle P_{r,2}^s \rangle + 4.9743 (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - \\ & 3.9743 (L_{r,2}^s - \langle L_{r,2}^s \rangle) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{r,3}^s = & \langle P_{r,3}^s \rangle + \frac{2f_1^2}{f_1^2 - f_3^2} (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - \\ & \frac{f_1^2 + f_3^2}{f_1^2 - f_3^2} (L_{r,3}^s - \langle L_{r,3}^s \rangle) = \\ & \langle P_{r,3}^s \rangle + 5.8873 (L_{r,1}^s - \langle L_{r,1}^s \rangle) - \\ & 4.8873 (L_{r,3}^s - \langle L_{r,3}^s \rangle) \end{aligned} \quad (13)$$

式(11)、式(12)中令  $m=1, n=2$ , 即利用 B1、B2 频率去得到平滑公式, 同时为简化式(13), 在求解时令  $m=1, n=3$ , 得到的式(11)~式(13)的平滑公式形式简单。平滑后的伪距观测值仍为非差观测值的形式, 观测值含义未发生变化, 即平滑观测值与原始观测值受到相同的误差影响, 唯一不同的仅有观测值噪声, 这对伪距增强定位是十分有利的。通过该平滑公式平滑基准站观测值得到的误差增强信息仅降低了观测噪声, 误差增强信息的含义未发生改变, 用户可以对单个频率的观测值的误差进行改正, 可以兼容用户端不同频率的定位, 平滑后的伪距观测值噪声的缩小倍数为平滑的历元数, 平滑收敛时间短。

## 2 基于载波平滑伪距的 BDS 伪距增强定位模型

本文提出的基于载波平滑伪距的 BDS 伪距增强定位模型不同于一般的伪距差分定位模型<sup>[18-20]</sup>, 将基准站与用户站模型完全分离, 用户端模型不受基准站误差增强信息的影响, 是一种用户端的统一定位模型。该定位模型兼容无误差增强信息时的伪距单点定位、单基准站误差增强信息时的伪距差分定位及多基准站误差增强信息时的网络差分定位, 可扩展性强。同时利用本文的平滑公式可以对基准站生成的误差增强信息进行平滑, 使其更加精确, 且平滑后每个频率误差增强信息中包含误差性质不变, 用户端可以自主选择是否进行平滑处理。基于载波平滑伪距的 BDS 伪距增强定位模型如图 1 所示。

图 1 中, 各个基准站观测数据根据是否利用平滑公式可生成未平滑误差增强信息及平滑误

差增强信息, 此时平滑后的误差增强信息因噪声的削弱可提供更精确的误差信息。每个基准站独立生成各自的误差增强信息, 可独立对用户误差进行改正。一般选取距离用户较近的基准站单独提供误差增强信息, 利用大气误差的空间相关性削弱用户误差, 但是对距离有严格的要求。当基准站距离用户较远时, 对用户误差的削弱效果将不明显。要克服基准距离用户较远的情况, 一种可行的方法是生成多个基准站误差增强信息, 根据基准站与用户的距离关系反向内插用户处的误差进行改正<sup>[21]</sup>, 可以达到更高的精度。用户是否通过基准站误差增强信息改正都不影响用户的最终定位模型, 用户可以自主地选择定位模式。

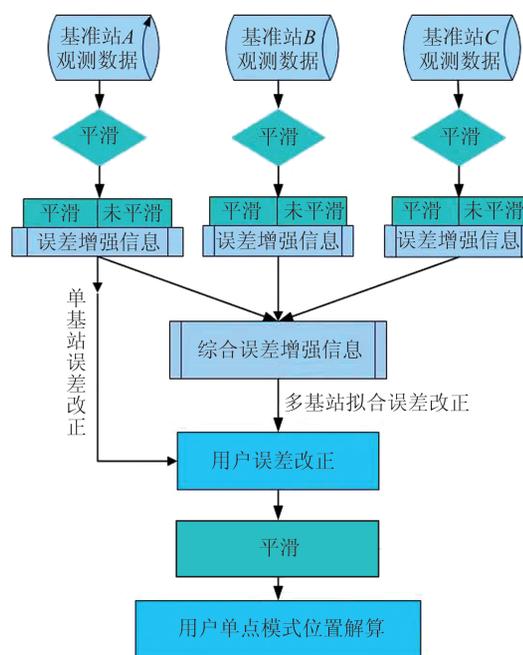


图 1 基于载波平滑伪距的伪距增强定位模型

Fig. 1 Pseudorange Augmentation Positioning Model Based on Carrier Smoothing Pseudorange

### 2.1 用户站非差 BDS 伪距定位模型

以平滑北斗 B1 频率上的伪距观测值为例, 介绍伪距平滑定位方法, B2、B3 频率上伪距观测值的平滑与 B1 频率上类似。根据式(1)可得 B1 频率上卫星的伪距观测方程为:

$$\tilde{P}_{u,1}^s = R_u^s + H^s \cdot X_o + t_u - t^s + I_u^s + T_u^s \quad (14)$$

式中,  $\tilde{P}_{u,1}^s$  表示 B1 频率上经式(10)平滑后的卫星伪距观测值;  $R_u^s$  为卫星到用户的几何距离;  $X_o$  为位置参数;  $H^s$  为基准站位置参数对应的系数向量;  $t_u$  为接收机钟差;  $t^s$  为卫星钟差;  $I_u^s$  表示电离层延迟误差;  $T_u^s$  表示以对流层延迟、卫星轨道误差为主的非色散性误差; 下标  $u$  表示基准站,  $u=A, B, C$ 。

由式(14)可得平滑后  $p$  卫星的伪距观测方程为:

$$\tilde{P}_{u,1}^p = R_u^p + H^p \cdot X_\delta + t_u - t^p + I_u^p + T_u^p \quad (15)$$

式中,卫星钟差、电离层延迟误差、对流层延迟和卫星轨道误差较难消除,利用式(15)伪距观测方程求解位置参数和接收机钟差参数受误差影响较大。

## 2.2 BDS 伪距增强定位模型

单用户站定位时,误差残余较大,利用基准站提供的误差增强信息对用户站误差进行改正,基准站  $A$  的非差伪距观测方程可以表示为:

$$\tilde{P}_{A,1}^s = R_A^s + t_A - t^s + I_A^s + T_A^s \quad (16)$$

其中伪距观测值通过载波平滑伪距的方式得到,平滑公式的贡献仅在于对观测噪声的削弱,精化伪距观测值,观测值中误差性质保持不变,平滑后的观测值中仅包含当前历元的各项误差,因此平滑后基准站  $A$  上  $p$  卫星的误差增强信息  $c(\tilde{P}_{A,1}^p)$  计算式为:

$$c(\tilde{P}_{A,1}^p) = \tilde{P}_{A,1}^p - R_A^p = t_A - t^p + I_A^p + T_A^p \quad (17)$$

式中,综合误差增强信息包含钟差、以对流层延

$$c(\tilde{P}_{u,1}^p) = \alpha_A \cdot c(\tilde{P}_{A,1}^p) + \alpha_B \cdot c(\tilde{P}_{B,1}^p) + \alpha_C \cdot c(\tilde{P}_{C,1}^p) = \alpha_A (\tilde{P}_{A,1}^p - R_A^p) + \alpha_B (\tilde{P}_{B,1}^p - R_B^p) + \alpha_C (\tilde{P}_{C,1}^p - R_C^p) = (\alpha_A t_A + \alpha_B t_B + \alpha_C t_C) + (\alpha_A I_A^p + \alpha_B I_B^p + \alpha_C I_C^p) + (\alpha_A T_A^p + \alpha_B T_B^p + \alpha_C T_C^p) - t^p \quad (18)$$

由式(18)可推导出多个基准站增强用户定位的模型,可以自由地增加用于误差增强信息的基准站数目,形成无误差增强信息时的伪距单点定位,单基准站误差增强信息时的伪距差分定位

$$\tilde{P}_{u,1}^p - c(\tilde{P}_{u,1}^p) = (R_u^p + H^p X_\delta + t_u - t^p + I_u^p + T_u^p) - c(\tilde{P}_{u,1}^p) = R_u^p + H^p X_\delta + t_u - (\alpha_A t_A + \alpha_B t_B + \alpha_C t_C) + I_u^p - (\alpha_A I_A^p + \alpha_B I_B^p + \alpha_C I_C^p) + T_u^p - (\alpha_A T_A^p + \alpha_B T_B^p + \alpha_C T_C^p) \quad (19)$$

$$\tilde{P}_{u,1}^q - c(\tilde{P}_{u,1}^q) = (R_u^q + H^q X_\delta + t_u - t^q + I_u^q + T_u^q) - c(\tilde{P}_{u,1}^q) = R_u^q + H^q X_\delta + t_u - (\alpha_A t_A + \alpha_B t_B + \alpha_C t_C) + I_u^q - (\alpha_A I_A^q + \alpha_B I_B^q + \alpha_C I_C^q) + T_u^q - (\alpha_A T_A^q + \alpha_B T_B^q + \alpha_C T_C^q) \quad (20)$$

式(19)、式(20)已经消去了卫星钟差,电离层误差、对流层误差和轨道误差也被削弱,用户站差分后的观测方程为:

$$\tilde{P}_{u,1}^{pq} - c(\tilde{P}_{u,1}^{pq}) = H^{pq} X_\delta + R_u^{pq} + (I_u^{pq} - (\alpha_A I_A^{pq} + \alpha_B I_B^{pq} + \alpha_C I_C^{pq})) + (T_u^{pq} - (\alpha_A T_A^{pq} + \alpha_B T_B^{pq} + \alpha_C T_C^{pq})) \quad (21)$$

式(21)中消去了卫星钟差、接收机钟差,用户站的电离层误差、对流层和卫星轨道误差也被极大削弱。忽略改正后的残余误差后,多基准站增强的用户站定位误差方程为:

$$\tilde{v}_{u,1}^{pq} = H^{pq} X_\delta - (\tilde{P}_{u,1}^{pq} - c(\tilde{P}_{u,1}^{pq}) - R_u^{pq}) \quad (22)$$

## 3 算例与实验分析

### 3.1 数据及其处理策略

使用连续运行参考站(continuously operating

reference stations, CORS)实测数据进行算法实验,数据观测时间为2018-08-27,实验数据的时长24 h,采样间隔1 s。选取的连续运行参考站的基准站分布如图2所示,MYUN、FSLX、ZJWZ为坐标已知的3个基准站,其中MYUN站与FSLX站之间的基线为102 km,MYUN站与ZJWZ站之间的基线为89 km, FSLX站与ZJWZ站之间的基线为95 km, User为用户站。

本文分析了3种情况下用户站定位的定位性能,即用户站单独定位、单基准站提供误差增强信息时的用户站定位、3个基准站提供误差增强信息的用户站定位。将基准站的误差增强信息平滑后用于用户站定位,分析误差增强信息平滑对用户站定位性能的改善。将平滑后的误差信息用于用户站单频、双频、多频的平滑与未平滑定位,验证本文算法对用户端不同频率类型、不同平滑方法

迟和轨道为代表的非色散性误差以及以电离层为代表的色散误差。与未平滑的误差增强信息相比,平滑后的误差增强信息较少受观测值噪声的影响,得到的误差增强信息更加准确。所以在基准站播发误差增强信息时,可以优先播发平滑后的误差增强信息,提高播发的改正数精度。当基准站和用户站相距较近时,基准站和用户站的误差具有很强的相关性,可以用单基准站的误差增强信息改正用户站的误差。但随基线距离的增加,基准站和用户站的误差相关性将随着距离的增加急剧减弱,此时由单基准站误差增强信息直接改正用户站的误差效果较差,增加提供误差增强信息基准站的数目,从而内插出用户站的误差进行改正。若基准站  $A$ 、 $B$ 、 $C$  对用户站 User 的增强信息内插系数分别为  $\alpha_A$ 、 $\alpha_B$ 、 $\alpha_C$ ,该系数可通过基准站与用户站间的位置进行加权确定<sup>[21]</sup>。则用户站处  $p$  卫星的综合误差增强信息  $c(\tilde{P}_{u,1}^p)$  为:

及多基准站误差增强信息时的网络差分定位,可扩展性强。用户站 User 上  $p$  卫星和  $q$  卫星的观测值  $\tilde{P}_{u,1}^p$ 、 $\tilde{P}_{u,1}^q$  经过基准站的综合误差增强信息  $c(\tilde{P}_{u,1}^p)$ 、 $c(\tilde{P}_{u,1}^q)$  改正后观测方程为:

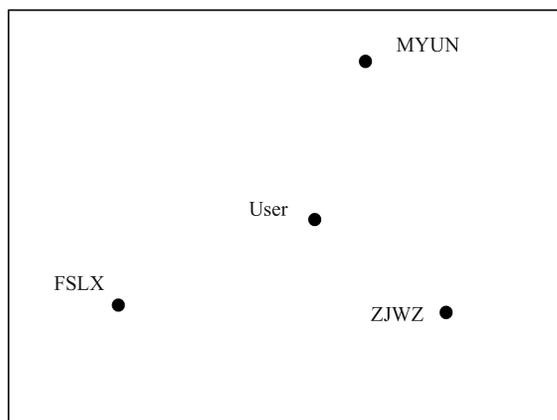


图2 基准站分布

Fig. 2 Distribution of Stations

的兼容性,同时分析用户站观测值的平滑对用户定位性能的进一步提升。

### 3.2 用户站误差增强信息的平滑

本文提出了基于载波平滑伪距的BDS伪距增强定位方法,基本思路是通过载波平滑伪距方法来平滑提供给用户的误差增强信息,以改善用户的定位性能。为了分析平滑用户站误差增强信息对用户定位精度的提升,设计了如表1所示的定位方案进行验证。

表1 用户站误差增强信息定位方案

Tab. 1 Positioning Schemes of Error Augmentation Information in User Station

定位方案	定位模式	增强信息	用户站
E1	单点定位	无	
E2	单基准站增强定位	平滑/未平滑	未平滑
E3	多基准站增强定位	平滑/未平滑	

方案中用户站始终采用B1、B2、B3 3个频率上未平滑的原始观测值。由表1可以看出,增强信息采用B1、B2、B3 3个频率上平滑与未平滑两种方式作为对比,进行单点定位、单基准站增强定位、多基准站增强定位3种模式。选取连续运行参考站网中的MYUN作为向用户站提供误差增强信息的单基准站,MYUN、FSLX、ZJWZ作为向用户站提供增强信息的多基准站。图3给出了E2和E3方案中平滑与未平滑之前的B1频率上的用户增强信息。

选取C01、C03、C07、C11 4颗卫星分别与C10卫星的星间差分形成BDS的B1频率的用户增强信息,可以排除接收机钟差的影响,便于分析平滑前后的效果。该用户增强信息包括卫星钟差、电离层延迟误差、对流层延迟误差和卫星轨道误差等的残余误差,可以用来表示用户站定位时受到的误差影响。通过式(17)可得到单基准站的

误差增强信息,从图3(a)的E2定位方案可以看出,平滑后的基准站误差增强信息变化更加平稳,表明通过单个基准站提供的误差增强信息可以极大地削弱用户站的误差,提高定位精度。为进一步削弱用户站残余误差对定位结果的影响,通过式(18)可得到由3个基准站加权组成的用户增强信息,可以看出E3定位方案中平滑后的基准站误差增强信息变化更加平稳,表明通过多个基准站提供的误差增强信息可以极大地削弱用户站的误差,提高定位精度。与单基准站的误差增强信息相比,削弱电离层误差、对流层误差和卫星轨道误差的差分量不同,用单基准站削弱用户站误差是利用基准站和用户站的误差相关性,而多个基准站是通过建立误差模型内插出用户站处的误差进行差分,当基准站和用户站距离较远,误差相关性较弱时,利用多个基准站内插用户站的误差可以提供更精确的误差增强信息<sup>[22]</sup>。

为验证平滑基准站误差增强信息对用户站定位性能的改善,生成平滑/未平滑的基准站3个频率的误差增强信息,同时利用用户站原始的三频观测数据进行定位,图4给出了3种定位方案的定位误差及定位残差。

从图4可以看出:(1)E1定位方案的定位误差较大,最终的定位结果受误差的影响也不收敛于0附近,与真实位置存在偏差;定位残差分布在3 m左右,存在未模型化误差的影响。(2)E2定位方案定位精度明显提升,定位误差分布在0附近,这是由于基准站提供误差增强信息的缘故,较好地消除了用户站误差对定位结果的影响,同时可以看出,平滑后的精度优于平滑前,特别是U方向,未平滑前还存在着随时间变化的趋势,表明有随时间变化的误差信息,平滑后的定位误差则均匀分布在0附近,表明平滑可以净化误差增强信息,提高定位精度,残差相比E1定位方案也大大减小。(3)E3定位方案中由于误差增强信息由3个站生成,误差增强信息精度高,可以看出U方向随时间变化的趋势减弱,平滑后的误差增强信息进一步减弱了这种变化,同时E3方案定位残差也最小。

表2统计了不同定位方案下的定位误差的均方根误差(root mean square, RMS)和残差的中误差。从表2的定位精度可以得出,未平滑时E2定位方案相对于E1定位方案在N、E、U方向定位精度分别提升了15%、9%、36%,未平滑时E3定位方案相对于E1定位方案在3个方向分别提升了46%、37%、54%,从残差的中误差上也可以看出,

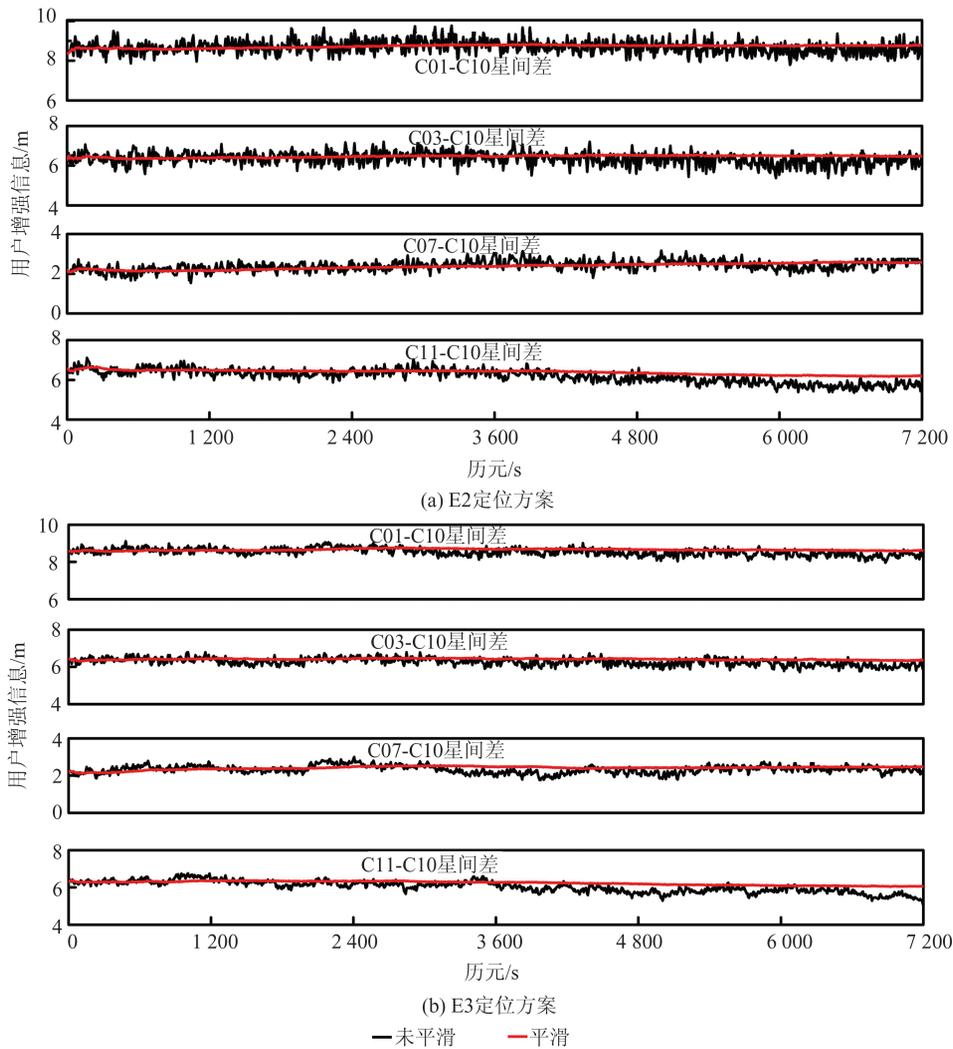


图 3 用户增强信息

Fig. 3 User Augmentation Information

E3 定位方案能使得定位残差最小,误差增强信息对用户站定位精度的提升非常明显,特别是对于 U 方向精度的改善,为此提升用户定位精度要尽可能使用周围基准站提供的误差增强信息。

在 E2 定位方案中,平滑后的误差增强信息相对于未平滑在 N、E、U 方向定位精度分别提升了 36%、27%、46%,E3 定位方案中,相对于未平滑在 3 个方向分别提升 40%、16%、39%,E2、E3 方案中平滑后的残差优于未平滑,由表 2 可以看出,平滑后的误差增强信息可以显著地改善用户定位精度,U 方向改善明显,E2 定位方案中达到了 46%。这表明误差增强信息的平滑可在未平滑增强信息误差改正的基础上进一步提升定位精度。

表 2 中的不同定位方案的 3 个方向的定位精度如图 5 所示。从图 5 可以看出 E2 和 E3 定位方案对无误差增强信息时 E1 定位方案定位性能的改善,特别是误差较大的 U 方向。平滑后的误差增强信息也进一步改善了用户的定位性能。

### 3.3 用户增强定位性能分析

本文提出的载波平滑伪距的伪距增强定位方法充分考虑了用户设备的多样性,首先是将服务端的平滑与用户端完全分离,§3.2 中展示了平滑基准站的误差增强信息对用户定位性能的改善,特别是 U 方向的提升达到了 46%。考虑用户端设备的多样性,基准站误差增强信息用本文方法进行平滑处理,用户端设备则存在单频、双频及多频的情况,因此本节在误差增强信息平滑的基础上进行用户端不同频率的平滑实验,定位方案如表 3 所示。

定位方案中使用同 §3.2 中相同的多基准站增强信息,用户端进行不同频率的平滑与未平滑定位精度对比,误差增强信息改正后,用户站电离层误差被极大地削弱,在平滑中不用考虑电离层的影响,用一般的 Hatch 滤波就可以达到与双频无电离层组合同样的平滑效果,因此用户站单频数据平滑中使用了传统的 Hatch 滤波<sup>[3]</sup>,用户站

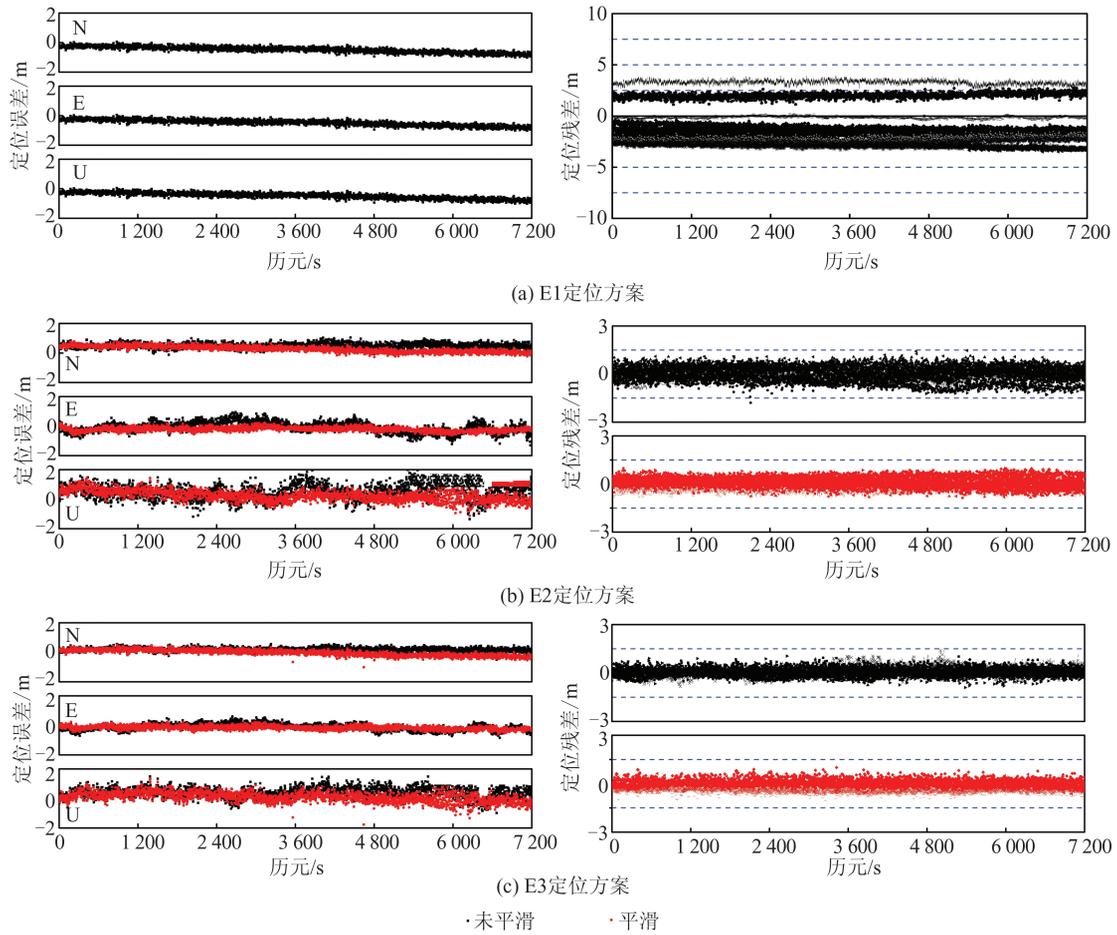


图4 不同用户站增强定位方案下的定位误差及残差

Fig. 4 Positioning Error and Residuals of Different Positioning Schemes in User Station

表2 不同用户站增强定位方案精度统计/m

Tab. 2 Positioning Accuracy Statistics of Different Positioning Schemes in User Station/m

定位方案	用户增强信息	RMS			残差中误差
		N方向	E方向	U方向	
E1	无	0.621	0.389	1.199	2.135
E2	未平滑	0.525	0.354	0.766	0.431
	平滑	0.336	0.259	0.415	0.374
E3	未平滑	0.335	0.244	0.546	0.346
	平滑	0.201	0.206	0.332	0.269

双频和三频数据的平滑则使用本文中的多频数据的平滑方法。

图6为不同定位方案下的平滑与未平滑用户定位误差与定位残差。由图6可知,平滑后用户站的定位精度明显提升,定位结果平稳;平滑前定位精度受观测噪声的影响,定位精度较差,但定位误差均匀地分布在0周围;平滑后的定位误差明显减小,抑制了噪声对定位精度的影响,特别是平滑后的定位残差远远小于未平滑的。

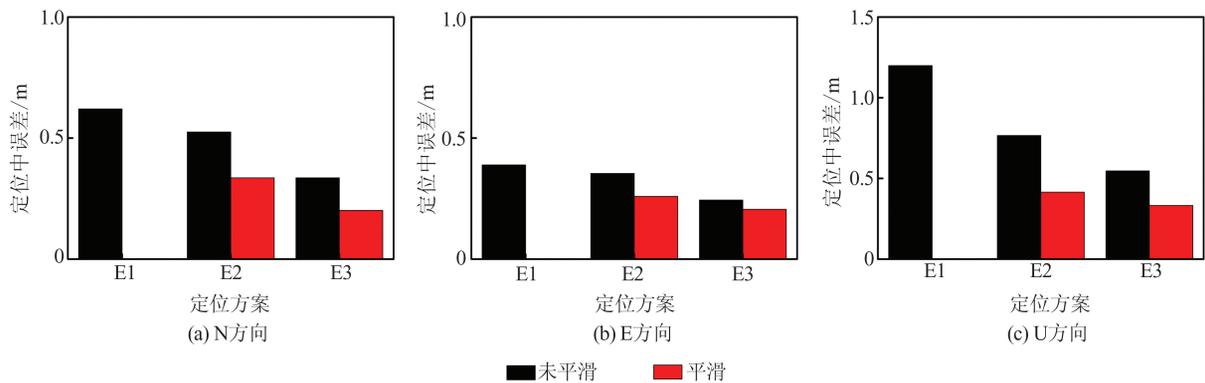


图5 不同用户站增强定位方案的定位精度

Fig. 5 Positioning Accuracy of Different Positioning Schemes in User Station

表 3 用户站增强定位方案

Tab. 3 Positioning Scheme of Error Augmentation Information in User Station

定位方案	定位模式	增强信息	用户站
S1			单频数据平滑/未平滑
S2	增强定位	平滑	双频数据平滑/未平滑
S3			三频数据平滑/未平滑

表 4 给出了不同定位方案下的定位误差的 RMS 和残差的中误差。从表 4 的定位精度可以看出,在 S1 定位方案中,平滑后相对于未平滑在

N、E、U 3 个方向定位精度分别提升 44%、37%、47%。S2 方案中 3 个方向定位精度分别提升 19%、22%、60%。S3 方案中 3 个方向定位精度分别提升 16%、32%、53%。每种方案定位结果的残差中误差也表现出了平滑后优于未平滑。可以看出,用户站的平滑可以进一步提升精度,特别是用户站单频时对 3 个方向上均有很大的改进。在 S2 定位方案与 S3 定位方案中,平滑对 N、E 方向定位精度的提升不明显,但对 U 方向的精度提升非常明显。

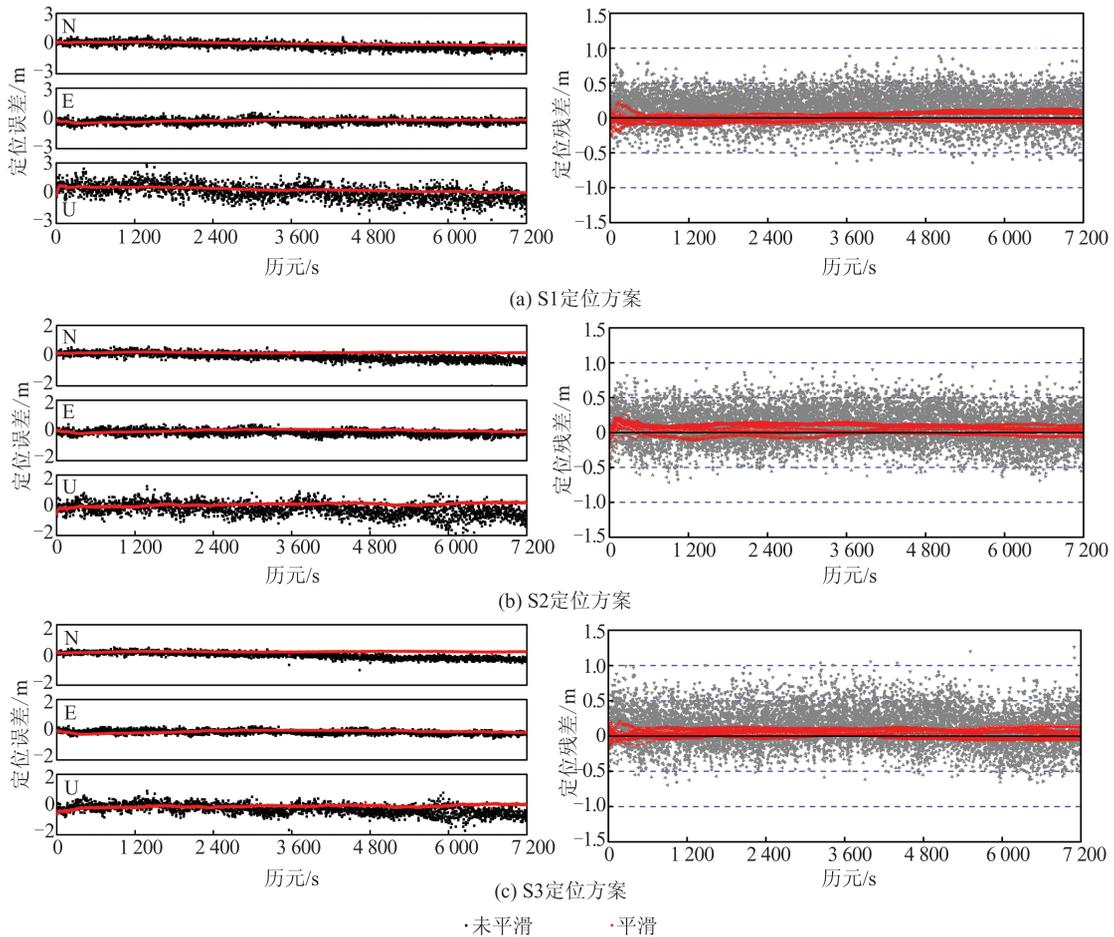


图 6 不同定位方案下的定位误差及残差

Fig. 6 Positioning Error and Residuals of Different Positioning Schemes

表 4 不同定位方案定位精度统计/m

Tab. 4 Positioning Accuracy Statistics of Different Positioning Schemes/m

定位方案	用户站是	RMS			残差中误差
		N 方向	E 方向	U 方向	
S1	未平滑	0.372	0.385	0.746	0.295
	平滑	0.209	0.243	0.396	0.079
S2	未平滑	0.240	0.225	0.519	0.280
	平滑	0.195	0.176	0.207	0.075
S3	未平滑	0.201	0.206	0.332	0.269
	平滑	0.168	0.141	0.155	0.066

图 7 更直观地给出表 4 中的用户不同定位方案的定位精度。从图 7 可以看出,不同定位方案下 U 方向定位精度的改善都非常明显,E、N 方向均存在不同程度的提升效果,表明用户站的平滑可以进一步提升用户站的定位精度。同时也发现多频、双频数据相对于单频对定位精度的改善。

本文使用了传统的 Hatch 滤波作为单频数据的平滑方法,式(10)平滑公式中的后半部分正是

$$2\mu_j \frac{(L_{r,m}^s - \langle L_{r,m}^s \rangle) - (L_{r,n}^s - \langle L_{r,n}^s \rangle)}{\mu_m - \mu_n}$$

是考虑电离

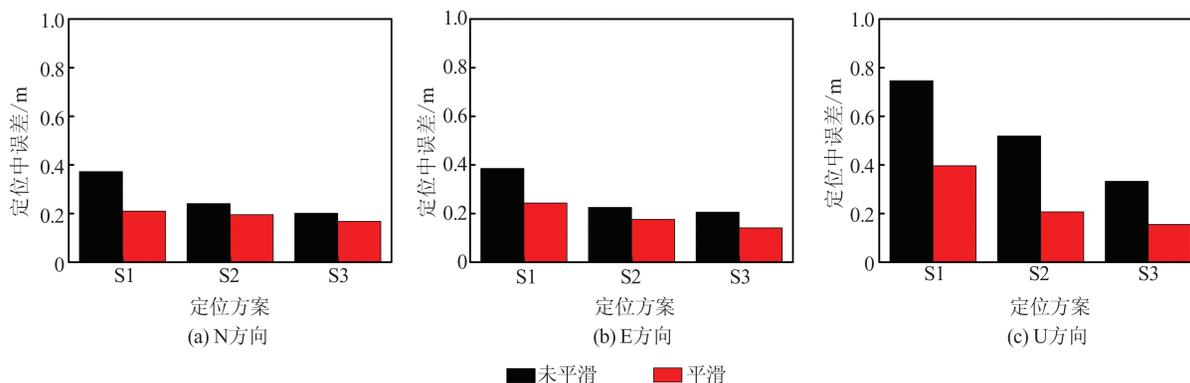


图7 不同定位方案的定位精度

Fig 7 Positioning Accuracy of Different Positioning Schemes

层延迟对平滑算法的影响,因此如果是单频数据时,本文的方法也可以直接忽略电离层变化的影响,此时 Hatch 与本文方法在理论上是等价的。为此在提供多基准站平滑信息的基础上,对用户端双频及三频情况下使用传统的 Hatch 滤波与本文方法进行对比实验,定位结果如表 5 所示。

表 5 不同平滑方法的定位精度统计/m

Tab. 5 Positioning Accuracy Statistics of Different Smoothing Methods/m

频率	平滑方法	RMS			残差中误差
		N方向	E方向	U方向	
双频	本文方法	0.195	0.176	0.207	0.075
	Hatch滤波	0.225	0.182	0.299	0.125
三频	本文方法	0.168	0.141	0.155	0.066
	Hatch滤波	0.207	0.177	0.241	0.073

从表 5 的定位精度统计结果可以看出,相对于 Hatch 滤波,本文方法在双频时 N、E、U 方向分别提升 13%、3%、31%,三频时分别提升 19%、20%、36%。本文方法在双频及三频的情况下是要优于 Hatch 滤波的,特别是 U 方向有很大的提升,这是由于双频和三频数据时本文方法考虑了电离层的影响,因此在定位精度上是优于 Hatch 滤波的。

## 4 结 语

本文提出了一种基于载波平滑伪距的 BDS 伪距增强定位方法,将基准站平滑后的误差增强信息用于用户站误差改正,从单个基准站提供误差增强信息的模型扩展到多个基准站提供误差增强信息的模型。分析了利用基准站提供误差增强信息时对用户定位精度的提升,平滑后的误差增强信息相对于未平滑对用户定位精度的提

升,平滑后的误差增强信息用于不同频率定位时用户观测值平滑对于定位精度的提升。使用 CORS 网数据进行实验表明:

1) 通过基准站提供的误差增强信息可以有效地提高用户站的定位精度,特别是 U 方向的提升尤为明显,这是由于误差增强信息能有效改善用户观测值。距离较远时,单基准站提供的误差增强信息对定位精度的提升有限,利用用户站周围的多个基准站生成的误差增强信息将进一步提升定位精度。

2) 基准站可以提供原始误差增强信息和平滑后的误差增强信息两种信息供用户站误差改正,平滑方法使基准站的误差增强信息变化更加平稳,能进一步精化基准站误差增强信息,更好地改正用户站的误差情况,有效地提高用户站的定位精度。

3) 平滑后的误差增强信息能有效地兼容用户不同频率下的定位,用户也可以自由选择平滑方式对用户自身的观测值进行平滑,用户端的平滑也将进一步提升用户的定位精度,同时也可以看出多个频率观测值能有效改善单频观测值的定位精度。

4) 相对于传统的 Hatch 滤波,本文方法考虑了电离层延迟的影响,在单频时与 Hatch 滤波等价,在双频及三频的情况下优于 Hatch 滤波,特别是对 U 方向定位精度有很大的提升。

## 参 考 文 献

- [1] Cheng Huihong, Song Xiaogang. Analysis of the National Natural Science Foundation Projects of Geodesy Field in 2023[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(3): 426-433. (程惠红, 宋小刚. 2023年大地测量学领域自然科学基金项目申请与资助分析[J]. 武汉大

- 学报(信息科学版), 2024, 49(3): 426-433.)
- [2] Hatch R. The Synergism of GPS Code and Carrier Measurements [C]//International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, New Mexico, USA, 1982.
- [3] Sun Zhengming, Gao Jingxiang, Wang Jian. Discussion on Weighting Factors of GPS Dual Frequency Phase-Smoothed Pseudo-Range [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2007, 27(4): 13-16. (孙正明, 高井祥, 王坚. GPS 双频相位平滑伪距权重因子的探讨[J]. 海洋测绘, 2007, 27(4): 13-16.)
- [4] Zhang Yu, Zhao Qile, Jiang Kecai, et al. High-Precision Inter-Satellite Baseline Determination Method for Lutan-1 Based on BDS-3 [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(10): 1763-1769. (张宇, 赵齐乐, 蒋科材, 等. 基于 BDS-3 的陆地探测一号星间基线高精度解算方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(10): 1763-1769.)
- [5] Guo Jianfeng, Ou Jikun, Yuan Yunbin, et al. Research on Optimal Algorithm of Phase-Smoothed Pseudorange for Dual-Frequency GPS Data [J]. *Advances in Natural Science*, 2008, 18(2): 221-224. (郭建锋, 欧吉坤, 袁运斌, 等. 双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法研究[J]. 自然科学进展, 2008, 18(2): 221-224.)
- [6] Yang Chunyan, Wu Dewei, Lu Yan'e, et al. A Phase-Smoothed Pseudo-Range Algorithm Based on Complementary Kalman Filtering [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2008, 9(5): 52-56. (杨春燕, 吴德伟, 卢艳娥, 等. 基于补充卡尔曼滤波的载波相位平滑伪距算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2008, 9(5): 52-56.)
- [7] Liu Mingliang, An Jiachun, Wang Zemin, et al. Performance Analysis of BDS-3 Multi-Frequency Pseudorange Positioning [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(6): 902-910. (刘明亮, 安家春, 王泽民, 等. BDS-3 多频伪距定位性能分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2023, 48(6): 902-910.)
- [8] Liu Guangjun, Guo Jing, Luo Haiying. Optimal Smoothing of GNSS Pseudo-Range by Carrier Phase [J]. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*, 2015, 34(2): 161-167. (刘广军, 郭晶, 罗海英. GNSS 最优载波相位平滑伪距研究[J]. 飞行器测控学报, 2015, 34(2): 161-167.)
- [9] Xu Bo, Liu Wenxiang, Liao Ming. An Improved Method of Single Frequency Carrier Phase Smoothing Pseudo [J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2014, 45(2): 464-467. (徐博, 刘文祥, 廖鸣. 一种基于电离层变化率的单频载波相位平滑伪距改进方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2014, 45(2): 464-467.)
- [10] Chen Zhengsheng, Zhang Qinghua, Cui Yang, et al. Single Frequency Carrier Smoothing Pseudorange Algorithm and Accuracy Analysis Based on Moving Window [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2020, 45(7): 964-973. (陈正生, 张清华, 崔阳, 等. 单频载波相位移动开窗平滑伪距算法及精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2020, 45(7): 964-973.)
- [11] Chen Zhengsheng, Zhang Qinghua, Li Linyang, et al. An Improved Carrier Phase Smoothing Pseudorange Algorithm with Self-Modeling of Ionospheric Delay Variation [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2019, 48(9): 1107-1118. (陈正生, 张清华, 李林阳, 等. 电离层延迟变化自模型化的载波相位平滑伪距算法[J]. 测绘学报, 2019, 48(9): 1107-1118.)
- [12] Luo Fei, Chang Guobin, Chen Chao. Position Domain Dual-Frequency Carrier Smoothed Code Filter with Colored Noise [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2019(3): 6-10. (骆飞, 常国宾, 陈超. 顾及有色噪声影响的位置域双频载波相位平滑伪距算法[J]. 测绘通报, 2019(3): 6-10.)
- [13] Tang Weiming, Liu Zhimin. Precision Evaluating and Applications of GPS Code Pseudorange Smoothing Algorithm Based on Carrier Observables [J]. *Wtsum Bulletin of Science and Technology*, 2005, 30(3): 37-39. (唐卫明, 刘智敏. GPS 载波相位平滑伪距精度分析与应用探讨[J]. 测绘信息与工程, 2005, 30(3): 37-39.)
- [14] Zheng Nanshan, Li Zengke. Application of Doppler Smoothing Pseudo-Range in GPS/INS Tightly-Coupled Navigation [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(10): 1158-1162. (郑南山, 李增科. 多普勒平滑伪距在 GPS/INS 紧耦合导航中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2014, 39(10): 1158-1162.)
- [15] Meng Fanjun, Li Shujun, Du Zhenqiang. Pseudorange Smoothing Algorithm Using BDS Triple-Frequency Double-Difference Carrier Phase Combination [J]. *Journal of Geomatics Science and Technology*, 2019, 36(5): 452-457. (孟凡军, 李树军, 杜祯强. BDS 三频双差载波相位组合平滑伪距算法[J]. 测绘科学技术学报, 2019, 36(5): 452-457.)
- [16] Chang Zhiqiao, Hao Jinming, Li Junzheng. Carrier Phase Smoothed Pseudorange and Its Application in DGPS [J]. *Hydrographic Surveying and Charting*,

- 2009, 29(3): 21-23. (常志巧, 郝金明, 李军正. 载波相位平滑伪距及其在差分定位中的应用[J]. 海洋测绘, 2009, 29(3): 21-23.)
- [17] Gao Xingwei, Ge Maorong. Data Processing of GPS/GLONASS Pseudorange Difference[J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2000(6): 1-3. (高星伟, 葛茂荣. GPS/GLONASS 伪距差分的数据处理[J]. 测绘通报, 2000(6): 1-3.)
- [18] Feng Baohong, Ye Song. Research on Improved Model with GPS Pseudorange Differential Analysis [J]. *Journal of Nanjing University of Technology*, 2005, 27(4): 64-66. (冯宝红, 叶松. GPS 伪距差分解算改进模型的研究[J]. 南京工业大学学报(自然科学版), 2005, 27(4): 64-66.)
- [19] Deng Jian, Wang Qing, Pan Shuguo, et al. Method of Decimeter-Level Pseudo-Range Differential Positioning for GPS Based on Multiple Reference Stations [J]. *Journal of Southeast University (Natural Science Edition)*, 2010, 40(2): 316-319. (邓健, 王庆, 潘树国, 等. 基于多参考站的分米级 GPS 伪距差分定位方法[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2010, 40(2): 316-319.)
- [20] Li Hefeng, Bei Jinzhong, Dang Yamin, et al. Study on Positioning with Differential Network of BDS/GPS Fusion System Based on Multiple CORS Reference Stations [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2014, 34(6): 81-85. (李鹤峰, 秘金钟, 党亚民, 等. 基于 CORS 的多基准站 BDS/GPS 融合差分网定位性能分析[J]. 大地测量与地球动力学, 2014, 34(6): 81-85.)
- [21] Zhu Huizhong, Li Bo, Xu Aigong, et al. Method of Un-differential BDS Network Difference of Long Range at Single Epoch of Single Frequency [J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2016, 41(5): 14-20. (祝会忠, 李博, 徐爱功, 等. 长距离单历元单频非差北斗网络差分方法[J]. 测绘科学, 2016, 41(5): 14-20.)
- [22] Zhang Chengjun, Yang Li, Chen Jun. Improving Point Positioning Accuracy Using GPS Carrier Smoothed Pseudorange [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2009, 29(4): 106-110. (张成军, 杨力, 陈军. 提高 GPS 载波相位平滑伪距定位精度的算法研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(4): 106-110.)